様式Ｃ－１９

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成　24 年　5 月　7 日現在

機関番号：32660
研究種目：基盤研究（C）
研究期間：2009 ～ 2011
課題番号：21510165
研究課題名（和文）　流体待ち行列ネットワークによる混雑現象の解明と最適制御

研究課題名（英文）　Study on congestion and optimal control for fluid networks of queues

研究代表者
宮沢　政清（MIYAZAWA MASAKIYO）
東京理科大学・理工学部・教授
研究者番号：80110948

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は流体待ち行列を使って大量の客がネットワーク上を動きサービスを受けるシステムの混雑現象を解明し，最適な設計と運用のための理論を構築することである．このための基礎的研究として，反射壁がある多次元非負値領域上の拡散過程やランダムウォークの定常分布の漸近特性を解明し，その結果をネットワークの設計や運用に応用した．特に，ノードが２つのネットワークに対応した２次元の確率過程については，詳細な漸近特性を得ることができた．

研究成果の概要（英文）：This research aims to elucidate congestion mechanism of queueing networks with large numbers of customers and to establish theoretical basics for their optimal design and operations. For this, we described the network systems by reflecting processes (of diffusion and random walk) on multidimensional nonnegative orthants, and studied the tail asymptotics of their stationary distributions. In particular, we have obtained those tail asymptotics for the two dimensional reflecting processes, and apply the solutions to the optimal design and operations.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合　計
2009 年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2010 年度	900,000	270,000	1,170,000
2011 年度	900,000	270,000	1.170,000
年度			
年度			
総　計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：複合新領域
科研費の分科・細目：社会・安全システム科学・社会システム工学・安全システム
キーワード：ＯＲ，待ち行列ネットワーク，反射型多次元確率過程，稀少確率の漸近理論

１．研究開始当初の背景

大量の客が到着する大規模なサービスネットワークでは，個々の客の寄与は小さくとも累積すると大きな影響をもたらす．このようなネットワークにおいて，最悪の事態はどのように発生し，その確率をどのように見積もることができるであろうか．この疑問が本研究の動機である．この確率は性能評価や最適制御に役立てることができる．例えば，ネットワークの一部のノードにおいて滞留（待ち）が非常に大きくなるとシステムの運用上大きな障害となるが，事前に生起確率がわかれば対策を立てることができる．この事象の確率は定常分布により評価できるが，ネットワークの状態は多次元的であり，定常分布を求めることは理論的だけでなく数値的にも

難しい．また，生起確率は非常に小さく，シミュレーションなどによる見積もりが困難である．このため，応用上の重要性にもかかわらず，理論研究が遅れていた．

一般にサービスネットワークは到着，サービス，経路選択などに関するパラメータによりモデルを決めることができる．したがってこれらのモデルパラメータを使ってネットワーク内で大きな混雑が発生する確率を見積もることが重要である．これは，単に数値計算的に確率を求めるだけでなく，モデルのパラメータの関数として確率を求める必要性を意味している．ネットワークの規模が大きくなるとモデルのパラメータは指数的に増大する．これより，モデルのパラメータから重要な要素をうまく取る出す工夫も必要となる．

２．研究の目的

大量の客の動きを連続的な流体と見なすモデルは古くから研究され，流体待ち行列と呼ばれている．本研究の目的はこの流体待ち行列を使って，大量の客がネットワーク上を動きサービスを受けるシステムの混雑現象を解明し，モデルのパラメータから結果を簡単に読み取れる解の表現を導き，最適な運用のための理論を構築することである．

この目的のために，当初の計画ではランダムな要因を有限個の背後状態の変化により表すマルコフ変調型の流体ネットワーク過程のみを使う予定であった．しかし，理論的な基礎が不十分であり，関連した確率過程である離散時間加法過程や時間的に連続的な状態変化を表すブラウン運動も含めた総合的な研究を行い，応用も広い範囲のモデルから選んで行うこととした．目的は変わらないが方法を少し変更して研究を行った．

３．研究の方法

確率過程理論に基づいたモデル化を行い，定常分布の漸近的な特性を調べる．ここに，未知の正値関数 $f(x)$に対して既知の正値関数 $g(x)$が $x\to\infty$のとき，

$$f(x)/g(x) \to 1$$

ならば $g(x)$を $f(x)$の精密な漸近関数と呼び，

$$\log f(x) / \log g(x) \to 1$$

ならば $g(x)$を $f(x)$の粗い漸近関数と呼ぶ．漸近特性とはこれらの漸近関数を求めることである．このために，本研究では確率論だけでなく，複素関数，特に解析関数の理論，凸領域を制約条件とする最大・最小化問題を解くための非線形最適化理論，図形を分類するための位相幾何学など異なる分野の数学を使う．具体的には，各種の反射壁をもつ多次元確率過程に対して次の手順で研究を行った．

(1) モデル化：システムの変化を，正確に数学を使って記述する．状態の集合は多次元であるが，状態の値は連続的な場合と離散的な場合がある．また，時間も連続的な場合と離散的な場合がある．いずれの場合においても重要な点は，観測しやすいデータから推測できるモデルパラメータを用い広い範囲に適用できるモデルを作ることである．本研究ではこのためのモデルとして，反射壁のある多次元ブラウン運動と多次元ランダムウォーク，マルコフ変調型の流体ネットワーク，反射壁のある多次元ランダムウォークをマルコフ変調により一般化した反射型のマルコフ加法過程の４種類の多次元確率過程を用いた．

(2) 安定性条件：定常分布を求めるためには，その存在条件（これを安定性条件という）をモデルのパラメータを使って表す必要がある．３次元以下の場合には既存の研究があり，本研究は主に２次元の場合を対象としたのでこれらの結果を利用する．ただし，本研究では，これらの条件を図形により幾何学的に表現し解析に役立てる．

(3) 漸近特性の導出：定常分布の裾の漸近特性を求めるには，マルコフ加法過程とその占有測度を使う方法，定常方程式を関数方程式と見なし，境界上の関数から領域内の関数を決める境界値問題として解析的に定常分布の母関数や積率母関数を求める方法，大偏差値理論を適用する方法などがある．本研究では反射壁のある多次元ランダムウォークに適用が容易な占有測度の漸近特性を使う方法と，研究を進めていく中で見つかった新しい方法として，定常分布の積率母関数の収束領域を求めてから解析的に調べる方法により漸近特性を求める．

(4) 結果の表現：結果をわかりやすく表現するために，漸近特性の結果を，図形を使って視覚的に表す．このために図形をモデルのパラメータを用いて表す．

(5) 応用：(4)の結果を使い最適なシステム設計と運用のためにどのようにモデルパラメータを選ぶとよいかを検討する．

(6) 拡張：以上の研究は主に２次元（２ノードのネットワークに対応）の確率過程を対象とするものであるが，これらの結果を３次元以上の確率過程に拡張する．

４．研究成果

以下の成果を得ることができた．なお，(2)，(4)，(5)の①，②，③は国際共同研究である．

(1) １次元のマルコフ変調型流体モデル
　有限なバッファーを持つマルコフ変調型の流体モデルについて，定常分布をバッファーが空とバッファーが満杯の状態（境界）上の定常確率と境界を取り除いた場合の占有測度を用いて表し，バッファーを大きくした場合の損失率の精密な漸近特性を求めた（論文②）．この確率過程は１次元でありネットワークに直接適用することはできない．しかし，基本的な考え方は多次元へ拡張可能であり，基礎研究として役だった．

(2) 離散時間多次元マルコフ加法過程
　多次元の加法成分をもつマルコフ加法過程に対してWiener-Hopf分解を拡張した．この結果を利用し，反射壁をもつ多次元マルコフ加法過程の定常分布を占有測度と境界上の測度を用いて表した．この定常分布の表現が漸近特性を求めるのに役立つことを示した（論文⑨）．

(3) マルコフ変調型の流体ネットワーク
　上記の(1)と(2)及び下記の関連研究に基づき，定常分布の漸近特性を得るために定常方程式を導き基本的な特性について調べた（論文を執筆中）．

(4) (3)のための基礎研究として反射型多次元ランダムウォークの定常分布の漸近特性を調べた．特に２次元の場合には座標軸方向の周辺分布について精密な漸近特性を図形を使って求めることができた．また，この解がシステムの設計に役立つことを,例を使って示した（論文③，⑥，⑦，⑧）．

(5) 反射壁をもつ多次元ブラウン運動
　① 2段直列型のネットワークをブラウン運動により近似的に表し，その定常分布の精密な漸近特性を求めた（論文①）．
　② ２次元の一般的な場合に，すべての方向に対して周辺分布の裾の精密な漸近特性を求めることができた（論文⑤）．
　③ ②の結果を任意の裾領域へ拡張し，減少率（粗い漸近特性）を図形を使って求めた（J.G. Dai教授と共同執筆した論文を投稿中）
　④ ３次元以上の場合について，定常分布の任意の方向への減少率を予想し，部分的に証明を行った（論文④）．

(6) 方法論の研究
　①占有測度の漸近特性を使う方法
　　定常分布は占有測度と境界上の分布を使って表すことができる．この表現を使って漸近特性を求める方法が研究されてきた．この方法の特徴は占有測度が加法的な特性もつため積率母関数などの変換により１次元低い問題へ置き換えることができる点である．本研究においてもこの方法の精密化と，一般的な反射型マルコフ加法過程に適用する方法を得た．
　② 定常不等式による新しい方法
　　現在までの所①の方法は２次元（②ノードのネットワークに対応）までしか適用できない．一方，積率母関数を使い定常分布を解析的に求め，漸近特性求める研究が古くから行われてきた．しかし，ネットワークモデルでは例外的な場合を除いて解析解を求めることができないので，この方法を利用できない．この限界を超えるために，積率母関数について，定常方程式ではなく，より広く成り立つ定常不等式を導き，定常分布の積率母関数の収束領域を求める方法を考えた．収束領域を求めることができれば，領域の境界の近傍において積率母関数を複素変数の関数として解析的に拡張すると，拡張された関数は境界上に特異点をもち，その周辺の特性から定常分布の漸近特性を求めることができる．全く新しい方法であるため，従来の方法と比較した総合的研究を行った（論文⑥，⑦）．

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計９件）

① Masakiyo Miyazawa, Tomasz Rolski, Exact asymptotics for a Levy-driven tandem queue with an intermediate input, Queueing Systems,査読有, Vol. 63, 2009, 323-353.

② Yutaka Sakama, Masakiyo Miyazawa, Asymptotic behaviors of the loss rate for Markov modulated fluid queue with a finite buffer, Queueing Systems,査読有, Vol.65, 2010, 19-42.

③ Masahiro Kobayashi, Masakiyo Miyazawa, Yiqiang Q. Zhao, Tail asymptotics of the occupation measure for a Markov additive process with an M/G/1-type background process, Stochastic Models,査読有, Vol.26, 2010, 463-486.

Papers not yet reported to SUT office.

④ Masakiyo Miyazawa, Masahiro Kobayashi, Conjectures on tail asymptotics of the stationary distribution for a

multidimensional SRBM, Queueing Systems, 査読有, Vol. 68, 2011, 251-260.

⑤ Jim G. Dai, Masakiyo Miyazawa, Reflecting Brownian motion in two dimensions: Exact asymptotics for the stationary distribution, Stochastic Systems,査読有, Vol. 1, 2011, 146-208.

⑥ Masakiyo Miyazawa, Light tail asymptotics in multidimensional reflecting processes for queueing networks, TOP,査読有, Vol. 19, 2011, 233-299.

⑦ Masakiyo Miyazawa, Rejoinder on: Light tail asymptotics in multidimensional reflecting processes for queueing networks, TOP,査読無, Vol. 19, 2011, 313-316.

⑧ Masahiro Kobayashi, Masakiyo Miyazawa, Revisit to the tail asymptotics of the double QBD process: Refinement and complete solutions for the coordinate and diagonal directions, to appear in the proceeding of MAM 7,査読有, 2012.

⑨ Masakiyo Miyazawa, Bert Zwart, Wiener-Hopf factorizations for a multidimensional Markov additive process and their applications to reflected processes,査読有, Stochastic Systems, Vol. 2, 2012, 1-48.

〔学会発表〕(計 19 件)

① Masakiyo Miyazawa, Tail asymptotics for a Levy-driven tandem queue with an intermediate input and its extensions, 16th Annual Applied Probability Day, July 10, Columbia University, New York.

② Masakiyo Miyazawa, Tomasz Rolski, Exact asymptotics for a Levy-driven tandem queue with an intermediate input, The international conference on 100 Years of Queueing – The Erlang Centennial Technical, April2, 2009, University of Denmark, Copenhagen.

③ Masakiyo Miyazawa, An Analytic Approach for Tail Asymptotics of Stationary Distributions in Multidimensional Reflected Processes, the 2009 INFORMS Applied Probability Society Conference, June 15, 2009, Cornell University, Ithaca.

④ Masahiro Kobayashi, Masakiyo Miyazawa, The tail asymptotic behavior of the stationary distribution of a double M/G/1 process and their applications to a batch arrival Jackson network, 4th International Conference on Queueing Theory and Network Applications, July 30, 2009, Fusionopolis, Singapore.

⑤ Masakiyo Miyazawa, Conjectures on tail asymptotics of the stationary distribution for a multidimensional SRBM, The international research program on Stochastic Processes in Communication Sciences, February 26, 2010, Isaac Newton Istitute for Mathematical Sciences, Cambridge, England.

⑥ 宮沢政清, 多次元反射型拡散過程の定常分布の漸近特性：結果と予想, 待ち行列研究部会, 2010 年 4 月 17 日, 東京工業大学.

⑦ 小林正弘, 宮沢政清, Yiqiang Q. Zhao, マルコフ加法過程の占有測度の裾の減少率, 日本オペレーションズリサーチ学会春期研究発表会, 2010 年 3 月 5 日, 首都大学東京, 東京.

⑧ Masakiyo Miyazawa, Tail asymptotics of the occupation measure for a Markov additive process with infinitely many background states, Seminar on applied probability, April 27, 2010, The University of Liverpool, England.

⑨ Masakiyo Miyazawa, Light tail asymptotics in multidimensional reflected random walks and queueing networks, Third Madrid Conference on Queueing Theory, June 28, 2010, Hotel San Juan de Los Reyes, Toledo, Spain.

⑩ Masakiyo Miyazawa, Light Tail Asymptotics for Stochastic Networks, Invited four days tutorial at Fields-MITACS Workshop on Approximations, Asymptotics and Resource Management for Stochastic Networks, August 18 – 21, 2010, Carleton University, Ottawa.

⑪ Masakiyo Miyazawa, Tail Asymptotics for Stochastic Networks and Queues with Server Cooperation, Seminar on OR, August 25, 2010, California University, Berkeley.

⑫ 小林正弘，佐久間大，宮沢政清，最小待ち行列選択式M/M/c待ち行列モデルの漸近解析，日本オペレーションズリサーチ学会秋期研究発表会，2010年9月17日，コラッセふくしま、福島市.

⑬ Masakiyo Miyazawa, Reflecting Brownian motion in two dimensions: Exact asymptotics for the stationary distribution and some related topics, Stochastic networks and related topics IIIStefan Banach International Mathematical Center, May 25, 2011, Bedlewo, Poland.

⑭ Masakiyo Miyazawa, Revisit to the tail asymptotics of the double QBD process by the analytic function method, The Seventh International Conference on Matrix -Analytic Methods in Stochastic Models, June, June 13, 2011, Columbia University, New York.

⑮ Masakiyo Miyazawa, Revisit the large deviations rate function for the stationary distribution of a 2-dimensional SRBM: Geometric interpretation and related results, 5th CONFERENCE on Limit Theorems in Probability Theory and Their Applications, August 16, 2011, the Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk, Russia.

⑯ 宮沢政清，確率ネットワークの漸近特性：幾何的表現とその応用，日本オペレーションズリサーチ学会秋期研究発表会，2011 年 9 月 16 日，甲南大学，神戸.

⑰ 小林正弘，佐久間大，宮沢政清，多次元境界を持つランダムウォークと最小待ち行列モデルへの応用，日本オペレーションズリサーチ学会秋期研究発表会，2011 年 9 月 16 日，甲南大学，神戸.

⑱ Masakiyo Miyazawa, Reflecting Brownian motion in two dimensions: Exact asymptotics for the stationary distribution and their applications, International Conference on Stochastic Modeling and Simulation, December 16, 2011, Vel Tech, Chennai, India.

⑲ Masakiyo Miyazawa, A geometric interpretation for the large deviations rate function for the stationary distribution of a two dimensional SRBM, International Confrence on Mathematical and Computational Models, December 21, 2011, PSG Collage of Technology, Coimbatore, India.

〔図書〕（計１件）
① Masakiyo Miyazawa, ″Palm Calculus, Reallocatable GSMP and Insensitivity Structure″ in Queueing Networks: A Fundamental Approach (International Series in Operations Research & Management Science), edited by R.J. Boucherie, N.M. van Dijk, Chapter 4, 141-215, Springer 2010, Singapore.

〔産業財産権〕なし

〔その他〕
ホームページ等
http://queue3.is.noda.sut.ac.jp/miyazawa/

６．研究組織
(1)研究代表者
宮沢 政清（MIYAZAWA MASAKIYO）
東京理科大学・理工学部・教授
研究者番号：80110948

(2)研究分担者
なし

(3)連携研究者
佐久間 大（SAKUMA YUTAKA）
東京理科大学・理工学部・助教
(現職：広島商船高等専門学校・流通情報工
より低次元の問題に帰着する方法について
研究者番号：00434027

小林 正弘（KOBAYASHI MASAHIRO）
東京理科大学・理工学部・助教
研究者番号：90609356