

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月23日現在

機関番号：11301

研究種目：基盤研究（B）

研究期間：2009～2012

課題番号：21340019

研究課題名（和文） 散逸系孤立波の相互作用理論の新展開

研究課題名（英文） Study on the strong interaction among spatially localized patterns in dissipative systems

研究代表者

西浦 廉政（NISHIURA YASUMASA）

東北大学・原子分子材料科学高等研究機構・教授

研究者番号：00131277

研究成果の概要（和文）：

空間的に局在し、自走する粒子解とよばれるパターンは神経パルス、ガス放電現象、2相対流問題、さらに真正粘菌ダイナミクス等に現れる。粒子解同士あるいは不均一媒質等の環境との強い相互作用で、これらは消滅、合体、分裂等の多彩なダイナミクスを示す。これらの統一的理解のために、高い余次元をもつ分岐特異点解析、数値的大域分岐解析、有限次元への縮約理論を組み合わせることにより、環境との相互作用を含む様々な衝突現象をその遷移ダイナミクスまで含めて明らかにした。

研究成果の概要（英文）：

Spatially localized traveling patterns appear ubiquitously in nature such as neural system, gas-discharge phenomena, chemical reaction, binary convection, and motion of true slime mold. They display a variety of dynamic patterns like annihilation, coalescence, and splitting via collisions or interaction with environments. For the comprehensive understanding of these phenomena, we combine several theoretical and numerical approaches like local bifurcation analysis of higher codimension, numerical path-tracking, and reduction to finite dimensional systems, which allow us to clarify the mathematical mechanism controlling behind those dynamics.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	4,300,000	1,290,000	5,590,000
2010年度	2,600,000	780,000	3,380,000
2011年度	3,000,000	900,000	3,900,000
2012年度	3,100,000	930,000	4,030,000
年度			
総計	13,000,000	3,900,000	16,900,000

研究分野：散逸系におけるパターン形成

科研費の分科・細目：数学、数学一般（含確率論・統計数学）

キーワード：空間局在解、大域分岐、応用数学、真正粘菌、自己組織化、反応拡散系、対流、パターン形成

1. 研究開始当初の背景

散逸系における孤立波（空間局在進行波解）は神経軸策の action potential の伝

播を記述する Hodykin-Huxley 方程式やその簡略版の FitzHugh-Nagumo 方程式のパルス解がよく知られているが、1990年代に入

り、新たな散逸系孤立波（しばしば粒子解とも呼ばれる）のクラスが実験系やそのモデル方程式のシミュレーションから知られるようになった。金属表面化学反応、ガス放電系、2相流体における対流運動などがその典型例である。またバイオイメージング技術の発展により遺伝子発現の孤立波も実験的に見つかっている。これらの現象のミクロな詳細は全く異なるにも関わらず、その動的振る舞いは極めて共通するものが多い。しかしそれらの粒子解に対して、粒子間相互作用、とりわけ消滅も伴う強い相互作用については全く未開拓であった。代表者らのグループにより、その背後に不安定解が関与していることが徐々に明らかにされてきたが、より包括的な数理解にはほど遠い状況である。媒質が不均一の場合の粒子解ダイナミクスは環境との相互作用問題であり、この解明も大きな課題として残っている。

2. 研究の目的

本研究の主題は様々な分野に現れる散逸系孤立波の相互作用ダイナミクスに共通する数理的構造を抜き出し、それを基に複雑な相互作用を予測・制御し、実験系に携わる研究者にも指針を与えうる数理的枠組みを抽出することである。その根本思想は「不安定解の全体が成すネットワーク構造からの視点」に立ってダイナミクスを理解することである。いわば見えないものから見えるものの振る舞いを捉えようとする立場である。これは一見不自然に思われるかもしれないが、衝突により多様な出力が生み出されるためには、その出自においてはアトラクターではなく、不安定次元が高い状態を経由しているはずであると考えれば納得が行く。これは観測にかかるもののみが意味をもつという実験家の立場とは反対の極にあるが、表現型の多様性の裏にある普遍的数理構造こそが、全体を統御するという視点は将来実験家にとっても重要な指針となると思われる。また乱流を理解する上で不安定周期解の立場から見直すことで新たな視野が開けるとい最近の結果も我々の立場と共通するものである。具体的には散逸系孤立波の衝突現象や媒質が不均一な場合における伝搬ダイナミクス及びそれらの生命科学への応用について研究を推進する。

3. 研究の方法

4つの研究班：構造探索計算班（西浦、上田、寺本、長山）、縮約理論解析班（西浦、栄、上田）、スペクトル解析班（上田、栄）、生命科学実験班（中垣、高木）を代表者西浦の統括により、実験、モデル、シミュレーション、解析のシームレスな協働関係を形成し

た。散逸系粒子解衝突、不均一場ダイナミクス、有限次元縮約ダイナミクス2相対流衝突過程、発生過程・真正粘菌ダイナミクス等のテーマについて、分岐理論、特異点理論を含む力学系理論、偏微分方程式論、大域分岐枝追跡等の数値的手法も用いつつ、分担者、連携研究者が一体となり、孤立波の相互作用理論の総合的解明を実施した。

4. 研究成果

散逸系の粒子解の強い相互作用の数理的機構の解明は未解決問題として残っていたが、本研究の成果により、格段の飛躍を見た。それは不安定解の族の成すネットワーク構造に着目すると同時に、それを生み出す組織中心としての高い余次元をもつ分岐特異点の開折という視点が大きな転換点となった。それによりその途中の遷移過程も明らかになり、全体像が明確にされた。この普遍的見方は反応拡散系の粒子解ダイナミクスのみならず、空間局在解が現れる2相対流問題やバイオロジーへの問題など極めて広い応用範囲をもち、大きな影響力をもった。以下にその代表例を述べる。

(1) 空間非一様な媒質中における粒子解の多様な振る舞いを生み出す組織中心の探索とそのメカニズムの解明を行った。粒子解の不安定性に着目し、偏微分方程式系の数値シミュレーションと数値分岐解析によって、不安定性のタイプとそれらがもたらす変化の全体像を示した。不安定性が生じる特異点近傍において粒子解の運動を表す縮約方程式を導出し、その詳細な数理解析が可能となった。このような数値解析と数理解析をブレンドしたアプローチを確立し、空間2次元におけるスポット解の問題に展開し、回転運動の発見とその出自について明らかにした。また空間1次元におけるパルス解を2つのフロント解の結合として表し、その界面の運動方程式と偏微分方程式を組合わせたハイブリッド系にかき直すことで、詳細な理論計算が可能となり、無限遠にあるパルス解やパルス幅の発散等、解析的な取り扱いを要する問題を明らかにした。

(2) Gray-Scott モデルと呼ばれる反応拡散系では、空間領域の拡大によりパルス（空間局在パターン）が次々に分裂する現象が観察される。空間一様な領域拡大に対してはパルスの数が2倍ずつ増加する同時分裂過程が広く知られているが、我々が行った数値実験によって領域拡大速度に応じて分裂過程が変化することが明らかになった。その仕組みを解明するために、計算機を用いた大域的分岐構造解析と縮約法を

用いた厳密解析を行った。大域的分岐構造解析では定常パルス解の固有値と最不安定方向の領域サイズ依存性、及び定常解から延びる不安定多様体の振る舞いを調べることによって、数値シミュレーションで観察される分裂過程がサドルノード分岐に起因することを発見した。

大域的分岐構造解析で得られた結果を基にサドルノード分岐点近傍において縮約法を適用し、パルスダイナミクスを有限次元の常微分方程式で記述した。この方程式を解析することによって、数値実験で得られた固有値と固有ベクトルの変化が任意のパルス数で普遍的にみられることを証明した。数学解析を行うことによって数値実験では予想が困難な次のような結果を得ることができた。

- ① Gray-Scott モデルでみられる特徴的な分裂過程は様々なシステムにおいて普遍的にみられる現象であることを示すことに成功した。実際、代表的な反応拡散系である FitzHugh-Nagumo 方程式や Gierer-Meinhardt モデルにおいて同様の分裂過程が現れることを確認した。
 - ② 分裂過程を制御するための条件を示すことに成功した。
 - ③ 線形に広がる領域では同時分裂は有限回の分裂で破綻することを示した。
- (3) 2種混合流体の熱対流における空間局在構造は、convecton と呼ばれる定常解とある種の進行解 (Localized traveling wave; LTW) がある。前者については分岐図が作られており、局在構造を構成する対流セルの数に応じた snake 構造が見られ、反応拡散系などでも同種の分岐図が得られている。しかし後者は群速度で動く座標系で時間周期解となる (時間周期定常進行解) が予想されるがその解はこれまで求められておらず、したがって分岐構造も明らかでなかった。本研究では LTW を解として求め、大域分岐図を作成することに成功した。その構造は convecton とは大きく異なっており、snake 構造ではなく S 字型構造となっている。この解を元に 2 つの LTW 間の衝突実験を行い、両者の位相に応じた入出力関係を明らかにした。この入出力関係はレイリー数 (Ra) により異なっている。Ra=1950 の場合、annihilation が起きるのは位相差が π の場合がほとんどであること、定常解 (10-cell convecton) が表れるためには位相差が 0 であることが必要条件であること、それ以外の場合は右または左に進む単一の LTW であることを明らかとした。熱伝導状態からわずかに外れる Ra=1960 の場合は annihilation は

存在せず、代わりに対流セルが全領域を覆うケースが多く見られる。これらの結果は系の安定・不安定構造を結ぶヘテロクリニックネットワークの一部をなしている。本系での解析結果は新しいクラスの空間局在解の分岐構造を解析し、その性質が既存のクラスの解とは異なることを明らかにしたこと、また解の性質転換を伴うネットワークの実例を提示したという意義がある。

(4) 今後の展望としては、高次元、とりわけ空間 3 次元における粒子解の存在、安定性やその衝突問題がある。数値的には 3 種反応拡散方程式系において得られているが、その振る舞いは、ほとんど未開拓である。また空間 2、3 次元の動的粒子解の存在には、ドリフト分岐を用いる方法以外に、計算機支援による存在証明も可能と思われる。しかしその詳細は今後の課題である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 21 件)

- ① K. Nishi, Y. Nishiura, T. Teramoto, Dynamics of two interfaces in a hybrid system with jump type heterogeneity, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, published on-line: 2013.
DOI:10.1007/s13160-013-0100-x
- ② T. Watanabe, M. Iima and Y. Nishiura, Spontaneous formation of travelling localized structures and their asymptotic behaviours in binary fluid convection, Journal of Fluid Mechanics, 査読有, Vol. 712, 2012, 219-243.
DOI:10.1017/jfm.2012.413
- ③ K. Ueda, S. Takagi, T. Nakagaki, Tactic direction determined by the interaction between oscillatory chemical waves and rheological deformation in an amoeba, Physical Review E, 査読有, Vol. 86, Issue 1, 2012, 011927(1-6).
DOI:10.1103/PhysRevE.86.011927
- ④ Y. Nishiura, T. Teramoto, Refraction, Reflection and Splitting: With thanks to all the people who allowed us to continue to make a research, RIMS Kokyuroku Bessatsu, 査読有, Vol. B31, 2012, 167-194.
<http://ci.nii.ac.jp/naid/110009460972>
- ⑤ Y. Nishiura, T. Teramoto, X. Yuan,

- Heterogeneity-induced spot dynamics for a three-component reaction-diffusion system, Communications on Pure and Applied Analysis, 査読有, Vol.11, Issue 1, 2012, 307-338.
DOI:10.3934/cpaa.2012.11.307
- ⑥ K. Ueda, Y. Nishiura, A mathematical mechanism for instabilities in stripe formation on growing domains, Physica D, 査読有, Vol.241, Issue 1, 2012, 37-59.
DOI:10.1016/j.physd.2011.09.016
- ⑦ 渡辺 毅、飯間 信、西浦 廉政, 二成分混合流体対流に現れる空間局在解の安定性, 日本流体力学会年会 2011 講演要旨集, 査読無, 2011.
<http://rnaui.ndl.go.jp/books/2012/12/000011273069.php>
- ⑧ Y. Nishiura, T. Teramoto, Collision dynamics in dissipative systems, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol.59, 2011, 13-25.
https://www.jstage.jst.go.jp/browse/nctam/59/0/_contents
- ⑨ T. Watanabe, K. Toyabe, M. Iima and Y. Nishiura, Time-periodic traveling solutions of localized convection cells in binary fluid mixture, Theoretical and Applied Mechanics Japan, 査読有, Vol.59, 2011, 211-219.
https://www.jstage.jst.go.jp/browse/nctam/59/0/_contents
- ⑩ M. Yadome, K. Ueda, M. Nagayama, Chaotic motion of propagating pulses in the Gray-Scott model, Physical Review E, 査読有, Vol.83, Issue 5, 2011, 056207(1-6).
DOI:10.1103/PhysRevE.83.056207
- ⑪ K. Ueda, S. Takagi, Y. Nishiura and T. Nakagaki, Mathematical model for contemplative amoeboid locomotion, Physical Review E, 査読有, Vol.83, Issue 2, 2011, 021916(1-9).
DOI:10.1103/PhysRevE.83.021916
- ⑫ P. van Heijster, A. Doelman, T. J Kaper, Y. Nishiura and K. Ueda, Pinned fronts in heterogeneous media of jump type, Nonlinearity, 査読有 Vol.24, No.1, 2011, 127-157.
DOI:10.1088/0951-7715/24/1/007
- ⑬ T. Teramoto, Y. Nishiura, Morphological characterization of the diblock copolymer problem with topological computation, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, Vol.27, Issue 2, 2010, 175-190.
DOI:10.1007/s13160-010-0014-9
- ⑭ M. Nagayama, K. Ueda and M. Yadome, Numerical approach to transient dynamics of oscillatory pulses in a bistable reaction-diffusion system, Japan Journal of Industrial and Applied Mathematics, 査読有, Vol.27, Issue 2, 2010, 295-322.
DOI:10.1007/s13160-010-0015-8
- ⑮ 渡辺 毅、鳥谷部 和孝、飯間 信、西浦 廉政, 二成分混合流体対流における漸近挙動:局在構造の自発的発現と集団運動, 日本流体力学会年会 2010 講演論文集, 査読無, 2010, 34.
<http://ci.nii.ac.jp/naid/110008460026>
- ⑯ 渡辺 毅、鳥谷部 和孝、飯間 信、西浦 廉政, 二成分混合流体対流に現れる様々な流れとその性質, 第 59 回 理論応用力学講演会講演論文集, 査読無, 2010, 167-168.
<http://jglobal.jst.go.jp>
J-GLOBAL ID=201002295046639769
- ⑰ T. Teramoto, K. Suzuki, Y. Nishiura, Rotational motion of traveling spots in dissipative systems, Physical Review E, 2009, Vol. 80, Issue 4, 046208(1-10).
DOI:10.1103/PhysRevE.80.046208
- ⑱ S. Ei, Y. Nishiura and K. Ueda, Pulse dynamics for reaction-diffusion systems in the neighborhood of codimension two singularity, Journal of Math-for-industry, 査読有, Vol.1, Issue 2009B-2, 2009, 91-95.
<http://hdl.handle.net/2324/15583>
- ⑲ 渡辺 毅、鳥谷部 和孝、飯間 信、西浦 廉政, 二成分混合流体中に現れる局在型対流解の分岐構造と相互作用, 日本流体力学会年会 2009 講演論文集, 査読無, 2009, 50.
<http://ci.nii.ac.jp/naid/110008459730>
- ⑳ Y. Nishiura, Dynamics of Particle Patterns in Dissipative Systems : Splitting · Destruction · Scattering, Sugaku expositions, 査読有, Vol.22, No.1, 2009, 37-55.
<http://hdl.handle.net/2115/42600>
- ㉑ T. Teramoto, X. Yuan, M. Bär, Y. Nishiura, Onset of unidirectional pulse propagation in an excitable media with asymmetric heterogeneity, Physical Review E, Vol.79, Issue 4, 2009, 046205(1-16).
DOI:10.1103/PhysRevE.79.046205

[学会発表] (計 36 件)

- ① T. Teramoto and Y. Nishiura,

Heterogeneity-induced spot dynamics in dissipative systems, 2012 SIAM Conference on Nonlinear Waves and Coherent Structures, Geometric Methods for Advection- reactiondiffusion Systems - Part I of II, 2012年6月15日, Seattle, USA

- ② Y. Nishiura, Deformations, Internal Dynamics and Network of Unstable Patterns, ICIAM2011, 2011年7月18日, Vancouver, Canada
- ③ 渡辺 毅、鳥谷部 和孝、飯間 信、西浦 廉政, 二成分混合流体対流における漸近挙動:局在構造の自発的発現と集団運動、日本流体力学会年会2010、2010年9月9日、北海道大学高等教育機能開発センター(札幌市)
- ④ 西浦 廉政、遷移ダイナミクスにおける不安定性の思想、日本数学会秋季総合分科会、2010年9月24日、名古屋大学東山キャンパス(名古屋市)
- ⑤ Y. Nishiura, Collision dynamics and rotational motion of dissipative particles, Japanese French Meeting ReaDiLab 2010 Spatio-Temporal Patterns from Mathematics to Biomedical Applications, 2010年3月17日, Archamps, France
- ⑥ Y. Nishiura, Collision dynamics in dissipative systems, International Workshop on Self-organization in Chemical and Biological Systems: Modeling, Analysis and Simulation, 2009年7月8日, 明治大学駿河台キャンパス(東京都)

[図書] (計3件)

- ① 西浦 廉政、岩波書店、越境する数学、2013、1-8
- ② 西浦 廉政、寺本 敬、サイエンス社、臨時別冊・数理学『現象から方程式を創り出す』(砂漠化問題のバスタブモデル)、2012、114-121
- ③ 西浦 廉政、丸善株式会社、現代界面コロイド科学の事典(生成・伝搬・崩壊のパターンダイナミクス)、2010、264-266

[産業財産権]

○出願状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

○取得状況(計0件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ等

<http://researchmap.jp/ynishiura/>

<http://www.wpi-aimr.tohoku.ac.jp/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

西浦 廉政 (NISHIURA YASUMASA)
東北大学・原子分子材料科学高等研究機構・教授
研究者番号: 00131277

(2) 研究分担者

上田 肇一 (UEDA KEIICHI)
富山大学・大学院理工学研究部・准教授
研究者番号: 00378960

寺本 敬 (TERAMOTO TAKASHI)
旭川医科大学・医学部・准教授
研究者番号: 40382543

飯間 信 (IIMA MAKOTO)
広島大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号: 90312412

(3) 連携研究者

中垣 俊之 (NAKAGAKI TOSHIYUKI)
公立ほこだて未来大学・複雑系知能学科・教授
研究者番号: 70300887

高木 清二 (TAKAGI SEIJI)
北海道大学・電子科学研究所・助教
研究者番号: 80372259

栄 伸一郎 (EI SHINICHIRO)
九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授
研究者番号: 30201362

長山 雅晴 (NAGAYAMA MASA HARU)
北海道大学・電子科学研究所・教授
研究者番号: 20314289