

## 自己評価報告書

平成23年3月31日現在

機関番号：32665

研究種目：基盤研究 (C) (一般)

研究期間：2008 ~ 2012

課題番号：20540191

研究課題名 (和文) フックス型偏微分方程式系の代数解析的・超局所的視点からの研究

研究課題名 (英文) Study of Fuchsian system of differential equations from the view point of algebraic analysis and microlocal analysis

研究代表者

山崎 晋 (YAMAZAKI SUSUMU)

日本大学・理工学部・准教授

研究者番号：00349953

研究分野：代数解析

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：代数解析学, 超局所解析学, 佐藤超函数 D 加群

## 1. 研究計画の概要

本研究の目的は、実解析的線型偏微分方程式系、特に正則特殊化可能系 (regular-specializable system), 一般的なフックス型方程式系に対して、代数解析学及び超局所解析学、特に D 加群の枠組みで Cauchy 問題及び境界値問題の超函数解、超局所函数解を考察する事である。

## 2. 研究の進捗状況

一般的な解析的範疇の線型偏微分方程式系、即ち D 加群に対する非正則度として、本多尚文氏 (北海道大学) による定義を採用し、以下の結果を得る事が出来た。Gevrey 増大度のクラスに応じた非正則度の条件を方程式系に課せば、対応する Gevrey 函数及び超分布 (ultradistribution) 解複体の超局所台の評価を得る事が出来た。更に (弱) 双曲型という条件の下で、Cauchy 問題及び境界値問題の一意可解性が証明出来る。

以上の結果は、初期面の余次元が一般の場合 (高余次元) でも成り立つ事が証明出来た。

正則特殊化可能系 (接続 D 加群) に関し、佐藤超函数解に対する Laurent 及び Monteiro Fernandes の境界値写像は、境界面に対して緩増大 (延長可能) な分布 (Schwartz 超函数) 解に対しても境界値写像を誘導する事を、一般的な設定下で証明す

る事が出来た。更に、種々の場合に、可解性条件を考察した。

以前より考察していた超分布のフックス型偏微分方程式系による割り算定理の応用として、非正則度の仮定の下で、正則特殊化可能系の境界面に対し延長可能な超分布解に対する境界値写像を定義する事が出来た。  
この境界値は、佐藤超函数、分布のものと両立する。

## 3. 現在までの達成度

おおむね順調に進展している。

従来知られていた、正則特殊化可能系の佐藤超函数解に関する境界値写像が、延長可能な分布解に関する境界値写像を誘導する事、更に、非正則度の仮定下で延長可能な超分布解に関する境界値写像を誘導する事が出来た。これらの成果は、代数解析学の枠組みでの初期値・境界値問題の研究の進展に寄与していると考えられている。

## 4. 今後の研究の推進方策

研究に関しては、3. で述べた通り、おおむね順調に進展しているが、この研究過程で、新たな課題も明らかになってきている。具

体的には、まず第一に、正則特殊化可能系に対する、超分布の初期値・境界値問題に対する可解性の問題が挙げられる。更には一般のフックス系に対する、初期値・境界値問題に対する可解性の問題も考えられる。これには確定特異点型方程式系の研究が参考になると期待出来る（佐藤超函数解の初期値問題については既に私による結果がある）。

今後は、上に述べた新たな課題も考慮しつつ着実に研究を遂行し、得られた成果について、口頭発表を行い、論文を作成、公表したい（既に一部は以下の5.の通り公表をしている）。

#### 5. 代表的な研究成果

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計2件）

(1) Susumu Yamazaki, Remarks on boundary values for temperate distribution **solutions to** regular-specializable systems, Journal of Mathematical Sciences, the University of Tokyo 17, 267-301 (2011).

(2) 山崎 晋 無限階擬微分作用素の表象理論, 数理解析研究所講究録 1723, 150-178 (2011).

〔学会発表〕（計3件）

(1) 山崎 晋 無限階擬微分作用素の表象理論, 経路積分と超局所解析の入門, 数理解析研究所（2010年5月28日）

(2) Susumu Yamazaki, Remark on boundary values for distribution solutions to regular-specializable systems, Microlocal Analysis and Related Topics, 関西学院大学（2009年10月21日）

(3) Susumu Yamazaki, Cauchy problem

for ultradifferentiable  
or ultradistribution solutions  
to systems with irregularities,  
完全 WKB 解析と超局所解析,  
数理解析研究所（2008年5月29日）

〔その他〕