

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 30 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2012

課題番号：21540125

研究課題名（和文）ランダム環境下の確率成長とその相転移

研究課題名（英文） stochastic growth models in random environments and their phase transition

研究代表者

吉田 伸生（YOSHIDA NOBUO）

京都大学・大学院理学研究科・准教授

研究者番号：40240303

研究成果の概要（和文）：以下の事柄について検証を進めた：

- a) 空間が 1 次元，または 2 次元なら全ての非自明なパラメーター領域（例えば 0, 1 以外の全ての人口密度）で、総人口の増大は、その平均値に比べ真に遅い（非正規成長）更にこの収束の速さが指数的である (Lyapunov 指数) の正值性). また、全ての非自明なパラメーター領域で、局在が観測される。すなわち、人口は均等に拡散するのではなく特定の狭い領域に密集する。
- b) 空間が 3 次元以上の場合、パラメーターに応じて人口増大の速さに関する相転移が起る。例えば一定以上の人口密度を仮定すると、確率正で正規成長である。一方、一定以下の人口密度では低次元の場合と同様に非正規成長する。更にパラメーターに応じて局在/拡散の相転移が起る。例えば一定以上の人口密度を仮定すると人口の拡散は均等である一方、一定以下の人口密度では低次元の場合と同様な局在が発生する。

研究成果の概要（英文）：We consider a discrete-time stochastic growth model on d -dimensional lattice. The growth model describes various interesting examples such as oriented site/bond percolation, directed polymers in random environment, time discretizations of binary contact path process and the voter model. We study the phase transition for the growth rate of the “total number of particles” in this framework.

The main results are roughly as follows:

If $d \geq 3$ and the system is “not too random”,

then, with positive probability, the growth rate of the total number of particles is of the same order as its expectation.

If on the other hand, $d=1, 2$, or the system is “random enough”,

then the growth rate is slower than its expectation.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	700,000	210,000	910,000
2012年度	700,000	210,000	910,000
年度			
総計	3,100,000	930,000	4,030,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：確率論

キーワード：ランダム環境 相転移

1. 研究開始当初の背景

本研究の特徴のひとつは、環境は時間と場所に依存する偶然性を伴うことを仮定する点である。従来の確率論的人口モデル（例えば、古典的分枝過程）の多くは環境が時間的に、あるいは空間的に一定な場合に限定されてきた。しかし、現実問題、例えば、人類の歴史を繙いても、その環境は、疫病の流行、戦争などの時間と場所に依存する偶然性を伴ってきた。その意味で、時間と場所に依存した環境の考察により、より実用性の高い理論を提供できると期待される。一方、本研究が対象とする現象の背後にある数理は、意外なまでの普遍性を有している。例えば不純媒質内での高分子の形状、非結晶半導体（シリコン、ゲルマニウム...）中での電気伝導、星雲の形成過程といった、人口変動とは一見無関係な現象が共通の数理で記述される。また、模型に付随した平均量は、ランダムな外力項を持った非線型偏微分方程式（バーガーズ方程式、Kardar-Parisi-Zhang 方程式）の近似解を与える。

本研究の素材となる個々の模型は遅くとも1970年代から数学として研究されてきた。それは、それらの模型の内在的普遍性、重要性からむしろ当然と言える。例えば、有向パーコーレション、コンタクトプロセス、不純媒質内での高分子などがその例である。

2. 研究の目的

本研究は、時間と場所に依存する偶然性を伴う環境下で空間に分布した量（例えば、人口の分布）の確率的時間変動を対象とし、その長時間後の分布状況を理論的に予測することを目標とする。環境が時間と場所に依存する偶然性を持つという設定により、一定環境下で論じられてきた従来の確率論的人口モデルに比べ、より現実問題に即した理論が構築できる。また、本研究の対象は数学構造面からも広汎な普遍性を有し、様々な物理現象の他、ランダムな外力項を持った非線型偏微分方程式にも密接に関係する。

3. 研究の方法

確率解析的手法による。

4. 研究成果

非局在相での中心極限定理、局在相でのレプリカ重複の評価が得られた。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 11 件）

- (1) Nobuo Yoshida (with F. Comets) Localization Transition for Polymers in Poissonian Medium. to appear in Commun. Math. Phys. 査読有
- (2) Nobuo Yoshida (with R. Fukushima) On the exponential growth for a certain class of linear systems. ALEA Lat. Am. J. of Prob. Math. Stat., 査読有, **9** (2012), 323--336.
- (3) Nobuo Yoshida Stochastic Shear Thickening Fluids: Strong Convergence of the Galerkin Approximation and the Energy Equality. Ann. Appl. Probab., 査読有, 2012, Vol. 22, No. 3, 1215--1242.
- (4) Nobuo Yoshida (with Y. Terasawa) Stochastic Power Law Fluids: Existence and Uniqueness of Weak Solutions. Ann. Appl. Probab., 査読有, Vol. 21, No 5 (2011), 1827--1859.
- (5) Nobuo Yoshida (with H. Heil, M. Nakashima) Branching Random Walks in Random Environment are Diffusive in the Regular Growth Phase, Electron. J. Probab. 査読有, Volume 16, (2011), 323--336.
- (6) Nobuo Yoshida (with Y. Nagahata) A Note on the Diffusive Scaling Limit for a Class of Linear Systems, Electron. Commun. Probab. 査読有, **15** (2010), 68--78.

- (7) Nobuo Yoshida (with Y. Nagahata)
Localization for a Class of Linear Systems,
Electron. J. Probab. 査読有, Vol. 15, No. 20, (2010), 636--653.
- (8) Nobuo Yoshida (with F. Comets)
Branching Random Walks in Time-Space Random Environment: Survival Probability, Global and Local Growth Rates, 査読有, Volume 24, Number 3, 657-687 J. Theoret. Probab. pdf,
- (9) Nobuo Yoshida Localization for Linear Stochastic Evolutions,
J. Stat. Phys. 査読有, **138**, No. 4/5, 598--618, (2010).
- (10) Nobuo Yoshida (with Y. Nagahata)
Central Limit Theorem for a Class of Linear Systems,
Electron. J. Probab. 査読有, Vol. 14, No. 34, 960--977. (2009).
- (11) Nobuo Yoshida (with Y. Hu)
Localization for Branching Random Walks in Random Environment,
Stoch. Proc. Appl., 査読有, Vol. 119, Issue 5, 1632--1651, (2009).

[学会発表] (計 17 件)

1. Nobuo Yoshida Brownian Directed Polymers in Random Environment: Complete Localization and Phase Diagram. (Workshop on Random Polymers’, January 18, 2013, EURANDOM, Eindhoven).
2. Nobuo Yoshida Brownian Directed Polymers in Random Environment: Complete Localization and Phase Diagram. (Random media II’, September 5, 2012, WPI-AIMR, Main building, Tohoku University).
3. Nobuo Yoshida Introduction to Stochastic Navier-Stokes equations I, II. 「偏微分方程式の背後にある確率課程と解の族が示す統計力学的な現象の解析」 December 19, 2011 at RIMS, Kyoto University.
4. Nobuo Yoshida Linear Stochastic Growth Models, (Applications of RG Methods in Mathematical Sciences, September 14 at RIMS, Kyoto University.)
5. Nobuo Yoshida Stochastic Power Law Fluids, (PDE 実解析研究会, April 20, 2011, at Univ. of Tokyo).
6. Nobuo Yoshida Stochastic Power Law Fluids, (Seminaire de Probabilite, March 22, 2011, at Uviversite Paris Diderot --Paris 7).
7. Nobuo Yoshida Stochastic Shear Thickening Fluids: Strong Convergence of the Garelkin Approximation and the Energy Equality. (CREST Seminar, February 4, 2011, Tohoku University) notes.
8. Nobuo Yoshida Stochastic Shear Thickening Fluids: Strong Convergence of the Garelkin Approximation and the Energy Equality. (Probability Seminar, June 7, 2010, Tokyo Institutue of Technology)
9. Nobuo Yoshida Stochastic Power Law Fluids: the Existence and the Uniqueness of the Weak Solution. (International Workshop on Mathematical Fluid Dynamics, March 13, 2010 at Waseda Univ.) slides.
10. Nobuo Yoshida Branching Random Walks in Random Environment: Survival Probability and Growth Rates, (The First CREST-SBM International Conference ``Random media’, January 26, 2010 at Seidai International Center). slides.
11. Nobuo Yoshida Stochastic Power Law Fluids: Construction of a Weak Solution. (2009 年度確率論シンポジウム December 18, 2009 at Ehime Univ.) abstract/ slides.
12. Nobuo Yoshida Stochastic Power Law Fluids: Construction of a Weak Solution. (Stochastic Problems and Nonlinear PDEs, November 30, 2009, at Kyoto University)
13. Nobuo Yoshida over Law Fluids with Random Forcing. (大規模相互作用系の確率解析, October 9, 2009 at University of Tokyo).

14. Nobuo Yoshida Branching Random Walks in Random Environment: Survival Probability and Growth Rates, (Topics on Random Media, September 15, 2009 at Kyoto University). slides.
15. Nobuo Yoshida Continuous-Time Linear Systems. (統計力学の数学的理論. August 25, 2009 at Osaka Electro-Communication University.) notes available.
16. Nobuo Yoshida Linear Stochastic Evolutions, : Diffusive Behavior and Localization. (Workshop on Interacting Particle Systems in honour of Professor T. Liggett's 65th Birthday. June 19, 2009, at Peking University.)
17. Nobuo Yoshida Phase Transitions for Linear Stochastic Evolutions, "Random Syetems and Processes" (February 18, 2009, Kyoto University).

[図書] (計 1件)

「確率の基礎から統計へ」
(遊星社, 2012年3月出版)

」

[その他]

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田伸生 (YOSHIDA NOBUO)
京都大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号: 40240303

(2) 研究分担者

()

研究者番号:

(3) 連携研究者

()

研究者番号: