

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成 24 年 5 月 18 日現在

機関番号：32601
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2009～2011
課題番号：21560069
研究課題名（和文）工学システムの超離散解析

研究課題名（英文）Ultradiscrete Analysis on Engineering Systems

研究代表者
薩摩 順吉 (SATSUMA JUNKICHI)
青山学院大学・理工学部・教授
研究者番号：70093242

研究成果の概要（和文）：

独立変数も従属変数も離散的である超離散方程式系について、それらの解や方程式の数理的構造について、いくつかの新しい知見を得た。また、超離散方程式の解と、対応する非線形微分方程式系の解との関連についても考察を加え、両者は密接に関係していることを明らかにした。また、超離散系に対するカルマンフィルターを提案した。この結果は、超離散方程式の工学システムへの応用可能性を示唆するものである。

研究成果の概要（英文）：

We found several new aspects of the solutions and mathematical structures for ultradiscrete equations, in which both of the independent and dependent variables are discrete. We also studied the relationship between the solutions of the ultradiscrete equations and the corresponding nonlinear differential equations and made clear that both are closely related. We also proposed a Kalman filter for the ultradiscrete system, which suggests an applicability of the ultradiscrete equations to engineering systems.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	1,000,000	300,000	1,300,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	3,300,000	990,000	4,290,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎、工学基礎

キーワード：応用数学、数理工学、セルオートマトン

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は非線形波動理論および可積分系の研究をすすめてきたが、その中で離散系のほうが連続系より解の数学的構造を捉えやすく、系の本質をよく反映しているとの

認識をもつようになった。また、離散可積分系が工学上も重要な意味を持っていることも明らかになってきた。

可積分系の研究をすすめる中で、研究代表者たちは離散系で従属変数も離散化した超

離散系を提案し、その方程式の解は対応する非線形差分方程式や微分方程式のものの本質的な部分をすべて保存していることを明らかにした。また、可積分でない系に対しても、同様の結果が得られることも分かった。さらに、超離散系の一つであるセルオートマトンから対応する差分方程式や微分方程式を構成できる可能性があることも分かってきた。以上の研究成果から、連続系と超離散系を繋ぐ試みを工学システムに対しても適用する価値は十分にあると判断した。

2. 研究の目的

本研究では、ペトリネット、ネットワーク問題、ソーティング、グラフ理論などの具体的な対象について、逆超離散化の手法を適用し、対応すると期待できる微分方程式を導き、得られた方程式と工学システムの関係について考察することを目的とする。すなわち、さまざまな離散工学システムに対応する連続システムを構成し、まったく異なる立場からシステムの理解を図る。また、得られた結果を用いて非線形工学システムに対する解析手法の提案を行う。さらに、離散工学システムと連続システムをつなぐ差分方程式について普遍的な構造が存在する可能性について検討を加える。すなわち離散数学と連続数学の架け橋を探ることも目的とする。

3. 研究の方法

- (1) 離散工学システムに逆超離散化を行う際の問題点を把握し、超離散化および逆超離散化の拡張を試みる。
- (2) 離散工学システムに対応する差分方程式を導き、両者の解の共通点、相違点を調べて、普遍的な構造を抽出する。
- (3) (2)で得られた差分方程式を連続化した微分方程式を得て、離散工学システムと微分方程式の直接的な関係を導く。

(4) 離散工学システムと微分方程式の直接的な関係をもとにして、離散工学システムへの新しい解析手法を構築する。

4. 研究成果

(1) 非線形可積分系の代表的な方程式であるサインゴールドン方程式を超離散化したものの解を構成し、超離散系においても離散・連続系がもつ解の構造を保つことを明らかにした。解の中には脈動するブリーザー解も含まれており、多様な解が超離散方程式に存在することを示す上で重要な結果である。

(2) 新しい超離散化の手法を用いて、超離散パウルヴェ方程式およびその解を構成した。さらに解の構成に必要な特殊関数について、その超離散版を提案した。こうした解は離散・連続系がもつ解の構造をよく保っており、超離散方程式が現象解析にも有用である可能性を示唆している。

(3) 超離散系の「可積分性」を判定する方法を提案し、いくつかの方程式に適用するとともに、離散・連続系との対応を考察した。さらに、この研究の中で、「負の問題」を避けることのできる新しい超離散化手法を提案したが、この手法により、超離散系として扱える対象が広がり、数理的に重要と考えられるさまざまな超離散方程式の可積分性を調べることができた。

(4) 連続系である微分方程式を離散化する系統的な方法を提案し、その方法をロトカ・ヴォルテラ系、疫学モデル、リッカチ型方程式、化学反応方程式などに適用した結果を示した。また、さまざまな離散パウルヴェ方程式も導出したが、得られた差分方程式は超離散化に適したものであり、超離散方程式と微

分方程式の関連を考察するのに有用であると考えられる。

(5) ある超離散系に対するカルマンフィルターを提案し、その有用性を検討した。今後さらに具体的な系について考察を加え、非線形工学システムに対する適用可能性を調べていくことが喫緊の課題である。

(6) あるペトリネットに対して逆超離散化を行い、対応する微分方程式を導出した。今後その対応関係に関する考察を行うとともに、系の拡張を検討することが必要である。

(7) 超離散KdV方程式の初期値問題を解く新しい方法を提案し、具体的に与えられた初期値に対する解を求めた。この結果は、工学システムの超離散解析を行う上で、有用なものと考えられる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計14件)

- ① 磯島伸、白瀬裕己、薩摩順吉、超離散系におけるカルマンフィルター、査読有、九州大学応用力学研究所研究集会報告、23A0-S7巻、2012、147-152
<http://www.riam.kyushu-u.ac.jp/kyodo/reports.html>
- ② 奈良崎史貴、磯島伸、薩摩順吉、符号付き超離散Bessel方程式とその特殊解について、査読有、九州大学応用力学研究所研究集会報告、23A0-S7巻、2012、96-101
<http://www.riam.kyushu-u.ac.jp/kyodo/reports.html>
- ③ 三村尚之、薩摩順吉、線形化可能な超離散QRT系の厳密解と特異点閉じ込めテストについて、査読有、九州大学応用力学研究所研究集会報告、

23A0-S7巻、2012、77-83

<http://www.riam.kyushu-u.ac.jp/kyodo/reports.html>

- ④ N. Mimura, S. Isojima, M. Murata, J. Satsuma, A. Ramani, B. Grammaticos, Do ultradiscrete systems with parity variables satisfy the singularity confinement criterion? 査読有, J. Math. Phys, 53, 2012, 023510 (DOI)10.1063/1.3682229
- ⑤ B. Grammaticos, A. Ramani, J. Satsuma, R. Willox, Discretizing the Painleve equations a la Hirota-Mickens 査読有, J. Math. Phys, 53, 2012, 023506 (DOI)10.1063/1.3682240
- ⑥ A. Ramani, B. Grammaticos, J. Satsuma, N. Mimura, Linearizable QRT mapping, 査読有, J. Phys. A, 44, 2011, 425201 (DOI)10.1088/1751-8113/44/42/425201
- ⑦ S. Isojima, J. Satsuma, A Class of Special Solutions for the Ultradiscrete Painleve II Equation, 査読有, SIGMA, 7, 2011, 074 (DOI) 10.3842/SIGMA.2011.074
- ⑧ S. Isojima, T. Konno, N. Mimura, M. Murata, J. Satsuma, Ultradiscrete PainleveII equation and a special function solution 査読有, J. Phys. A, 44, 2011, 175201 (DOI) 10.1088/1751-8113/44/17/175201
- ⑨ M. Murata, J. Satsuma, A. Ramani, B. Grammaticos Discretising systematically the Painleve equation, 査読有, Phys. D, 240, 2011, 305-309 (DOI) 10.1016/j.physd.2010.09.007
- ⑩ R. Willox, Y. Nakata, J. Satsuma,

A. Ramani, B. Grammaticos,
Solving the ultradiscrete KdV equation
査読有, J. Phys. A, 43, 2010, 482003
(DOI)10.1088/1751-8113/43/48/482003

⑪ M. Murata, J. Satsuma, A. Ramani,
B Grammaticos, How to discretize
differential systems in a
systematic way, 査読有,
J. Phys. A, 43, 2010, 315203
(DOI)10.1088/1751-8113/43/31/315203

⑫ N. Mimura, S. Isojima, M. Murata,
J. Satsuma, Singularity confinement
Test for ultradiscrete equations with
parity variables, 査読有,
J. Phys. A, 42, 2009, 315206
(DOI)10.1088/1751-8113/42/31/315206

⑬ S. Isojima, J. Satsuma, On oscillatory
solutions of the ultradiscrete
Sine-Gordon equation, 査読有, JSIAM
Letters, 1, 2009, 25-27
[https://www.jstage.jst.go.jp/article/
jsiaml/1/0/1_0_25/_pdf](https://www.jstage.jst.go.jp/article/jsiaml/1/0/1_0_25/_pdf)

⑭ S. Isojima, T. Konno, J. Satsuma,
On oscillatory solutions
in ultradiscrete system, 査読有,
RIMS Kokyuroku Bessatsu B13,
ed. by A. Nobe, 2009, 85-93.
[http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/
kenkyubu/bessatsu/open/B13/pdf/
B13-07.pdf](http://www.kurims.kyoto-u.ac.jp/kenkyubu/bessatsu/open/B13/pdf/B13-07.pdf)

[学会発表] (計5件)

- ① 磯島伸、薩摩順吉、時弘哲治、 qA_i 関数の超離散極限と分割数、日本応用数理学会2012年研究部会連合発表会、九州大学、2012年3月9日
- ② 磯島伸、薩摩順吉、符号付き超離散型方程式の特殊解の系列、日本数学会

2011年度秋季総合分科会、信州大学、
2011年9月30日

③ 磯島伸、薩摩順吉、超離散パンルヴェII型方程式の様々な特殊解系列、日本応用数理学会2011年度年会、同志社大学今出川キャンパス、2011年9月14日

④ 磯島伸、薩摩順吉、超離散パンルヴェII型方程式とその特殊解の系列について、日本応用数理学会2010年度年会、明治大学、2010年9月7日

⑤ 三村尚之、薩摩順吉、超離散特異点閉じ込めテストと方程式の可積分性について、日本応用数理学会2010年度年会、明治大学、2010年9月7日

[その他]

ホームページ等
[http://raweb.jm.aoyama.ac.jp/aguhp/
KgApp?kojinId=gaab](http://raweb.jm.aoyama.ac.jp/aguhp/KgApp?kojinId=gaab)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

薩摩 順吉 (SATSUMA JUNKICHI)
青山学院大学・理工学部・教授
研究者番号：70093242