

自己評価報告書

平成 23 年 3 月 31 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008~2011

課題番号：20540178

研究課題名 (和文) 量子変形作用素に関するスペクトル理論の構築とその量子物理への応用

研究課題名 (英文) The construction of the spectral theory on quantum deformed operators and its application to quantum physics

研究代表者

太田 昇一 (OTA SHOICHI)

九州大学・大学院芸術工学研究院・教授

研究者番号：70107176

研究分野：関数解析

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：unbounded operator、deformed operator、q-normal

1. 研究計画の概要

代数的関係式 $xx^* = qx^*x$ (q は 1 でない正数) は量子群・量子環の理論における礎石である。多くの量子 q -環の定義関係式の一つとして現れ、この関係式および他の類似関係式は、これまで主として代数的見地から研究されてきた。上記の関係式を満たすヒルベルト空間上の作用素を q -正規作用素という。本研究は従来の作用素論の範疇に現れなかったこの作用素を含む量子変形 (q -変形) 作用素族に対するスペクトル理論の構築を図る。特に、変形パラメータ q がどのような条件のもとで、 q -正規作用素が標準のスペクトル解析可能な作用素である標準の正規作用素へ拡大されるのかについて考察し、その応用として量子群・量子環の理論における作用素表現の解析的研究を進展させる事を目的とする。

2. 研究の進捗状況

(1) q -正規作用素を含むより広い範疇の q -circular 作用素 ($q=1$ の場合は標準の circular 作用素になる。) について考察し、「稠密な定義域を持つ閉作用素が q -circular になる条件は、その作用素が性質 Q (自己のスカラー倍にユニタリ同値に

なる) を持ち、かつ circular となることである。」ことを示した。この事は、 q -circularity に関しては作用素の circularity の性質を調べることに帰着することを示唆している。その circularity を規定する強連続 1 径数ユニタリ群が存在する場合を強 circularity とよぶ。既約な circular 有界作用素が強 circular になることは 25 年ほど前に、W. Arveson 等により示されている。非有界作用素の場合、その極分解における部分等距離作用素が既約ならば circularity から強 circularity が従うことが判明した。

(2) q -変形作用素の枠組みについて、標準作用素の体系を考慮して q -ハイボ正規作用素を含む q -paranormal (q -パラ正規) 作用素という新たな概念を定義し、 q が 1 より大きい場合は有界、非有界いずれの作用素も存在するが、正の変数 q が 1 より小さい場合にその非有界性やスペクトルについての基本的性質の特徴付けを与えた。

(3) 正の変数 q が 1 より小さい場合、 q -正規両側重み付きのシフト作用素は標準の正規作用素に拡大されるが、変数 q が 1 より大きい場合、 q -正規作用素はけっして標準の正規作用素拡大をもたない事が示された。

(4) q -正規作用素の大きな特徴である「自己のスカラー倍にユニタリ同値になる」性質に関連して、バナハ空間上の擬可換性について、バナハ空間上の正規作用素間(片方がパラ正規作用素の場合も含めて)の擬可換性が標準の可換性になる特徴付けを多様な観点から与えた。特に、「一様凸バナハ空間において正規作用素間の自明でない擬可換性が成立すれば、その共通因子の絶対値は1となる」ことが示された。

3. 現在までの達成度

<区分>②おおむね順調に進展している。
理由：本研究の要である「正数 q が1より小さい場合、 q -正規作用素が標準の正規作用素に拡大されるか」について、ほぼ肯定的な解決が得られていること、および q -変形作用素について多方面への展開につながる可能性を示す結果が得られていることに因る。

4. 今後の研究の推進方策

正数 q が1より小さい場合の q -正規作用素が標準の正規作用素拡大に関する多くの未発表の成果を国外研究協力者である Szafraniec 教授と共同で論文として取り纏め、主要な学会で発表する。さらに、この成果を他の関連研究分野に応用することを試みる。

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計4件)

① M. Cho, B.P. Duggal, R. Harte, S. Ota,

Operator equation $AB = \lambda BA$,

International Mathematical Forum, vol. 5 no. 53, pp. 2629 - 2637, 2010年, 査読有

② S. Ota, q -deformed circularity for an unbounded operator in Hilbert space, Colloquium Mathematicum, vol. 120, pp. 191-199, 2010年, 査読有

③ 太田 昇一, Circular 作用素について, 数理解析研究所講究録, 1678 巻, pp. 128-133, 2010年, 査読無

④ 太田 昇一, 非有界作用素と量子群に現れる変形作用素について, 数学, 62巻, pp. 40-56, 2010年, 査読有

[学会発表] (計3件)

① 太田 昇一, Topics related to deformed operators with parameters, Functions and Operators, 2010年6月25日, Jagiellonian University, ポーランド

② 太田 昇一, Circular 作用素について, 数理解析研究所研究集会, 2009年10月30日, 京都大学

③ 太田 昇一, A quantum deformed operator, International conference on infinite particle Systems and complex systems, 2008年9月22日, Kazimierz, ポーランド