

機関番号：13701

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2008 ～ 2010

課題番号：20540205

研究課題名（和文） 工学に現れる非線形現象を記述する数理モデルの導出とその解析

研究課題名（英文） Mathematical modeling for a nonlinear phenomena appearing engineering field and its analysis

研究代表者

愛木 豊彦 (AIKI TOYOHICO)

岐阜大学・教育学部・准教授

研究者番号：90231745

研究成果の概要（和文）：

形状記憶合金で作られるセンサーの動きを記述する数理モデルに対し、温度が未知の場合であっても、軟化子を用いて方程式系を近似することにより、初期値に小ささを仮定することなく、問題の解の存在と一意性を証明することができた。

コンクリートの中酸化速度を記述する数理モデルとして、1次元自由境界問題について考察した結果、中酸化深さが時間の平方根に比例するという実験則が正しいことを数理モデルを用いて証明することができた。

研究成果の概要（英文）：

We consider the mathematical model for dynamics of a sensor made of shape memory alloys. We established the well-posedness of our model without the smallness condition for initial data even if the temperature filed is unknown.

Also, we study a one-dimensional free boundary problem as a mathematical model describing the concrete carbonation process. In this research we could guarantee the experimental law that the carbonation depth is proportionally to the square root of the time from mathematical modeling point of view.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2008年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,500,000	1,050,000	4,550,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：非線形現象

## 1. 研究開始当初の背景

(A)形状記憶合金の数理モデルは、既に何種類も提案され、それぞれについて解析が進められている。その中でも Falk model と呼ばれるモデルは、多くの数学者によって研究されている最も代表的なものである。形状記憶合金の特性の一つに、歪みと応力の関係が、いわゆる関数関係ではなく、ヒステリシスとい

う過去の履歴にも依存する関係であることが挙げられる。Falk model においては、この関係が多項式によって近似されている。これに対し、我々はその関係を歪みを既知とし、応力を未知関数とする常微分方程式で表現したモデルを考察してきた。このように形状記憶合金に対し、多くの数理モデルが提案され研究成果が得られているが、形状記憶合金

の形状の変化そのものを扱ったモデルは未だ考えられていない。そこで、バネの内部変化を無視しないという条件の下、バネの運動について考察した。ただし、そこではオイラー座標で運動をとらえたため、応力と歪みの関係が非線形になってしまい、十分な数学的成果を挙げるができなかった。その後、運動をラグランジュ座標でとらえた場合、1次元のバネの運動が力学的境界条件を伴う双曲型方程式に対する初期値境界値問題として記述されることが分かった。この問題ならば、研究代表者の過去の研究蓄積をもって、解析を進めることが可能であると判断し、これを研究課題とした。

また、電気炊飯器等で形状記憶合金と通常のパネを組み合わせて作った温度センサーが用いられている。このセンサーは、低温では通常のパネが押し、高温では形状記憶合金で作ったパネが押す。この特性から、高温で炊飯器の栓が開くようにできる。この場合、形状記憶合金と通常のパネのつなぎ目が自由境界となる。このように、具体的な適用例があることも、本現象を研究課題とした理由の一つである。

(B) コンクリートが大気に含まれる水分によって中性化(炭酸化)していく現象は古くから研究されている。特に、中性化が内部の鉄骨まで進むと、それにより鉄骨が腐敗していくため、中性化建築や土木における重要な研究課題である。従来、中性化深さは実験により時間の平方根に比例するとされてきた。それに対し、近年、コンクリート内部での中性化反応を記述するモデルが提唱され、その研究が進められている。そのモデルは、コンクリート全体を中性化した領域と、中性化していない領域とに明確に分け、その境界を未知関数とする1次元自由境界問題である。しかし、残念ながら、そのモデルに対する数値実験を行ったところ、実際の実験結果とあまり良い適合を見せなかった。また、そのモデルでは多くのことを未知関数としているため、現象の本質的なところが分かりにくいという欠点もある。従って、より単純化したモデルを考案し、実験結果とできるだけ合うようにしていく。これが、もう一つの研究課題である。

## 2. 研究の目的

(A) 形状記憶合金で作ったセンサーに対する数理モデルは、ほぼできているので、そのモデルの適切性、つまり、解の存在と一意性をまず明らかにする。そして、温度が高くなったとき、栓が開くかどうかを、数値実験的に再現する。最終的には、そのような解の挙動を数学的に表現し、それが正しいことを証明する。また、ヒステリシスの効果を加えたモデルについても考察する。

(B) ここで最終的に示したいのは、中性化の速度が時間の平方根に比例することか、これに近い挙動となるような数理モデルを構築することである。がしかし、これを示すのは容易ではないと予想されるので、まず、次のことを先に調べる。それは、速度と水セメント比との関係が単調であることが実験的に分かっているので、これを再現するようなモデルを再構築することである。この問題解決を通し、現象の本質的な反応を見出し、中性化速度の再現を目指す。

## 3. 研究の方法

研究代表者が、モデルの導出及びそのモデルの解析を行い、研究分担者が数値解析や数値解析に必要な理論を構築する。

## 4. 研究成果

### 1) 形状記憶合金で作られるセンサー

(1年目)

- ・センサーの動きを記述する数理モデルにおいて、温度が既知な場合の、解の存在定理を改良した。

- ・センサーの動きを記述する数理モデルにおいて、温度が未知な場合、初期変位、初期速度が十分小さいことを仮定すれば、解が時間に関して局所的に存在することを示した。

(2年目)

- ・センサーの動きを記述する数理モデルにおいて、温度が未知な場合、初期値に小ささを仮定せず微分に対する可積分性をだけを仮定して、解の時間に関する大域的な存在結果を証明した。

- ・形状記憶合金を用いたセンサーが通常のものとは、大きく異なる挙動を示すことを、数値シミュレーションによって明らかにした。

### 2) コンクリートの中性化

(1年目)

- ・コンクリートの中性化速度を記述する1次元自由境界問題において、初期値が2乗可積分であれば、弱解が時間に関して大域的に存在することを示した。

(2年目)

- ・中性化深さが、時間の平方根に比例する関数によって、上から評価できることを示した。
- ・初期値に2乗可積分性を仮定した場合の解の一意性を示した。ただし、ここでは中性化の化学反応速度を示す指数をある範囲に制限している。

(3年目)

- ・境界条件が時間に依存していない場合、中性化深さが、時間の平方根に比例する関数によって、下から評価できることを示した。
- ・初期時刻において、全く中性化されていなくても、弱解が時間大域的に存在することを示した。

(4年目)

・境界条件が時間に依存していても、中性化深さが、時間の平方根に比例する関数によって、下から評価できることを示した。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 21 件)

1. T. Aiki, M. Anthonissen, A. Muntean, On a one-dimensional shape-memory alloy model in its fast-temperature-activation limit, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S, 査読有, Vol.5, (2012), 15-28.
2. T. Aiki, On the existence of a weak solution to a free boundary problem for a model of a shape memory alloy spring, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S, 査読有, Vol.5, (2012), 1-13.
3. T. Aiki, K. Kumazaki, Mathematical model for hysteresis phenomenon in moisture transport of concrete carbonation process, 査読有, Physica B, Vol. 407, (2012), 1424-1426
4. A. Fuwa, T. Ishiwata and M. Tsutsumi, FINITE DIFFERENCE SCHEME FOR THE LANDAU-LIFSHITZ EQUATION, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, Volume 29, Issue 1 (2012), Page 83-110.
5. T. Aiki, The position of the joint of shape memory alloy and bias springs, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S, 査読有, Vol. 4, (2011)239-246.
6. T. Aiki, A. Muntean, On uniqueness of a weak solution of one-dimensional concrete carbonation problem, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series A, 査読有, Vol.29, (2011)1345-1365 .
7. K. Anada and T. Ishiwata, Asymptotic behavior of blow-up solutions to a degenerate parabolic equation, Journal of Math-for-Industry, 査読有, Vol. 3 (2011) 1--8.
8. T. Ishiwata, Motion of essentially admissible V-shaped polygonal curves governed by generalized crystalline motion with a driving force, Journal of Math-for-Industry, 査読有, Vol. 3 (2011) 21--25.
9. T. Ishiwata, On the motion of polygonal curves with asymptotic lines by crystalline curvature flow with bulk effect, Discrete and Continuous Dynamical Systems Series S, 査読有, vol.4, no.4, 2011, 865--873.

10. T. Ishiwata, Motion of polygonal curved fronts by crystalline motion: V-shaped solutions and eventual monotonicity, Discrete and Continuous Dynamical Systems, 査読有, Supplement 2011, Volume 1, 717--726.
11. T. Aiki, A. Muntean, Large time behavior of solutions to concrete carbonation problem, Communications on Pure and Applied Analysis, 査読有, Vol. 9, (2010)1117-1129.
12. T. Aiki, A. Muntean, Existence and uniqueness of solutions to a mathematical model predicting service life of concrete structures, Advances in Mathematical Sciences and Applications, 査読有, Vol. 19, (2009)109-129.
13. T. Aiki, A mathematical model for a valve made of a spring of a shape memory alloy, Nonlinear Phenomena with Energy Dissipation, mathematical analysis, modeling and simulation, Gakuto International Series, Mathematical Sciences and Applications, 査読有, Vol. 29, 2008, 1-18.
14. T. Ishiwata, Motion of non-convex polygons by crystalline curvature and almost convexity phenomena, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, Vol. 25, No. 2 June 2008, 233--253.
15. T. Ishiwata and S. Yazaki, Interface motion of a negative crystal and its analysis, 京都大学数理解析研究所講究録 1588 「非線形発展方程式と現象の数理」, 査読無, (2008) 23--29.
16. T. Ishiwata, Motion of essential admissible polygons by crystalline curvature flow, Gakuto International Series, Mathematical Sciences and Applications, 査読有, 29 (2008), Proceedings of International Conference on Nonlinear Phenomena with Energy Dissipation, 201--210.

[学会発表] (計 50 件)

1. T. Ishiwata, Crystalline motion of spiral-shaped polygonal curve with a tip motion, Mini-Workshp on Applied Mathematics, Tamkang University, Tamsui, Taiwan, March 23, 2012.
2. T. Ishiwata, Behavior of polygonal curves by crystalline curvature flow, Dutch - Japanese Workshop, Analysis of non-equilibrium evolution problems: selected topics in material and life sciences, Eindhoven University of

Technology, Netherlands, November 8, 2011.

3. T. Aiki, Large-time behavior of a free boundary problem describing concrete carbonation, 2011年11月, Dutch-Japanese Workshop, Analysis of non-equilibrium evolution problems: Selected topics in material and life sciences, Technical institute of Eindhoven, the Netherlands.

4. T. Ishiwata, Behavior of Polygonal Curves by Crystalline Curvature Flow, Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations, Dept of Math and Center of PDE, East China Normal University, 上海, November 3, 2011

5. T. Ishiwata, Crystalline motion and eventual monotonicity of the shape, ICIAM 2011, Vancouver Convention Centre, Vancouver, BC, Canada, July 19, 2011.

6. T. Aiki, Hysteresis phenomenon in moisture transport of concrete carbonation process, 2011年5月, 8th International Symposium on Hysteresis Modeling and Micromagnetics, Levico(Trento), Italy.

7. T. Ishiwata, Finite difference scheme for the Ericksen-Leslie equation, Poster presentation, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, August 31, 2010, Czech Technical University, Prague, Czech Republic.

8. T. Ishiwata, Crystalline motion and eventual monotonicity of the shape, Czech-Japanese Seminar in Applied Mathematics, August 30, 2010, Czech Technical University, Prague, Czech Republic.

9. T. Aiki, Large time behavior of a solution to the free boundary problem on a concrete carbonation process, 2009年9月7-11日, Conference on evolutionary equations, related topics and applications, Munich, Germany.

10. T. Ishiwata, On the motion of polygonal curves by crystalline curvature flow with bulk effect, 1st Italian-Japanese workshop on geometric properties for parabolic and elliptic PDE's, June 16, 2009, Tohoku University, Sendai, Japan.

11. T. Aiki, A free boundary problem for a concrete carbonation process, 2009年5月25-29日, 6th European conference on elliptic and parabolic problems, Gaeta, Italy.

12. T. Aiki, A weak solution of the free boundary problem on a concrete carbonation process, 2009年5月18-21日, 4th

Polish-Japanese Days, Current advances in applied nonlinear analysis and mathematical modelling issues, Warsaw, Madralin, Poland.

13. T. Aiki, A free boundary problem for the shape memory alloys in case the temperature is unknown, 2008年11月, PDE approximations in Fast reaction - Slow diffusion scenarios, Leiden University, the Netherlands.

14. T. Aiki, Free boundary problems for a valve made of shape memory alloys, 2008年5月, 7th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and applications, University of Texas at Arlington, USA.

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

愛木 豊彦 (AIKI TOYOHICO)  
岐阜大学・教育学部・准教授  
研究者番号：90231745

### (2) 研究分担者

石渡 哲哉 (ISHIWATA TETSUYA)  
芝浦工業大学・システム理工学部・准教授  
研究者番号：50334917