

## 自己評価報告書

平成 23 年 4 月 28 日現在

機関番号：32612  
 研究種目：基盤研究(C)  
 研究期間：2008～2011  
 課題番号：20540188  
 研究課題名(和文) 非可換調和解析における特異積分作用素論—実ハーディ空間の有効性の検証  
 研究課題名(英文) Singular integrals in noncommutative harmonic analysis - real Hardy spaces and their use in analysis.  
 研究代表者  
 河添 健 (KAWAZOE TAKESHI)  
 慶應義塾大学・総合政策学部・教授  
 研究者番号：90152959

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数解析, 実ハーディ空間, アトム分解, ヤコビ解析, 特異積分, 補間定理

## 1. 研究計画の概要

非等質型空間の例としてヤコビ解析を取り上げ、そこにおいて実ハーディ空間を動径最大関数を用いて定義する。この空間の他の最大関数による特徴づけ、アトム分解、BMO理論、特異積分論への応用などを考察し実ハーディ空間の有効性を検証する。具体的には実ハーディ空間のアトム分解、BMO理論、補間理論、フーリエ・マルティンライヤーの $L^p$ 評価、波動方程式の $L^p$ 評価を研究目標とする。

## 2. 研究の進捗状況

の実ハーディ空間のアトム分解については、4種類のアトムを用いたアトム分解が得られた。証明方法はヤコビ解析における実ハーディ空間がユークリッド空間におけるTriebel-Lizorkin空間を用いて特徴付けられることに注目し、Triebel-Lizorkin空間のアトム分解をヤコビ解析に引き戻すことによって得られた。特徴としては滑らかさを持つアトムが必要となる点である。 $\dot{W}^{s,p}$  についても Triebel-Lizorkin空間の双対定理や補間定理を形式的にヤコビ変換に書き直すことにより定理を得ることができる。しかしこの場合、 $L^p$ 空間の定義が通常の $L^p$ 空間より狭義になる。今後より有用な補間定理を構築するためには通常の $L^p$ 空間に関する補間空間の特徴付けが必須となる。 $\dot{W}^{s,p}$  についてもユークリッド空間の場合の定理をヤコビ変換の場合に形式的に書き直すことは可能だが、 $L^p$ 空間は狭義な $L^p$ 空間となる。通常の $L^p$ 空間に対して定理を構築することは今後の研究課題である。のヤコビ解析における波動方程式の $L^p$ 評価を考える準備として、Dunkl変換の場合を考えてみた。Besov空間

や Triebel-Lizorkin空間を定義し、ユークリッド空間の類型としていくつかの定理を得ることができた。ヤコビ解析はDunkl解析と違って等質型でないので単純には比較できないが、ヤコビ解析の場合の結果をえるための道筋を得ることができた。

また関連する話題として熱方程式の解の特徴づけとHardyの不確定性定理の関連は古くから知られているが、Hardyの定理および宮地型のHardyの定理をDunkl変換やヤコビ解析の場合に拡張することができた。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。前項で述べたように、狭義の $L^p$ 空間を通常の $L^p$ 空間に置き換えより有用な形に定理を整える必要はあるが、5つの課題の内、3つについて予定通りの成果を得ている。残り2つの課題は最終年度の研究テーマである。

## 4. 今後の研究の推進方策

計画通りに最終年度にフーリエ・マルティンライヤーの $L^p$ 評価、波動方程式の $L^p$ 評価を研究目標とする。

## 5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計6件)

[1] F. Chouchene, R. Daher, T. Kawazoe, H. Mejjaoui. Miyachi's theorem for the Dunkl transform, *Integral Transforms and Special Functions* 22 (2011), pp. 167-173. 査読有

- [2] T. Kawazoe, J. Liu, A. Miyachi. Refinements of the Hardy and Morgan uncertainty principles, *Scientiae Mathematicae Japonicae*, e-2011 (2011), pp.1-7. 査読有
- [3] T. Kawazoe, H. Mejjali. Uncertainty principles for the Dunkl transform, *Hiroshima Math. J.* 40 (2010), pp. 241-268. 査読有
- [4] T. Kawazoe.  $H^1$  estimates of Littlewood - Paley and Lusin functions for Jacobi analysis, *Anal. Theory Appl.* 25 (2009), pp. 201-229. 査読有
- [5] R. Daher, T. Kawazoe, H. Mejjali. A generalization of Miyachi's theorem, *J. Math. Soc. Japan*, 61 (2009), pp.551-558. 査読有
- [6] T. Kawazoe. Uncertainty principle for Jacobi transform, *Tokyo J. Math.* 31 (2008), pp.127-146. 査読有

〔学会発表〕(計7件)

- [1] T. Kawazoe. Difference formula and orthogonality of Jacobi polynomials, *Harmonic Analysis and Orthogonal Systems IV*, Stefan Banach International Mathematical Center, Bedlewo, ポーランド (2010年9月22日)
- [2] T. Kawazoe. Refinements of Hardy and Morgan uncertainty principles, *Satellite Conference in Harmonic Analysis*, National Institute of Science Education and Research, Bhubaneswar, インド (2010年8月29日)
- [3] T. Kawazoe. Characterization of Hardy spaces by discrete Radon transform, *Harmonic Analysis and Integral Geometry*, Univ. of Hassan II, Casablanca, モロッコ (2010年6月29日)
- [4] T. Kawazoe. Weyl Poisson transform on  $SU(1,1)$ , *Harmonic Analysis and Integral Geometry*, Univ. of Hassan II, Casablanca, モロッコ (2010年6月28日)
- [5] T. Kawazoe. Hardy space for Jacobi analysis and its applications, *Geometric and Harmonic Analysis on Homogeneous Spaces*, Sfax, チュニジア (2009年11月6日)
- [6] T. Kawazoe. Atomic decomposition of Hardy spaces for Jacobi analysis, *Harmonic Analysis and Partial Differential Equations with Applications*, 北京師範大学, 中国 (2009年5月27日)
- [7] T. Kawazoe.  $H^1$  estimates of Littlewood

- Paley and Lusin functions for Jacobi analysis, *Operator Algebras and Harmonic Analysis*, 広州大学, 中国 (2008年12月14日)