

令和 5 年 6 月 11 日現在

機関番号：27101

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2020～2022

課題番号：20H02172

研究課題名（和文）微分方程式の制約を持つ機械学習：非平滑最適制御からのアプローチ

研究課題名（英文）Machine Learning under Differential Equations: An Approach by Non-smooth Optimal Control

研究代表者

永原 正章 (Nagahara, Masaaki)

北九州市立大学・環境技術研究所・教授

研究者番号：90362582

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、動的システムの推定問題を機械学習に融合する手法を検討し、制約付きノンパラメトリック回帰問題を最適制御の問題として定式化した。具体的には、データセットから最適な曲線を求める平滑化スプラインの問題を解く新たなアルゴリズムを開発した。またノイズが存在する環境下での最適制御問題のロバスト性を解析し、スパースな制御問題の解法を探索した。さらに、COVID-19の抑制に関する制御問題や、障害物を避ける電動車いすの制御アルゴリズムの開発といった、現実世界の課題に対する応用も検討した。これらの成果は、国際会議と学術論文誌上で発表された。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究では、動的システムの理論と機械学習を融合した新しいフレームワークを提案した。これにより、データ駆動の手法が制御理論に効果的に統合され、システムの理解と予測の精度が向上した。また、スパース性を持つ最適制御問題の研究は、計算負荷の軽減と効率的なリソース利用を可能にし、これは大規模なシステムやデータセットを扱う現代の科学技術において極めて重要である。また、COVID-19の抑制に関する制御問題や電動車いすの制御アルゴリズムの開発など、実世界での問題も取り扱った。これらは公衆衛生への対応や高齢化社会における移動支援技術の進化に対する重要な貢献となる。

研究成果の概要（英文）：In this study, we investigated methods to integrate the estimation of dynamic systems into machine learning, and formulated constrained nonparametric regression problems as problems of optimal control. Specifically, we developed a new algorithm for solving the smoothing spline problem, which seeks the optimal curve from a dataset. We also analyzed the robustness of optimal control problems under environments with noise and explored solutions for sparse control problems. Furthermore, we examined real-world applications such as control problems related to COVID-19 suppression and the development of control algorithms for electric wheelchairs to avoid obstacles. These achievements have been presented at international conferences and published in academic journals.

研究分野：システム制御

キーワード：スパースモデリング 機械学習 最適制御 サイバーフィジカルシステム COVID19 データ駆動型制御
モビリティ 最適化

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

深層学習は機械学習分野における近年の最も重要な研究課題であり、またその社会実装も盛んに行われている。深層学習には人間を超える認識能力を示す応用(例えば画像認識)があるといっばうで、その説明可能性が大きな問題となっている。大量のデータで学習された深層学習は通常ブラックボックスであり、なぜそのような認識結果が得られたのか不明な場合が多い。このような性質は、例えば自動運転の視覚フィードバックに使う場合には、想定外の認識結果が出力される可能性があり、大きな問題となる。

この説明可能性を高める目的で、最近、ニューラルネットワークを微分方程式(ODE)で表現した「無限の層をもつ」深層学習(ニューラル ODE と呼ぶ)が提案され、機械学習分野で注目を集めている [R.T.Q.Chen et al., NuerIPS 2018]。ニューラル ODE では、残差ネットワーク(Residual Network, ResNet と略される)をある微分方程式の離散近似と解釈して、その離散化ステップをゼロに近づけた極限(連続化)として学習器が定式化される。ニューラル ODE は有限個の学習パラメータを持ち、ラベル付きデータからそれらのパラメータを勾配法により求める。微分方程式は数理的な解析が容易であり、フィードバックループの中にニューラル ODE がある場合でもシステムの安定性などの議論が可能となる。またスパースモデリングを導入し、モデル低次元化を行うことにより、説明可能性をさらに高めることができ、また機器への実装も容易となる。

ニューラル ODE の学習は、微分方程式を制約にもつ機械学習であるが、視点を変えれば、初期値(入力)と終端値(ラベル、出力)が与えられた状態方程式に対する最適制御問題として捉えることも可能である。このような視点に立つと、最適制御の様々なツールを援用できることになる。例えば、最大値原理(必要条件)を用いて最適パラメータの性質を調べたり、高速アルゴリズムを導出したりすることができる。

さらに、サイバーフィジカルシステム(Cyber-Physical System, 以下 CPS と略す)のように物理系と離散系が混在するシステムにおいても、微分方程式を制約としてもつ機械学習の問題が重要となる場合が多い。ところが、このような機械学習の問題に対して、現状では、背景にある微分方程式を無視し、完全にデータだけから学習を行う手法(深層学習やガウス過程回帰など)を用いることがほとんどである。一例として、自動車の GPS データ(位置情報データ)から道路上の軌跡を復元する問題を考えてみる。この問題は、位置情報の離散的な時系列データから曲線を求めるノンパラメトリック回帰となる。このとき、自動車の慣性にしたがって曲線は滑らかになるはずであり、また自動車は道路の外にはみ出してはならないという制約も存在する。すなわち、この問題は微分方程式制約と出力の絶対値制約をもつノンパラメトリック回帰問題となる。このような制約を例えば深層学習やガウス過程回帰に組み込むことは(従来の機械学習の手法では)不可能である。いっばう、この回帰問題を最適制御問題と捉えれば、制約を満たす解を求めることは可能であると考えられる。

研究代表者は制御信号の L_0 ノルムを最小化するスパース最適制御(動的スパースモデリング)を世界で初めて提案し、最大値原理による最適制御の特徴付けや L_1 凸緩和による高速解法を提案した(例えば [Nagahara et al., IEEE TAC 2016])。スパース最適制御は非平滑最適制御 [F. Clarke, Springer, 2013] と呼ばれるクラスに属し、従来のポントリャーギン最大値原理では対応できない。しかし、現時点で様々なタイプの非平滑最適制御問題に対する最大値原理が導出されている(例えば、[Chatterjee, Nagahara, et al., SCL, 2016], [Nagahara et al., Automatica 2019])。非平滑最適制御問題は、上記のような微分方程式制約つきの機械学習を最適制御として定式化したとき、自然に現れるものである。

2. 研究の目的

本研究の目的は、微分方程式の制約をもつ機械学習の問題に対して、最適制御理論からのアプローチを考察し、これまで解くことが困難であった問題を効率よく解く手法を提案することである。具体的には、以下の研究課題を解決することを目的とする。

1. 最適制御の必要条件(最大値原理)の導出と高速アルゴリズムの開発
2. 機械学習の諸問題への適用と数値解法のカスタマイズ
3. 実証実験(モビリティの位置情報データからの軌跡の復元)

以下、各研究目的について具体的に述べる。

1. 最適制御の必要条件(最大値原理)の導出と高速アルゴリズムの開発

前述のニューラル ODE や微分方程式制約付きノンパラメトリック回帰問題は、以下の最適制御問題として記述される。

$$\begin{aligned} & \underset{\theta \in \Theta}{\text{minimize}} && \sum_{i=0}^N \|y(t_i) - y_i\|_2^2 + \lambda \Omega(\theta) \\ & \text{subject to} && \\ & && \dot{x} = f(x, \theta), \quad y = h(x) \\ & && x(t_i) \in X_i, \quad y(t_i) \in Y_i, \quad i = 0, \dots, N \end{aligned}$$

ここで x は最適化の変数 (制御) であり, Θ は無限次元の関数空間の部分集合である。また λ は正則化項であり, Ω は正則化パラメータである。例えば動的スパースモデリングでは, L_0 ノルムが正則化項として使われる。最適解の性質を調べたり, 最適解の数値計算アルゴリズムを導出するためには, 上記の最適制御問題に対する必要条件を書き下すことが必須である。 L_0 ノルムのような非平滑な関数の場合に対する最大値原理はこれまで知られておらず, これを導出することが第一の目標となる。

また, 最大値原理から得られる必要条件是, 一般に 2 点境界値問題として記述され, 本研究で考察する非平滑な問題に対しても同様であると考えられる。この 2 点境界値問題に対する高速アルゴリズムを考案する。

2. 機械学習の諸問題への適用と数値解法のカスタマイズ

機械学習の具体例として, ニューラル ODE およびノンパラメトリック回帰の問題を考え, 対応する最適制御問題の記述と必要条件の導出, および高速アルゴリズムの導出を行う。それぞれの問題に対して, 特に正則化項の選択および数値解法の導出にはカスタマイズが必要である。機械学習の知見も導入し, 研究を進める。

3. 実証実験 (モビリティの位置情報データからの軌跡の復元)

微分方程式を制約としてもつ機械学習に対する最適制御アプローチの有効性を検証するために, GPS を搭載したモビリティの位置情報データから, その軌跡を復元する実証実験を行う。

3. 研究の方法

上記の 3 つの研究課題を解決するために, 以下の手順に従って研究を進める。

1. 平滑最適制御問題に対する最大値原理の導出と高速アルゴリズムの開発

前節で述べた中間点での制約を含む非平滑最適制御問題に対する必要条件是, 通常のポントリヤーギン最大値原理からは求めることができないが, Dmitruk と Kaganovich の最近の結果 [Dmitruk and Kaganovich, *Compt. Math. Model* 2011] を非平滑最適制御に拡張することにより必要条件を導出する。必要条件是 2 点境界値問題で記述されると考えられる。この 2 点境界値問題を数値的に解くことにより, 最適制御を求める。しかし, Dmitruk と Kaganovich の結果から得られる 2 点境界値問題に対して, 従来法であるシューティング法 (ニュートン法) では数値的に不安定になる場合が多いことがこれまでの初期検討でわかっている。そこで, シューティング法に変わる方法として, 確率近似法 (stochastic approximation, モンテカルロ法) をベースとした 2 点境界値問題の解法を探索する。

2. 機械学習の諸問題への適用と数値解法のカスタマイズ

ニューラル ODE は, 線形変換と非線形の活性化関数の組み合わせで関数 $f(x, \square)$ が表現される。活性化関数としては, シグモイド関数または区分的線形関数を考える。また, ノンパラメトリック回帰については, もとの微分方程式を線形と仮定して考察を進める。それぞれの場合について, 必要条件である 2 点境界値問題を書き下し, 高速アルゴリズムを導出する。また, 機械学習の既存の手法の結果とも比較し, 正則化項の検討やハイパーパラメータ (例えば λ) の選択を行う。

3. 実証実験

本研究の提案手法の有効性を検証するためにモビリティを用いた実験を行う。モビリティとして電動車いすや実際の自動車を用い, モビリティの動的モデル (線形と仮定) をシステム同定により求める。GPS データには欠損値やノイズが多く含まれると考えられる。ノイズ除去等の前処理を行い, 前述の最適制御問題を解くことによって, 地図上の軌跡をノンパラメトリックの形で求める。

4. 研究成果

本研究では, 機械学習のノンパラメトリック回帰問題を最適制御の問題として定式化し, その特性を必要条件から分析した。また, 新たな確率的手法による最適制御の数値解法を提案した。この解法は, 有限個のデータセットが与えられたときに, それらデータにフィットする滑らかな曲線を求める問題 (平滑化スプライン) に対して適用可能であり, 具体的には, Robbins-Monro アルゴリズムを拡張し, 初期推定値を求め, ニュートン法により数値解の精密化を図る手法を開発した。これらの手法は学術論文としてまとめられ, *Optimal Control, Applications and Methods* 誌及び *IEEE Control Systems Letters* 誌にて発表された。さらに, スパース最適制御問題に対

して、ノイズが存在する環境下でのロバスト性を解析した。その結果は、IFAC ROCOND 2022 及び IEEE Transactions on Automatic Control 誌にて公表した。また、これまでの研究成果をまとめて国際会議 MTNS2022 においてセミプレナリ講演を行い、サーベイ論文も International Journal of Robust and Nonlinear Control に掲載された。

また、サイバーフィジカルシステムにおける制御問題に取り組み、動的システムの間欠的な状態観測値から連続軌道を予測する問題を考察した。この問題は制約付きノンパラメトリック回帰問題として定式化し、適切に変換を行うことで最適制御の問題となる。これを具体化するために、電動車椅子に制御アルゴリズムを実装し、実験を行った。その結果、観測雑音が大きい状況での制御問題の定式化の重要性が確認された。

最後に、スパース最適制御をスパース時系列からのシステム同定やスパースフィードバック制御ゲインの設計、リアルタイム数値計算に適用した。これらの成果は、The 22nd International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS2022), 25th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems (MTNS2022), Asian Control Conference (ASCC2022), そして論文誌 IEEE Transactions on Automatic Control および Algorithms にて発表された。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計13件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 5件 / うちオープンアクセス 6件）

1. 著者名 Fujimoto Yusuke, Sato Hiroki, Nagahara Masaaki	4. 巻 25
2. 論文標題 Controller tuning with Bayesian optimization and its acceleration: Concept and experimental validation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Asian Journal of Control	6. 最初と最後の頁 2408 ~ 2414
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/asjc.2847	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Nagahara Masaaki	4. 巻 33
2. 論文標題 Sparse control for continuous time systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Robust and Nonlinear Control	6. 最初と最後の頁 6 ~ 22
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/rnc.5858	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Motonaka Kimiko, Watanabe Takuya, Kwon Yuhwan, Nagahara Masaaki, Miyoshi Seiji	4. 巻 8
2. 論文標題 Control of a quadrotor group based on maximum hands-off distributed control	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 International Journal of Mechatronics and Automation	6. 最初と最後の頁 200 ~ 200
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1504/IJMA.2021.120377	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -
1. 著者名 Schulzedarup Moritz, Book Gerrit, Quevedo Daniel E., Nagahara Masaaki	4. 巻 NA
2. 論文標題 Fast hands-off control using ADMM real-time iterations	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Automatic Control	6. 最初と最後の頁 1 ~ 1
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TAC.2021.3121255	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ikeda Takuya, Nagahara Masaaki	4. 巻 135
2. 論文標題 Resource-aware time-optimal control with multiple sparsity measures	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Automatica	6. 最初と最後の頁 109957 ~ 109957
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.automatica.2021.109957	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kumar Yogesh, Srikant Sukumar, Chatterjee Debasish, Nagaraha Masaaki	4. 巻 43
2. 論文標題 Sparse optimal control problems with intermediate constraints: Necessary conditions	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Optimal Control Applications and Methods	6. 最初と最後の頁 369 ~ 385
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1002/oca.2807	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Ikeda Takuya, Nagahara Masaaki, Chatterjee Debasish, Srikant Sukumar	4. 巻 6
2. 論文標題 Constrained Smoothing Splines by Optimal Control	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 1298 ~ 1303
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2021.3092638	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Nagahara Masaaki, Ogura Masaki, Yamamoto Yutaka	4. 巻 6
2. 論文標題 Iterative Greedy LMI for Sparse Control	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 986 ~ 991
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2021.3087964	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Nagahara M., Krishnamachari B., Ogura M., Ortega A., Tanaka Y., Ushifusa Y., Valente T. W.	4. 巻 35
2. 論文標題 Control, intervention, and behavioral economics over human social networks against COVID-19	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Advanced Robotics	6. 最初と最後の頁 733 ~ 739
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1080/01691864.2021.1928553	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Azuma Shun-ichi, Nagahara Masaaki	4. 巻 8
2. 論文標題 Majority Determination in Binary-Valued Communication Networks	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Control of Network Systems	6. 最初と最後の頁 838 ~ 846
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TCNS.2020.3038839	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ikeda Takuya, Nagahara Masaaki	4. 巻 5
2. 論文標題 Maximum Hands-Off Control With Time-Space Sparsity	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 IEEE Control Systems Letters	6. 最初と最後の頁 1213 ~ 1218
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/LCSYS.2020.3023265	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 TOKUSHIGE Tatsuki, FUJIMOTO Yusuke, NAGAHARA Masaaki	4. 巻 57
2. 論文標題 LPV-FIR Modeling of Wheelchair Dynamics and Its Application to Model Predictive Control	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers	6. 最初と最後の頁 156 ~ 161
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.9746/sicetr.57.156	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Nagahara Masaaki, Chatterjee Debasish, Challapalli Niharika, Vidyasagar Mathukumalli	4. 巻 113
2. 論文標題 CLOT norm minimization for continuous hands-off control	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Automatica	6. 最初と最後の頁 108679 ~ 108679
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.automatica.2019.108679	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

[学会発表] 計14件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 3件)

1. 発表者名 T. Ikeda, M. Nagahara, D. Chatterjee, and S. Srikant
2. 発表標題 Constrained smoothing splines by optimal control
3. 学会等名 60th IEEE Conference on Decision and Control (CDC2021)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 M. Nagahara, M. Ogura, Y. Yamamoto
2. 発表標題 Iterative greedy LMI for sparse control
3. 学会等名 60th IEEE Conference on Decision and Control (CDC2021)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 K. Motonaka, T. Watanabe, Y. Kwon, M. Nagahara, S. Miyoshi
2. 発表標題 Application of maximum hands-off distributed control to a quadrotor group
3. 学会等名 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (IEEE ICMA2021)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 M. Nagahara
2. 発表標題 Control and intervention over human social networks in COVID-19
3. 学会等名 IEEE International Conference on Advanced Robotics and Its Social Impacts (ARSO)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 T. Ikeda and M. Nagahara
2. 発表標題 Maximum hands-off control with time-space sparsity
3. 学会等名 IEEE L-CSS presentation, American Control Conference (ACC)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Z. Zhang and M. Nagahara
2. 発表標題 Linear quadratic tracking control with sparsity-promoting regularization
3. 学会等名 American Control Conference (ACC)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 永原
2. 発表標題 合意形成の数理: 個の振る舞いと全体最適化
3. 学会等名 第2回新学術領域合同シンポジウム - ソフトロボット学と発動分子科学の融合 -
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 永原
2. 発表標題 超スマート社会をつくるサイバーフィジカルシステム
3. 学会等名 第194回産学交流サロン（ひびきのサロン）「AIの新たな地平を切り拓く」
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 永原
2. 発表標題 スパースモデリングの基礎と応用
3. 学会等名 応用物理学会光波センシング技術研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 永原
2. 発表標題 スパースモデリングの基礎と応用
3. 学会等名 応用物理学会光波センシング技術研究会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 永原
2. 発表標題 マルチエージェントシステムの制御とソフトロボティクス
3. 学会等名 ROBOMECH2021ソフトロボットシンポジウム，日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Masaaki Nagahara, and Dragan Nesic
2. 発表標題 An Approach to Minimum Attention Control by Sparse Derivative
3. 学会等名 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Noboru Sakamoto, and Masaaki Nagahara
2. 発表標題 The turnpike property in the maximum hands-off control
3. 学会等名 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC2020), 2020 (国際学会)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 Yogesh Kumar, Sukumar Srikant, Masaaki Nagahara, Debasish Chatterjee, and Daniel E. Quevedo
2. 発表標題 Maximum hands-off feedback control for finite-time stabilization
3. 学会等名 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC2020) (国際学会)
4. 発表年 2020年

〔図書〕 計2件

1. 著者名 田中 聡久、藤本 悠介、永原 正章	4. 発行年 2021年
2. 出版社 コロナ社	5. 総ページ数 256
3. 書名 線形システム同定の基礎	

1. 著者名 Masaaki Nagahara	4. 発行年 2020年
2. 出版社 Now Publishers	5. 総ページ数 200
3. 書名 Sparsity Methods for Systems and Control	

〔産業財産権〕

〔その他〕

Masaaki Nagaharaのホームページ https://nagahara-masaaki.github.io/
--

6. 研究組織

氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------