

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年6月5日現在

機関番号：11601

研究種目：基盤研究（C）

研究期間：2009～2011

課題番号：21540205

研究課題名（和文）有理型写像の値分布論、特に一意性問題と一次系上の除外値に関する研究

研究課題名（英文）Value distribution theory of meromorphic maps, especially on unicity problems and deficiencies on linear systems

研究代表者

相原 義弘 (AIHARA YOSHIHIRO)

福島大学・人間発達文化学類・教授

研究者番号：60175718

研究成果の概要（和文）：複素直線上定義され射影的代数多様体 M に値を持つ正則曲線 f に対し、 f と M 上のアンブル直線バンドル L が定める完備一次系に属する除外因子と f の除外指数の関係を研究した。空でない定点を持つ一次系に属する因子に対して、解析的连接イデアル層に関するネヴァンlinna理論を用いて第2主要定理を証明し、除外関係式を示した。この除外関係式を用いて、除外因子の集合に関する構造定理を証明した。この構造定理を用いて f の除外指数と完備一次系 $|L|$ の部分一次系との間に対応関係があることを示した。その結果として除外指数の値の集合の可算性を示した。

研究成果の概要（英文）：We study property of Nevanlinna's deficiency as functions on linear systems in smooth complex projective algebraic varieties. We give a structure theorem for the set of deficient divisors. This structure theorem yields that the set of values of deficiency is at most countable. Moreover, we have a correspondence between the deficiencies and the linear systems.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
年度			
年度			
総計	3,000,000	900,000	3,900,000

研究分野：理学

科研費の分科・細目：数学・基礎解析学

キーワード：有理型写像, 値分布論, 除外指数, 一次系

1. 研究開始当初の背景

与えられた因子に対し正の除外指数を持つ有理型写像の構成を以前の研究で行った。この結果を踏まえて、除外因子の集合の構造を研究する問題が生じた。

2. 研究の目的

正則曲線・有理型写像の除外指数を一次系上の関数としての性質を調べることで、および除外因子の構造を特徴づけることを目標とした。

3. 研究の方法

連携研究者との討論及び研究会参加・文献調査等による。

- (1) 連携研究者との討論について。北川義久氏及び鎌田博行氏と微分幾何学的な部分について討論を行った。特にいくつかの補題の証明の改良について議論した。厚地淳しと多重ポテンシャル論及び一変数ネヴァンリンナ理論について討論を行った。
- (2) 文献調査について。東京大学大学院数理科学研究科において、解析的连接イデアル層に関する文献、多重ポテンシャル論に関する文献の調査を行った。
- (3) 研究会参加について。研究成果を発表し結果の改良について討論を行った。

4. 研究成果

複素直線上定義され射影的代数多様体 M に値を持つ正則曲線 f に対し、 f と M 上のアンブル直線バンドル L が定める完備一次系に属する除外因子と f の除外指数の一次系上の函数としての性質を研究した。空でない定点を持つ一次系に属する因子に対して、解析的连接イデアル層に関するネヴァンリンナ理論を用いて第 2 主要定理を証明し、除外関係式を示した。この除外関係式と一般化されたクロフトン型公式を用いて、除外因子の集合に関する構造定理を証明した。すなわち除外因子の集合が空でない定点を持つ一次系の可算個の和として表すことが出来ることを示した。更に多重劣調和関数の特異点集合になることを示した。この構造定理を用いて f の除外指数と完備一次系 $|L|$ の部分一次系との間に対応関係があることを示した。その結果として除外指数の値の集合の可算性を示した。以上の成果により当該研究課題の基礎的な部分については十分な成果を挙げることが出来た。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

① 相原義弘

Deficiencies of holomorphic curves in algebraic varieties,
Tohoku Math. J. Vol. 64 査読有, (2012).

② 北川義久 and 梅原

Extrinsic diameter of immersed flat tori

in S^3 Geometriae Dedicata 155 査読有,
(2011), 105--140

③ 厚地淳

On the number of omitted values by a meromorphic function of finite energy and heat diffusions. J. Geom. Anal. 20, no. 4, 査読有, 1008-1025, (2010)

④ 厚地淳

Estimates on the number of the omitted values by meromorphic functions. Probabilistic approach to geometry, Adv. Stud. Pure Math., 57, Math. Soc. Japan, Tokyo, 査読有, 49-59, (2010)

⑤ 厚地淳

Submartingale properties of subharmonic functions, 数理解析研究所講究録 1672, 査読無, 1-10, (2010)

⑥ 相原義弘

Deficiencies of holomorphic curves in algebraic manifolds, Proc. the 16th Finite or Infinite Dimensional Complex Analysis, 査読無, (eds. J. Choi et al.), pp. 70--75, Korea, 2009.

⑦ 鎌田博行

Indefinite Kähler metrics of constant scalar curvature on Hirzebruch surfaces, Bull. London Math. Soc. 41 査読有, (2009), 1060--1072.

[学会発表] (計 13 件)

- ① 厚地淳 Another approach to Nevanlinna theory from diffusion processes, International Conference in Nevanlinna Theory and Complex Geometry, University of Notre Dame, 2012年3月17日,

- ② 相原義弘

Deficient divisors of holomorphic curve, 第 19 回有限・無限次元複素解析国際会議, 2011年12月15日, 広島.

- ③ 厚地淳

(ア) Remarks on value distribution of leafwise meromorphic functions, 「複素解析的ベクトル場・葉層構造とその周辺」2011年12月11日 龍谷大学セミナーハウスともいき荘.

- ④ 厚地淳

Value distribution of meromorphic

functions on foliated manifolds,
玉原多変数複素解析研究集会, 2011年
9月23日 東京大学玉原セミナーハウ
ス.

- ⑤ 北川義久
Extrinsic diameter of immersed flat
tori in the unit 3-sphere
Spanish-Japanese Workshop on
Differential Geometry, 2011年2月15
日 Faculty of Science, University of
Granada.
- ⑥ 北川義久
Extrinsic diameter of immersed flat
tori in the unit 3-sphere
Differential Geometry and Tanaka
Theory --Differential System and
Hypersurface Theory-2011年1月25日
京都大学数理解析研究所
- ⑦ 鎌田博行
Geometric structures related to
neutral metrics on complex manifolds
幾何学阿蘇研究会, 休暇村南阿蘇, 2010
年8月.
- ⑧ 北川義久
 S^3 内の平坦トーラスの直径に関する
予想について, 名城大学幾何学研究集
会 2010年3月10日 名城大学(名古
屋市)
- ⑨ 相原義弘
Deficiencies of holomorphic curves
in projective varieties,
複素解析研究集会における講演,
2010年1月9日, 山形.
- ⑩ 相原義弘
Sets of deficient divisors in linear
systems, Workshop 2009 ``Holomorphic
Mappings and Related Diophantine
Approximation'' における講演,
2009年10月10日(東京大学玉原国際セ
ミナーハウス).
- ⑪ 厚地淳
Submartingale property of subharmonic
functions.
『Stochastic analysis of jump
processes and related topics』京都大
学数理解析研究所, 2009年7月8日.
- ⑫ 厚地淳
ブラウン運動, stochastic calculus の

基本事項--関数論との接点を中心に--.
『Loewner 方程式と SLE』東北大学・鳴
子会館研修室. 2009年2月13日.

- ⑬ 厚地淳
Remarks on L^1 -Liouville theorems and
submartingale property for
subharmonic functions. 『確率論と幾
何学』京都大学理学部. 2009年1月10
日
6. 研究組織
- (1)研究代表者
相原 義弘 (AIHARA YOSHIHIRO)
福島大学・人間発達文化学類・教授
研究者番号: 60175718
- (2)研究分担者
なし
- (3)連携研究者
北川 義久 (KITAGAWA YOSHIHISA)
宇都宮大学・教育学部・教授
研究者番号: 20144917
- 厚地 淳 (ATSUJI ASTUSHI)
慶応義塾大学・経済学部・教授
研究者番号: 00221044
- 鎌田 博行 (KAMADA HIROYUKO)
宮城教育大学・教育学部・教授
研究者番号: 00249799