

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 30 日現在

機関番号：32660

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：平成 21 年度 ～ 23 年度

課題番号：21540201

研究課題名（和文） 消散項を持つ双曲型方程式の漸近挙動と特異摂動問題

研究課題名（英文） Asymptotic behavior and singular limit problem for dissipative hyperbolic equations

研究代表者

山崎 多恵子 (YAMAZAKI TAEKO)

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号：60220315

研究成果の概要（和文）：

本研究は、時間に関して減衰する消散項を持つ Kirchhoff 方程式に対する解の大域的一意存在性、漸近挙動及び散乱に関するものである。消散項の減衰度により、解の挙動が放物型方程式の解に漸近するか、双曲型方程式の解に漸近するかが分かれる。減衰次数が劣臨界次数の時には、消散項の係数が時間変数と空間変数両方に依存する場合に解の大域的一意存在とエネルギー減衰を得た。優臨界次数の時には、消散項の係数が時間変数のみに依存する場合に、適当な関数のクラスにおける大域解の一意存在性及び散乱作用素の存在を示した。

研究成果の概要（英文）：

We considered dissipative Kirchhoff equation with dissipation, where the coefficient of the dissipation decays with respect to the time valuable. First we consider dissipative Kirchhoff equation where the coefficient of the dissipation term depends time and space valuables and decays slowly than the critical exponent with respect to the time valuable. Then we proved the unique global existence of the solution for initial data with small Sobolev norm. Secondly we considered the dissipative Kirchhoff equation where the coefficient of the dissipation term depends only on time valuable which decays rapidly. Then we showed the unique global solvability and existence of the scattering on some class of the functions.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
21 年度	600000	180000	780000
22 年度	500000	150000	650000
23 年度	500000	150000	650000
年度			
年度			
総計	1600000	480000	2080000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：Kirchhoff 方程式、消散型双曲型方程式

1. 研究開始当初の背景
消散項をもつ線形双曲型偏微分方程式に関しては、消散項の係数の時間減衰の速さに応じて、消散項のない双曲型方程式の解に漸近

するか、放物型方程式の解に漸近するかが分かれることが知られている。消散項の係数が時間に関して可積分である程度に減衰が速い時は、消散項のない双曲型方程式の解に漸近

し散乱作用素の存在が知られ、劣臨界次数のときには、エネルギーが時間減衰し放物型方程式の解に漸近することが知られている。また消散項をもつ半線形方程式に関しても、消散項の係数が劣臨界次数以下で減衰する場合に放物型方程式の解の挙動に関して、多くの結果が知られている。

消散項を持つ Kirchhoff 型方程式についても同様の結果が期待できるが、消散項の係数が時間変数に関して減衰する場合については、準線形方程式であることから一般的に解くのは難しく、以下のような結果が知られている。消散項が時間変数のみに依存し減衰次数が劣臨界次数の時には小さい初期値に対する解のエネルギーが時間減衰し対応する放物型方程式の解に漸近することが知られている。有界領域の場合は、消散項が非線形である時でも、係数が時間のみに依存する関数と空間関数の積になっており時間変数に関する減衰次数が劣臨界次数の時に、小さい初期値に対する大域解の存在が知られている。優臨界次数の時は、消散項の影響がさらに弱くなるので大域解の存在を示すのが難しくなる。

2. 研究の目的

(1) 減衰次数が劣臨界次数の消散項を持つ Kirchhoff 方程式について考察する。本研究では、必ずしも有界とは限らない領域上で、時間変数と空間変数に依存し時間変数に関する減衰次数が臨界次数より小さい消散項をもつ Kirchhoff 方程式を考察する。その場合に解の大域的一意存在性及びエネルギー減衰について示すことを目的とする。

(2) 背景で記したように、消散項の時間に関する減衰が速い時の線形双曲型偏微分方程式に関しては、散乱作用素の存在が知られている。減衰が速い消散項をもつ Kirchhoff 型準線形双曲型偏微分方程式に関しても同様の結果が期待できるが、この場合は、消散項のない Kirchhoff 方程式の大域解の存在は、遠方で減衰して小さい初期値に対してしか知られていない。消散項の減衰が遅い時には、消散作用をもちいて大域解の存在を示せるが、消散項の減衰が速い時には消散作用が弱いために同様の議論を用いることができない。減衰が速い消散項を持つ Kirchhoff 型方程式について、遠方で減衰する小さい初期値に対する大域解の存在、及び、適当な関数のクラスでの散乱作用素の存在を示すことを目的とする。

3. 研究の方法

(1) 減衰次数が臨界次数より小さい消散項を持つ Kirchhoff 方程式についての大域解

の一意存在性とエネルギー減衰評価。減衰効果を利用し、消散型半線形方程式について多く用いられているカールマン評価法を用いて、解のアプリオリ評価を示し、大域的一意解の存在およびエネルギー減衰を示す。

(2) 減衰の速い消散項をもつキルヒホッフ型準線形双曲型偏微分方程式に対する大域解の一意存在性、漸近挙動及び散乱。まず、多項式次数で減衰する初期値に関しての一意存在性について考察する。局所解の一意存在性は既存の研究から得られるので、アプリオリ評価を用いて大域解の存在性を示す。そのために十分強い消散項を持つキルヒホッフ型準線形双曲型偏微分方程式に対する解の存在性及び減衰評価と、消散項がない場合の Kirchhoff 型準線形双曲型偏微分方程式に対する大域解の存在性を示す議論を合わせ用いる。

次に散乱作用素の存在性について考察する。準線形性のために、波動作用素の逆関数を構成する方が波動関数の構成よりも困難である。適切な関数空間のクラスを選び、そのクラスで散乱作用素の存在を縮小写像の方法を用いて示す。その際に Greenberg-Hu が消散項のない Kirchhoff 型準線形双曲型偏微分方程式の大域解の存在を示す時に用いた変換を本研究でも用いるが、消散項の係数が変換に依存するため、変数変換の変換に対する依存性を評価する。また、消散項を伴わない Kirchhoff 型方程式の大域解及び散乱作用素の存在性に従来用いられてきた評価法をそのまま利用しようとする、消散項の係数の値の小ささの仮定が必要になるため、別の評価方法を用いる。

4. 研究成果

(1) 減衰次数が臨界次数より小さい消散項を持つ Kirchhoff 方程式についての考察。必ずしも有界とは限らない領域上で、時間変数と空間変数に依存し時間変数に関する減衰次数が臨界次数より小さい消散項をもつ Kirchhoff 方程式を考察し、解の大域的一意存在性及びエネルギー減衰について示した。

(2) 減衰の速い消散項をもつキルヒホッフ型準線形双曲型偏微分方程式に対する大域解の一意存在性、漸近挙動及び散乱作用素の存在。まず、遠方で減衰する小さい初期値に対して大域解の存在を示し、解が消散項のない定数係数波動方程式の解に漸近することを示した。さらに、適切な関数空間のクラスを選び、そのクラスで、散乱作用素の存在を示した。

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山崎 多恵子 (YAMAZAKI TAEKO)

東京理科大学・理工学部・教授

研究者番号：60220315