

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 14 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2009～2013

課題番号：21540177

研究課題名(和文) タイヒミュラー空間及びクライン群の変形空間の複素解析的構造の研究

研究課題名(英文) Research on the complex structure on Teichmüller space and the deformation space of Kleinian groups

研究代表者

宮地 秀樹 (Hideki, Miyachi)

大阪大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：40385480

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円、(間接経費) 810,000円

研究成果の概要(和文)：当該年度を通じてタイヒミュラー空間の幾何学について研究した。特に、極値的長さの幾何学に交点数関数導入しそれが自然に境界内の測度付き葉層構造の上の交点数関数に拡張されることを示した。このことを応用して、Royden, Earle, Kra, Markovic, Ivanovらによる定理「例外的な場合を除き、タイヒミュラー空間の等長写像群の作用が写像類群の作用と一致する」の別証明を与えた。さらにタイヒミュラー空間がグロモフの意味で双曲的でないというMasurの定理の簡単な別証明も得た。さらにこの交点数関数を応用して単位円板からタイヒミュラー空間への正則写像の剛性定理を与えた。

研究成果の概要(英文)：In this period, I study the geometry of Teichmüller space. I obtain the intersection number in extremal length geometry of Teichmüller space. As applications, we have an alternative proofs of Royden-Earle-Kra-Markovic-Ivanov's result "Except for few cases, the isometry group on Teichmüller space coincides with the extended mapping class group", and Masur-Wolf's theorem "Teichmüller space is not Gromov-hyperbolic". I also obtain a rigidity theorem of holomorphic disks in Teichmüller space by using the asymptotic behavior of the Gromov product. This is an application of our Thurston theory to the study of the complex structure on Teichmüller space.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：基礎解析学・複素解析

 キーワード：タイヒミュラー空間 モジュライ空間 タイヒミュラー距離 極値的長さ 写像類群 ホロ関数境界  
グロモフ積

1. 研究開始当初の背景

タイヒミュラー空間及びクライン群の変形空間は自然な複素構造を持つ。有限の例外をのぞき、タイヒミュラー空間上の双正則自己同型群は写像類群と一致するため、タイヒミュラー空間上の複素構造の研究は位相幾何学を通じたモジュライの理論と深く関連すると期待される。タイヒミュラー距離は自然な複素構造の下で小林距離と一致するため、タイヒミュラー空間の複素構造とタイヒミュラー距離の幾何学が関連すると期待される。無限次元タイヒミュラー空間の複素構造はペアス埋め込みにより有界領域として実現されることにより得られる。ペアス閉包の構造は単葉関数論と関連し深く研究されているが、詳細な構造はほとんどわかっていなかった。

2. 研究の目的

上記の思想の下で、タイヒミュラー距離の幾何学と複素構造の幾何学の関連について明確にする。さらに、無限次元のタイヒミュラー空間の複素構造の研究も義藤各写像の幾何学により複素構造を解明する。

3. 研究の方法

研究集会を主催、及び国内外の研究集会に参加して研究者と交流する。さらに、必要であれば勉強会を開催する。

4. 研究成果

(1) Gardiner-Masur 境界と測地線の収束定理を得た。そして境界点としての単純閉曲線と一意的エルゴード的測度付き傭層構造の特徴付けを与えた。

(2) Gardiner-Masur 境界内に Busemann 点でない境界点を発見し Masur の定理『タイヒミュラー空間は CAT(0) ではない』の別証明を得た。

(3) 極値的長さの幾何学に交点数関数を導入し Thurston 理論を展開した。応用として Royden-Earle-Kra-Markovic-Ivanov による等長写像群の特徴関数の別証明と Masur-Wolf の定理の別証明を与えた。

(4) 自己等長写像の粗化 (corsification) を定義して距離空間としてのタイヒミュラー空間を研究した。それによりタイヒミュラー空間を用いた (拡張された) 写像類群の新たな表現を得た。

(5) 極値的長さの測度付き測地線層の空間上の微分公式を得た。

(6) 上記の Thurston 理論を応用して単位円板からタイヒミュラー空間への正則写像の剛性定理を得た。

(7) 漸近的タイヒミュラー空間の境界に無いジョルダン領域を発見して、単位円板の漸近的タイヒミュラー空間に対する Bers の稠密生定理に対して、新たな否定的解答を得た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計8件)

1. Hideki Miyachi, A differential formula for Extremal length ,In the tradition of Ahlfors-Bers, VI, Contemporary math 590 (2013), 137-152.
2. Ryosuke Mineyama and Hideki Miyachi , A Characterization of Biholomorphic Automorphisms of Teichmüller Space , Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 154 (2013), 71-83.
3. Hideki Miyachi , Teichmüller rays and the Gardiner-Masur boundary of Teichmüller space II , Geometriae Dedicata, 162 (2013), 283-304.
4. Hideki Miyachi, Integrations of invariant measures over the moduli space of Riemann surfaces, Teichmüller Space and Related Topics, Josai Mathematical Monograph 5 (2012), 39-49.
5. Hideki Miyachi and Dragomir Saric, Uniform weak\*-topology and Earthquakes in the hyperbolic plane, Proceedings of the London Mathematical Society, 105 (2012), 1123-1148.
6. Hideki Miyachi and Hiroshige Shiga, Holonomies and the slope inequality of Lefschetz fibrations , Proc. Amer. Math. Soc. 139 (2011), 1299-1307.
7. Ken'ichi Ohshika and Hideki Miyachi, Uniform models for the closure of the Riley slice, In the tradition of Ahlfors-Bers, V, Contemporary math 510 (2010), 249-306.
8. Hideki Miyachi, Quasiarcs and the outside of the asymptotic Teichmüller space, ``Infinite dimensional

Teichmüller space and moduli space”  
(ed. E. Fujikawa), RIMS Kôkyûroku  
Bessatsu 17 (2010), 85-104.

[学会発表](計29件)

1. 宮地秀樹, Rigidity of isometries on Teichmüller space at infinity, リーマン面不連続群論研究集会, 2013年11月10日, 大阪大学
2. 宮地秀樹, Geometry on Teichmüller space via extremal length, The XXIIth Rolf Nevanlinna Colloquium, 2013年8月6日, University of Helsinki
3. 宮地秀樹, Geometry of Teichmüller distance, Analysis and Geometry of Riemann Surfaces and Related Topics, 2013年6月21日, 東京工業大学
4. 宮地秀樹, Geometry on Extremal length in Teichmüller theory, AMS Sectional meeting: Special Session on Analysis Analysis, Dynamics and Geometry in and around Teichmüller spaces, 2013年4月28日, Iowa State University
5. 宮地秀樹, The geometry of extremal length, I, II, III(三回講演), Special Program on Teichmüller Theory, 2013年3月19日(1回), 2013年3月20日(2回), The Erwin Schrodinger International Institute for Mathematical Physics
6. 宮地秀樹, Extremal length geometry of Teichmüller space, 低次元多様体モジュライ空間の幾何学, 2012年10月29日, 京都大学数理解析研究所
7. 宮地秀樹, Extremal length geometry of Teichmüller space, Progress in Low-dimensional topology: Teichmüller theory and 3-manifold groups, 2012年8月11日, Aarhus university
8. 宮地秀樹, Extremal length geometry on Teichmüller space, 「リーマン面・不連続群論」研究集会, 2012年1月7日, 名古屋大学
9. 宮地秀樹, Integration of invariant measures over the moduli space of Riemann surfaces, 2011年12月3日, Tokyo-Seoul Conference in Mathematics -Complex Geometry-, 東京大学
10. 宮地秀樹, 極値的長さによるタイヒミュラー空間の幾何, 第54回 函数論シンポジウム 2011年10月9日, 千葉大学
11. 宮地秀樹, Geometry of limit sets of Kleinian surface groups, BOREL SEMINAR 2011, Topics in Real and Complex Hyperbolic Geometry, 2011年8月24日, the Maison de Congrès, Les Diablerets
12. 宮地秀樹, Limits of geodesic rays and non-visible points of Teichmüller space, Aspects of hyperbolicity in geometry, topology, and dynamics, A workshop and celebration of Caroline Series' 60th birthday, 2011年7月26日, University of Warwick
13. 宮地秀樹, Lipschitz algebra on Teichmüller space, Geometric and analytic approaches to representations of a group and representation spaces, 2011年6月21日, 京都大学数理解析研究所
14. 宮地秀樹, Teichmüller rays and Gardiner-Masur boundary of Teichmüller space, 2011 Ahlfors-Bers colloquium, 2011年3月25日, Rice University
15. 宮地秀樹, Convergence of Teichmüller rays in the Gardiner-Masur Compactification and Geometry of Gardiner-Masur boundary points, Workshop of Teichmüller Spaces and

- related topics, 2011年1月20日,城西大学
16. 宮地秀樹, タイヒミュラー空間の Gardiner-Masur 境界と特異平坦構造の退化, 研究集会「リーマン面に関する位相幾何学」, 2010年9月4日,東京大学
  17. 宮地秀樹, The Gardiner-Masur boundary of Teichmüller space, Workshop on Geometry, Topology and Dynamics of Character Varieties, 2010年7月20日, National University of Singapore
  18. 宮地秀樹, Earthquakes and universal Teichmüller space, Hyperbolic geometry: algorithmic, number theoretic and numerical aspects, 2010年3月19日, KIAS, Korea
  19. 宮地秀樹, Earthquakes, bounded measured laminations and the universal Teichmüller space, 「リーマン面・不連続群論」研究集会, 2010年1月10日, 名古屋大学
  20. 宮地秀樹, A symbolization of train tracks, 小研究集会 "Symbolic description and low-dimensional topology", 2009年10月30日, 広島大学
  21. 宮地秀樹, Quasiarcs and the outside of the asymptotic Teichmüller space, 「リーマン面・不連続群論」研究集会, 2009年1月10日, 大阪大学

日本数学会の分科会・会合での講演

22. 宮地秀樹, Teichmüller 空間の幾何学の Thurston 理論(特別講演), 2014年度年会, 函数論分科会, 2014年3月15日, 学習院大学)
23. 宮地秀樹, Unification of extremal length geometry of Teichmüller space via intersection number and its

- application, 2013年秋季, 函数論分科会, 2013年9月26日, ) , 愛媛大学
24. 宮地秀樹, A Characterization of biholomorphic automorphisms of Teichmüller space, 2012年秋季, 函数論分科会, 2012年9月18日, 九州大学
  25. 宮地秀樹, 極值的長さの微分公式, 2012年度年会, 函数論分科会, 2012年3月26日, 東京理科大学
  26. 宮地秀樹, タイヒミュラー距離に関する測地線および概測地線の極限について, 2011年秋季, 函数論分科会, 2011年9月30日, 信州大学
  27. 宮地秀樹, The Gardiner-Masur boundary of Teichmüller space, 2010年秋季, 幾何学分科会, 2010年9月25日, 名古屋大学
  28. 宮地秀樹, The earthquake measure map is a homeomorphism, 2009年秋季, 函数論分科会, 2009年9月26日, 大阪大学
  29. 宮地秀樹, Holonomies and the slope inequalities of Lefschetz fibrations, 2009年秋季, 函数論分科会, 2009年9月26日, 大阪大学

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕  
出願状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

<http://www.math.sci.osaka-u.ac.jp/~miyachi/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

宮地 秀樹 (MIYACHI HIDEKI)

大阪大学・理学研究科・准教授

研究者番号：40385480

(2) 研究分担者

( )

研究者番号：

(3) 連携研究者

( )

研究者番号：