

令和 6 年 5 月 31 日現在

機関番号：14501

研究種目：基盤研究(C)（一般）

研究期間：2020～2023

課題番号：20K03585

研究課題名（和文）微分幾何における解析と離散化の新展開

研究課題名（英文）Development of analysis and discretization in differential geometry

研究代表者

Rossman W. F. (Rossman, W. F.)

神戸大学・理学研究科・教授

研究者番号：50284485

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,300,000円

研究成果の概要（和文）：本研究は、滑らかな曲面の持つ多くの構造に着目して、その構造を保ったまま離散曲面理論に拡張するものである。次の3つの課題に取り組んだ。

・曲面上に現れる特異点が曲面の可積分系の性質とどのように関係があるかについての研究。・さらなる離散曲面の構成と構成の方法に現れる数学的性質の研究。・可積分系の方法で構成した滑らかな曲面に対して、曲面が特異点を持つ可能性および曲面の符号の変化の研究。

研究成果の学術的意義や社会的意義

この研究の意義は、滑らかな曲面と離散曲面が持つ数学的構造のさらなる解明と理解の促進や、離散微分幾何学を研究するベルリン工科大学、ウィーン工科大学、イギリスのバース大学との連携を深めることにあります。

English translation: The significance is to further promote understanding of smooth and discrete surfaces, and to promote discrete differential geometry, and to deepen international collaboration.

研究成果の概要（英文）：This research focused on the many structures that smooth surfaces have, and on maintaining this structure in the discrete analogues within surface theory. The following three issues were addressed: firstly, the study of how singularities appearing on surfaces are related to the properties of integrable systems of surfaces; secondly, the study of mathematical properties appearing in the construction of larger classes of discrete surfaces; thirdly, the study of smooth surfaces possibly having singularities and changes in their metric signature, by the methods of integrable systems.

研究分野：differential geometry

キーワード：differential geometry surface theory transformation theory surface representations Lie sphere geometry discrete surfaces Moebius geometry integrable systems

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

1. 研究開始当初の背景

Discrete differential geometry, abbreviated DDG, is an up and coming field on discretized manifolds of various types, which are studied from the perspective of differential geometric techniques. Recent growth has been centered in Berlin (Germany), Vienna (Austria) and Bath (England), although it has recently been given considerable attention in Japan as well. In all locations, the goal has been to convert curvature characteristics into notions within transformation theory that can be discretized, and then to finally recreate analogues of curvature properties in the discrete case. Discrete 1-dimensional curves and 2-dimensional surfaces have received particular attention, and the research in this project been focused primarily on the 2-dimensional case, which has applications to architecture, although the work here is focused on purely theoretical results.

2. 研究の目的

When using transformation theory of smooth surfaces to give alternate characterizations of curvature properties, the innate discrete nature of the transformations themselves provides clear direction in how to discretize manifolds and still maintain the same structure implied by the particular chosen curvature properties. From here, we can then go on to understand methods for constructing special classes of discrete surfaces and then understand their singularity behaviors and metric signature changes where applicable.

3. 研究の方法

The methodology for this research was to have regular joint research meetings with co-researchers focused on careful discussion to produce the desired objectives, then to publish results in refereed mathematical journals.

4. 研究成果

The following goals were achieved:

(1) With S. Fujimori, Y. Kawakami, M. Kokubu, M. Umehara and K. Yamada, we studied analytic extensions of constant mean curvature surfaces in space forms that are Lorentzian, and applied this to particular classes of surfaces, such as catenoid-type surfaces in flat Minkowski space and in de Sitter space.

(2) With M. Yasumoto, semi-discrete linear Weingarten surfaces that Weierstrass type representation formulas was developed, along with other related cases, including some conclusions on curve theory and singularity theory as well.

(3) With F. Burstall, U. Hertrich-Jeromin, J. Cho and M. Pember, the discretization of Omega surfaces was developed, leading to a full theory on their transformations.

(4) With J. Cho and T. Seno, new approaches for understanding the semi-discrete and fully discrete potential mKdV equations were provided, from the perspective of transformation theory.

We list here of the primary publications obtained during the period of this grant:

Discrete Isothermicity in Moebius Subgeometries

J. Cho, W. Rossman,

Anam Lecture Notes, Vol 2, 2020, pg. 37-81,

An introduction to Discrete Differential Geometry,

Ed. S.-D. Yang

http://math.korea.ac.kr/_res/math/etc/AnamLectureNotesVol2_20200210.pdf

Analytic extension of exceptional constant mean curvature one catenoids in de Sitter 3-space,

S. Fujimori, Y. Kawakami, M. Kokubu, W. Rossman, M. Umehara, K. Yamada,
Math. J. Okayama Univ. 62 (2020), 179-195

Semi-discrete linear Weingarten surfaces with Weierstrass-type representation and their singularities

M. Yasumoto, W. Rossman

Osaka J. Math., Volume 57, Number 1, 2020, 169-185

Discrete channel surfaces

U. Hertrich-Jeromin, W. Rossman, G. Szewieczek

Mathematische Zeitschrift, 294(1), 747-767, 2020

Wayne Rossman, Masashi Yasumoto

The differential geometry of discrete surfaces

Suugaku 73(1), pages 1-21 January 2021

Discrete mKdV Equation via Darboux Transformation

Joseph Cho, Wayne Rossman, Tomoya Seno

Mathematical Physics, Analysis and Geometry 24(3),

Article number: 25 (2021).

Discrete minimal nets with symmetries

J. Cho, W. Rossman, S.-D. Yang

In: Minimal surfaces: integrable systems and visualisation. T. Hoffmann, M. Kilian, K. Leschke, F. Martin (eds.). Springer Proceedings in Mathematics & Statistics 349. Cham: Springer International Publishing, 2021, 35-50.

doi: 10.1007/978-3-030-68541-6_3

Analytic extensions of constant mean curvature one geometric catenoids in de Sitter 3-space

S. Fujimori, Y. Kawakami, M. Kokubu, W. Rossman, M. Umehara, K. Yamada, S.-D. Yang

Article 101924, 35 pages,

Differential Geometry and its Applications 84 (2022)

Infinitesimal Darboux transformation and semi-discrete mKdV equation

Cho, Joseph; Rossman, Wayne; Seno, Tomoya

Nonlinearity 35 (2022) 2134-2146

F.E. Burstall, J. Cho, U. Hertrich-Jeromin, M. Pember, W. Rossman

Discrete Omega-nets and Guichard nets via discrete Koenigs nets

Proc. London Math. Soc. 126 (2023) 790-836.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計11件（うち査読付論文 9件 / うち国際共著 10件 / うちオープンアクセス 1件）

1. 著者名 J. Cho, W. Rossman, T. Seno	4. 巻 35
2. 論文標題 Infinitesimal Darboux transformation and semi-discrete mKdV equation	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Nonlinearity	6. 最初と最後の頁 2134-2146
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 S. Fujimori, Y. Kawakami, M. Kokubu, W. Rossman, M. Umehara, K. Yamada, S.-D. Yang	4. 巻 84
2. 論文標題 Analytic extensions of constant mean curvature one geometric catenoids in de Sitter 3-space	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Differential Geometry and its Applications	6. 最初と最後の頁 35
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 F.E. Burstall, J. Cho, U. Hertrich-Jeromin, M. Pember, W. Rossman	4. 巻 126
2. 論文標題 Discrete Omega-nets and Guichard nets via discrete Koenigs nets	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Proc. London Math. Soc.	6. 最初と最後の頁 790-836
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する
1. 著者名 W. Rossman, M. Yasumoto	4. 巻 73
2. 論文標題 The differential geometry of discrete surfaces	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Suugaku	6. 最初と最後の頁 1-23
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 J. Cho, W. Rossman, T. Seno	4. 巻 24(3)
2. 論文標題 Discrete mKdV Equation via Darboux Transformation	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Mathematical Physics, Analysis and Geometry	6. 最初と最後の頁 --
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Cho, W. Rossman, S.-D. Yang	4. 巻 --
2. 論文標題 Discrete minimal nets with symmetries	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 Proceedings of "Minimal surfaces: integrable systems and visualisation 2019", Springer	6. 最初と最後の頁 35-50
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 K. Saji, M. Umehara, K. Yamada (translator: W. Rossman)	4. 巻 --
2. 論文標題 Differential Geometry of Curves and Surfaces with Singularities	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 World Scientific Publishing, "Series in Algebraic and Differential Geometry"	6. 最初と最後の頁 --
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 U. Hertrich-Jeromin, W. Rossman, G. Szewieczek	4. 巻 294
2. 論文標題 Discrete channel surfaces	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Mathematische Zeitschrift	6. 最初と最後の頁 747-767
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 M. Yasumoto, W. Rossman	4. 巻 57
2. 論文標題 Semi-discrete linear Weingarten surfaces with Weierstrass-type representations and their singularities	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Osaka J. Math.	6. 最初と最後の頁 169-185
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 S. Fujimori, Y. Kawakami, M. Kokubu, W. Rossman, M. Umehara and K. Yamada	4. 巻 62
2. 論文標題 Analytic extension of exceptional constant mean curvature one catenoids in de Sitter 3-space	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Math. J. Okayama Univ.	6. 最初と最後の頁 179-195
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 J. Cho, W. Rossman	4. 巻 2
2. 論文標題 Discrete Isothermicity in Moebius Subgeometries	5. 発行年 2020年
3. 雑誌名 Anam Lecture Notes, An introduction to Discrete Differential Geometry (Ed. S.-D. Yang)	6. 最初と最後の頁 37-81
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 該当する

〔学会発表〕 計14件 (うち招待講演 14件 / うち国際学会 6件)

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Broadening discrete surface classes
3. 学会等名 Discrete Geometric Analysis and its Applications (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Omega surfaces, with relations to singularities and discretization
3. 学会等名 15th Mathematical Society of Japan - Seasonal Institute (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Discrete Omega surfaces and their transformations
3. 学会等名 5th International Workshop on Differential Geometry and Integrable Systems (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Surface theory, from Weierstrass representations to Lie sphere geometry
3. 学会等名 XIX RED RAIDER MINI-SYMPIOSIUM (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Darboux Transformations and Discretization of the mKdV Equation
3. 学会等名 日本応用数理学会2021年度年会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Discretization of Omega surfaces
3. 学会等名 サマースクール離散微分幾何チュートリアル2021 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 離散的な 曲面
3. 学会等名 2021年度福岡大学微分幾何研究集会 (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Broadening discrete surface classes
3. 学会等名 Discrete Geometric Analysis and its Applications, Tohoku University (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Discretization of the mKdV equation via transformation theory of curves and surfaces
3. 学会等名 Colloquium at Texas Tech University (USA) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Darboux Flow and Semi-Discrete mKdV Equation
3. 学会等名 九州大学マス・フォア・インダストリ研究所の第5回 伊都CREST ED3GEセミナー (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Infinitesimal Darboux transformation and semi-discrete mKdV equation
3. 学会等名 Differential geometry seminar in Turin (Italy) (招待講演)
4. 発表年 2020年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Discretization of the mKdV equation via transformation theory of curves and surfaces
3. 学会等名 Colloquium at Texas Tech University (USA) (招待講演)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Surface theory, from Weierstrass representations to Lie sphere geometry
3. 学会等名 XIX RED RAIDER MINI-SYMPOSIUM, DIFFERENTIAL GEOMETRY AND INTEGRABLE SYSTEMS, Texas, USA (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 W. Rossman
2. 発表標題 Curves and surfaces in discrete differential geometry
3. 学会等名 Spring School on Differential and Discrete Differential Geometry, Kobe Univ. (招待講演)
4. 発表年 2024年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 K. Saji, M. Umehara, K. Yamada (translator: W. Rossman)	4. 発行年 2021年
2. 出版社 World Scientific Publishing, "Series in Algebraic and Differential Geometry"	5. 総ページ数 300
3. 書名 Differential Geometry of Curves and Surfaces with Singularities	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究 分担者	安本 真士 (Yasumoto Masashi) (70770543)	徳島大学・大学院社会産業理工学研究部(理工学域)・講師 (16101)	Yasumoto studied singularities of discrete surfaces with Weierstrass type representations.

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計15件

国際研究集会 Symmetry and Stability in Differential Geometry of Surfaces, Nagoya	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 4th International Workshop "Geometry of Submanifolds and Integrable Systems", Osaka	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 MSJ-SI "Differential Geometry and Integrable Systems", Osaka	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 Applications of Harmonic Maps and Higgs Bundles in Differential Geometry, Kyoto	開催年 2022年～2022年

国際研究集会 5th International Workshop on Differential Geometry and Integrable Systems, Takamatsu	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 3rd Conference on Surfaces, Analysis and Numerics, Korea	開催年 2023年～2023年
国際研究集会 3rd Shot of the 13th MSJ-SI "Differential Geometry and Integrable Systems", Osaka	開催年 2023年～2023年
国際研究集会 第27回大阪市立大学国際学術シンポジウム、可視化の数理と、対称性およびモジュライの 深化	開催年 2021年～2021年
国際研究集会 1st FukKO Lectures on Discrete Constrained Willmore Surfaces, Fukuoka-Kobe-Osaka Joint Lectures on Differential Geometry	開催年 2021年～2021年
国際研究集会 Symmetry and Stability in Differential Geometry of Surfaces, Nagoya University	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 4th International Workshop "Geometry of Submanifolds and Integrable Systems", Osaka City University	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 MSJ-SI "Differential Geometry and Integrable Systems", Osaka City University	開催年 2022年～2022年
国際研究集会 Geometry of Submanifolds and Integrable Systems, Kyoto University	開催年 2020年～2020年
国際研究集会 Maths Meets Arts Online Festival, University of Leicester, England	開催年 2020年～2020年
国際研究集会 第27回大阪市立大学国際学術シンポジウム、可視化の数理と、対称性およびモジュライの 深化	開催年 2021年～2021年

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関			
オーストリア	Vienna Institute of Technology			
英国	Bath University			
韓国	Korea University			