

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 5日現在

機関番号：12601

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2009～2011

課題番号：21654002

研究課題名（和文） 関数体上で定義される保型関数の周期と L 関数の積の特殊値について

研究課題名（英文） On the special values of the product of L-functions and the periods of automorphic forms defined over function fields

研究代表者

近藤 智 (KONDO SATOSHI)

東京大学・数物連携宇宙研究機構・特任助教

研究者番号：30372577

研究成果の概要（和文）：有限体上の曲線の関数体のアデールに値を持つ一般線型群の保型関数を、無限素点での極大トーラス上で積分した際に、その保型関数の L 関数の特殊値が現れるという現象の確認を、関数体が射影直線の関数体の場合に行った。一般種数の曲線の関数体上で成立するかについては確認できなかった。

研究成果の概要（英文）：We verified that when an automorphic form over a function field is integrated over the maximal torus at a fixed prime, the value may be expressed in terms of special values of L-functions, when the function field is that of a projective line over a finite field. We were not able to verify this over the function field of a more general curve.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,400,000	0	1,400,000
2010年度	1,100,000	0	1,100,000
2011年度	600,000	180,000	780,000
年度			
年度			
総計	3,100,000	180,000	3,280,000

研究分野：整数論

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：ドリinfeldt加群、保型関数、関数体、L関数の特殊値

1. 研究開始当初の背景

研究代表者および研究分担者による、関数体におけるドリinfeldt加群を用いたベイリンソン予想の類似についての研究（雑誌論文2）の際に、ある積分（研究の目的の欄参照）が現れた。これはチャーン類の類似の計算に現れるもので、群が有理数体上の GL_2 の場合には、保型関数のメラン変換に相当する。等質空間の部分空間上で保型関数を積分が行われることはあるが、このような領域での積分は、群が GL_2 の場合を除いては扱われていなかった。

2. 研究の目的

有限体上で定義された曲線の関数体上のアデールのな保型関数を、無限素点における極大トーラス上で積分した場合に、L関数の特殊値を用いてその積分値が記述されることを示すことが目的である。

3. 研究の方法

積分領域は曲線上のベクトル束のモジュライとしての解釈を持っている。曲線の種数が小さい場合（0または1）には、モジュライ

が具体的に記述されるため、具体的に計算を行う。一般の種数の場合には、具体的な計算方法が不明なので、L 関数を表示する積分についての研究や、L 関数というよい不変量が登場すべき根拠を、数理物理や表現論の研究集会に参加することで、他の分野からのアイデアを輸入する。

4. 研究成果

曲線が射影直線（種数が 0）の場合の計算は、研究分担者である安田正大氏により行われた。関連した研究として、L 関数の積分表示については、局所 L 因子（およびイプシロン因子）のヘッケ作用素を用いた具体的な表示を得た。（発表論文 1, 学会発表 1, 3）また、ドリンフェルト加群のモジュライの理解としては、有限素点における境界写像の計算を行った。（学会発表 2）

他分野からのインプットのため、数論に限定されない研究集会において発表を行った。（学会発表 1, 3, 4.）直接役立つと思われる事柄はなかったが、ふたつ、関連すると思われることを発見した。整数論との類似からはじまった幾何的ラングランズにおいては、数論における L 関数の類似に相当する不変量が扱われているが、その分野における代表的な手法の数論的な類似は考えられていない。この手法の輸入は問題への応用があると思われるができなかった。また、数理物理においても同様の事柄が確認された（研究集会「量子可積分系の新展開 2」2011 年 9 月に参加の際）が、あくまで種数が 0 の場合に相当すると思われた。これは、われわれの計算が種数が 0 の場合にのみ可能であったことと関連があると思われるが理由ははっきりしなかった。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 4 件）

1. Satoshi Kondo, Seidai Yasuda
Local L and epsilon factors in Hecke eigenvalues J. Pure Appl. Algebra
215 (2011) no. 4, 511-522
2. Satoshi Kondo, Seidai Yasuda, Zeta elements in the K-theory Of Drinfeld modular varieties, Math. Ann., DOI:10.1007/s00208-011-0735-3

〔学会発表〕（計 17 件）

1. Satoshi Kondo, Mirahoric representations and the local L-factor, Workshop “Integrable systems random matrices, algebraic geometry and geometric invariants”, 2012 年 2 月 22 日, the Steklov Mathematical Institute, モスクワ (ロシア)
2. Satoshi Kondo, On the values of Drinfeld modular Beilinson-Kato type elements at supersingular points, Workshop on the Arithmetic of Function Fields, 2011 年 6 月 14 日, Imperial College London, ロンドン (イギリス)
3. Satoshi Kondo, Expressions of local L and epsilon factors in Hecke eigenvalues, Workshop on Integrable systems, random matrices, algebraic geometry and geometric invariants, 2011 年 2 月 9 日, the Steklov Mathematical Institute, モスクワ (ロシア)
4. 近藤 智, アンダーソンによるテータとタウのレビュー、p 進佐藤理論と数論幾何、2010 年 9 月 29 日、東北大学

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕

○出願状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

近藤 智 (Kondo Satoshi)
東京大学・数物連携宇宙研究機構・特任助教
研究者番号：30372577

(2) 研究分担者

安田 正大 (Yasuda Seidai)
京都大学・数理解析研究所・助教
研究者番号：90346065

(3) 連携研究者

()

研究者番号：