

機関番号：17201

研究種目：基盤研究 (C)

研究期間：2008 ~ 2011

課題番号：20540197

研究課題名 (和文) 特異偏微分方程式の解空間の構造

研究課題名 (英文) Structure of solution spaces for singular partial differential equations.

研究代表者 梶木屋 龍治 (KAJIKIYA RYUJI)

佐賀大学・工学系研究科・教授

研究者番号：10183261

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：関数方程式, 非線形偏微分方程式

1. 研究計画の概要

本研究の目的は、準線形楕円型偏微分方程式及び準線形放物型方程式の解空間の構造を明らかにすることである。特に、以下のような3種類の特異偏微分方程式を研究する。

(1) 係数が境界に特異性を持つ楕円型方程式についての研究を行う。係数が領域の境界に特異性を持っていても零ディリクレ境界条件のため、滑らかな解の存在が期待できる。従来の研究は、領域が単位球の場合であり、係数関数がべき乗の特異性を持つものであった。これを一般の領域に拡張し、さらに一般の特異性を持つ係数関数を考察することが本研究の目的である。

(2) 係数関数が特異性を持つ1次元 p ラプラス方程式に対して、解の分岐が起きることを証明する。微分作用素が準線形であるため、リアプノフ・シュミットの方法が使用しづらい。そのため写像度を利用し、Rabinowitzの大域分岐理論を使って分岐を示す。

(3) 無限大ラプラス作用素を持つ放物型方程式は、粘性解の理論により、解の存在・一意性・大域的存在が既に知られている。この方程式の解が時刻無限大で減衰することを証明し、その減衰度が時刻の負べき乗であることを証明し、それが最良指数であることを示す。さらに解の漸近挙動及び適当な変数変換の下での定常解の安定性を調べる。

2. 研究の進捗状況

(1) 係数が領域の境界に特異性を持つ場合の

楕円形方程式の正值解の存在及びその正則性についての結果が得られた。これは従来知られている結果を大幅に改良するものである。境界での係数関数の発散とディリクレ境界条件による解の減衰とが互いに打ち消し合い、そのため解の正則性が成り立つ。また解の存在は、変分法を用いて mountain pass lemma 及び symmetric mountain pass lemma を利用して行われる。この結果は、Nonlinear Analysis, T.M.A. 73, (No. 7), (2010), 2117–2131 に出版された。

(2) 区間の両端点において発散する係数関数を持つ1次元 p ラプラス方程式に対して、解の分岐が起きることを証明した。そのためには、特異性を持つ p ラプラス方程式の固有値と固有関数の性質を研究しなければならない。その結果、特異性を持たない通常の固有値問題と同様に固有値が存在し、固有関数が特徴づけられることを証明した。

これらの結果は、Journal of Differential Equations, 244 (No.8) (2008), 1985–2019, 及び Nonlinear Analysis, T.M.A. 71 (No. 3-4), (2009), 1235–1249 に出版された。

(3) 無限大ラプラス作用素を持つ放物型方程式に対して、解が時刻無限大で減衰することを証明し、その減衰度が時刻の負べき乗であることを証明し、それが最良指数であることを示した。この結果は、Math. Ann. 343 (No.4) (2009), 921–953 に出版された。変数変換した後の定常解の安定性に関しては、無限大ラプラシアンに対してではなく、 p ラプラシアンや fast diffusion 方程式について現在研究中である。

3. 現在までの達成度

①当初の計画以上に進展している.

理由: 当初の計画にあった3種類の方程式についての結果が得られ, 学術雑誌に出版され, さらにそれ以上の方程式についても研究中である.

4. 今後の研究の推進方策

現在までに, 当初の計画が予想以上に進展しているため, 残った研究期間を利用して, 得られた結果を精密化し, 改良すると共に, 関連する様々な特異偏微分方程式の解空間の構造を研究する.

5. 代表的な研究成果

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 8 件)

1. Superlinear elliptic equations with singular coefficients on the boundary.

Nonlinear Analysis, T.M.A. 73, (No. 7), (2010), 2117--2131, 査読有り, R. Kajikiya

2. A priori estimates of positive solutions for sublinear elliptic equations. Trans. Amer. Math. Soc. 361 (No. 7), (2009), 3793--3815, 査読有り, R. Kajikiya

3. Bifurcation of sign-changing solutions for one-dimensional p -Laplacian with a strong singular weight; p -sublinear at infinity. Nonlinear Analysis, T.M.A. 71 (No. 3-4), (2009), 1235--1249, 査読有り, R. Kajikiya, Yong-Hoon Lee and Inbo Sim

4. Asymptotic behavior of viscosity solutions for a degenerate parabolic equation associated with the infinity-Laplacian. Math. Ann. 343 (No. 4) (2009), 921--953, 査読有り, G. Akagi, P. Juutinen, R. Kajikiya

5. One-dimensional p -Laplacian with a strong singular indefinite weight, I. Eigenvalue. Journal of Differential Equations, 244 (No. 8) (2008), 1985--2019, 査読有り, R. Kajikiya, Yong-Hoon Lee and Inbo Sim

[学会発表] (計 19 件)

1. Stability of solutions for fast diffusion equations. 2010年12月18日-19日 京都大学, 「微分方程式の総合的研究」
R. Kajikiya

2. Bifurcation of a positive solution for

one-dimensional p -Laplacian. 2010年3月24日-27日 日本数学会, 慶應義塾大学 R. Kajikiya

3. Mountain pass theorem in ordered Banach spaces and its applications. 2009年7月20日-24日 Masaryk University, Brno, Czech Republic, Equadidff 12. R. Kajikiya

4. Mountain pass theorem in ordered Banach spaces and its applications. 2009年6月29日-7月2日 Pusan National University, Pusan, Korea, International Workshop on Nonlinear PDE and Applications. R. Kajikiya

5. Sublinear elliptic equations with singularity on the boundary. 2008年6月9日-6月13日 Pusan National University, Pusan, Korea, Intensive Lecture Program and International Conference on Nonlinear PDE and Applications. R. Kajikiya

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
出願年月日 :
国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :
発明者 :
権利者 :
種類 :
番号 :
取得年月日 :
国内外の別 :

[その他]