

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年5月28日現在

機関番号：14301

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2009～2011

課題番号：21654064

研究課題名（和文） 回転球内の2層磁気流体運動の研究

研究課題名（英文） Two-layer MHD flows in a rotating sphere

研究代表者

竹広 真一 (TAKEHIRO SHIN-ICHI)

京都大学・数理解析研究所・准教授

研究者番号：30274426

研究成果の概要（和文）：粘性と密度の高い中心部分と粘性と密度の低い外側球殻部分からなる回転する球内部の2層にわかれた磁気流体運動を理論的および数値的に調べた。内球内の流れ場は外側球殻でのダイナモ過程において生成された磁場の内球内部へ貫入に伴うジュール熱により駆動されうる。一方で内球内部の流れ場は表面での浮力フラックス分布を変化させることで外側球殻での流れ場に影響する。ジュール熱を介したこのような内外核間の磁気流体的相互作用が地球深部で生じているかもしれない。

研究成果の概要（英文）：MHD flows in a rotating sphere divided into the highly viscous inner sphere with high density, and the low viscous outer spherical shell with low density are examined theoretically and numerically. The flows in the inner sphere can be driven by the Joule heating associated with penetrating magnetic field generated by dynamo action in the outer shell. On the other hand, the flows in the inner sphere may affect the MHD flows in the outer shell through the distribution of buoyancy flux at the boundary between the inner sphere and outer shell. Such MHD interaction through the Joule heating may operate between the inner and the outer core of the Earth.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	700,000	0	700,000
2010年度	1,000,000	0	1,000,000
2011年度	1,100,000	330,000	1,430,000
年度			
年度			
総計	2,800,000	330,000	3,130,000

研究分野：地球流体力学

科研費の分科・細目：気象・海洋・陸水

キーワード：地球内核，地球流体核，ダイナモ作用，磁気対流，回転対流

## 1. 研究開始当初の背景

近年の地震波観測から内核の結晶構造の異方性が明らかとなっており，その有力な成因として内核内部の流体運動が考えられるようになってきている。その流れを引き起こす要因として内核表面への外核中の磁場の圧力の影響や

外核中の熱輸送による内核の異方的な成長が考えられてきている。

一方で，地球固有磁場の生成維持に寄与しているであろう外核中の流れは，地球全体の冷却に伴い内核が固化成長する際に主成分の鉄およびニッケルが選択的に凝結し，内核に取り込まれな

かった軽成分が内核-外核境界に放出され、その浮力により生じると考えられている。

このように地球の内核と外核の磁気流体力学的状態は互いに影響を及ぼしあいながら生成維持されていると考えられている。

地球内核と外核の磁気流体的相互作用を同時に扱った研究はこれまでに行われていない。行われているのは内核あるいは外核のどちらかの熱的・力学的・磁気的狀態を与えてもう一方の状態を求めるものしかない。たとえば、外核の状態を与えたときの内核の流れ場を求める理論的な研究や、内核を等温の剛体球としたときの外核中の磁気ダイナモ計算が行われているだけであった。

## 2. 研究の目的

1. の背景に基づいて、本研究では、粘性と密度の高い中心部分と粘性と密度の低い外側球殻部分からなる回転する球内部の 2 層にわかれた磁気流体運動を理論的・数値的に調べることで、地球中心核内の流体運動の基本的な性質に地球流体力学的見地からせまることを目的とする。

## 3. 研究の方法

### (1) 内球-球殻結合磁気流体モデルの定式化と理論的考察

モデルの構築と理論的考察の土台となる内球および外側球殻における磁気流体の支配方程式と境界条件の定式化を行う。その方程式系に基づいて内球-球殻間の相互作用についての理論的な考察を行う。特に、外側球核の熱的、流体力学的、磁気的狀態を独立に与えたときの内球の磁気流体的応答を理論的に解くことにより、内球-球殻間の相互作用の素過程を明らかにすることを旨とする。

### (2) 内球-球殻結合磁気流体モデルの構築と数値実験

上の定式化に基づいて、回転球内の 2 層磁気流体の 3 次元モデルを構築する。すでに構築を終えてベンチマークチェックを済ませている回転球殻磁気流体ダイナモモデルと、開発中の回転球内の磁気対流モデルを結合することにより 2 層磁気流体モデルを構築する。このモデルを用いた数値実験を通じて、内球の磁気流体力学的状態の影響を受けた外殻中のダイナモ過程を調べ、内球中の流れの影響を考慮していないダ

イナモ解との比較を行う。

## 4. 研究成果

### (1) 外側球殻の状態に対する内球の応答の理論的考察

外側球殻内の磁場が内球に貫入することで発生する水平不均一なジュール加熱が引き起こす内球内の流れ場を求めることを行った。まず地球内核の状況下で予想されているさまざまな物性値を用いたスケーリングを行い、水平不均一なジュール加熱が引き起こす流れの強さのオーダーを見積もったところ、これまでに研究されている他の要因により引き起こされる流れの強さと同程度あるいはそれ以上であることが明らかになった。

次に、このスケーリングを基に支配方程式の各項の大きさを比較することで内球内の流れを支配する近似方程式を導出した。さらに変数を水平方向に球面調和関数で、動径方向に球ベッセル関数で展開し、適当な境界条件を適用することで、任意の外側球殻-内球境界での磁場分布に対する近似方程式の定常解を理論的に求めることに成功した。その解の主な特徴は (1) 内球内のジュール加熱は内球表面のトロイダル磁場によってのみ引き起こされる。ポロイダル磁場によって加熱は生じない。(2) もっとも低次の水平不均一を伴うジュール加熱は水平全波数 2 のトロイダル磁場分布である。(3) 水平全波数 2、方位角波数 0 のトロイダル磁場分布が引き起こす流れ場は赤道で内向きの流れ、極域で外向きの流れとなる。(4) 内球表面付近に応力の弱い境界層が形成され、その厚さは内球の安定度を表わすレイリー数の $-1/6$ 乗に比例する。地球内核の物性値を適用すると 50km 程度となる。

このジュール熱による流れは外側球殻との質量交換を生じさせるために、内球表面での潜熱の吸収・解放と軽成分の吸着・放出が発生し、外側球殻中の流れ場とダイナモ作用へと影響を及ぼし、外側球殻中の磁場分布を変化させる可能性がある。さらにこの磁場分布の変化は再びジュール熱分布を変化させ内球中の流れに影響すると考えられる。

### (2) 外側球殻磁気流体への内側境界条件に対する影響

(1) の結果に基づいて、緯度方向に変化する内球外殻境界での浮力フラックスが

外側球殻内でのダイナモ過程へどのように影響を与えるかを3次元回転球殻磁気流体ダイナモモデルを用いた数値実験により調べた。エクマン数を  $10^{-3}$ 、プランドル数を 1、レイリー数を臨界の約 5 倍に固定し磁気プランドル数を 3, 5, 10 の 3 通りに、与えた内側境界での条件を、浮力フラックスが (A) 一様な場合、(B) 赤道で最大、極で 0 となる分布の場合、(C) 極で最大、赤道で 0 となる分布の場合、の 3 通りに変えて、対流が発達し自励的に磁場が発達する様子を観察した。得られた結果は次の通りである。

- ① 内側境界条件が (A), (B) の場合には磁場が自励的に発達し、ダイナモ作用が維持される解が得られたが (C) の場合には磁場が発達する解が得られなかった。
- ② (A) の境界条件の場合には内球が外側球殻より速く回転するのに対して、(B) の境界条件の場合には内球が外側球殻に対して逆方向に回転する。これは (B) の極方向の浮力フラックスに伴う浮力分布の緯度傾度が温度風バランスを通じて回転と逆方向の平均帯状流を生成し、その粘性応力によって逆方向に内球が回転させられると考えられる。
- ③ 磁場が自励的に発達した解において内球内への磁場の貫入によるジュール熱は表面付近の 10% 程度に集中して分布する。これは内球外球境界付近のトロイダル磁場の時間空間変動が大きいため、表皮効果によって内球深くまで浸透できないからであると考えられる。

### (3) 内球と外側球殻の 3 次元回転球及び球殻磁気流体結合モデルの構築と数値実験

(1), (2) での結果を受けて、最終目標である内球と外側球殻の磁気流体結合モデルを構築し、数値実験を行った。

モデル内では内球内の流れ場が外側球殻でのダイナモ過程において生成された磁場のジュール熱により駆動される。その一方で内球表面での動径速度分布が外側球殻での下端の軽成分(浮力)フラックス分布を与えることで、内球の流れ場が外側球殻での流れ場に影響する。

数値実験はエクマン数を  $10^{-3}$  と  $10^{-4}$ 、プランドル数を 1、内外半径比を 0.35、レイリー数を臨界の約 2 ~ 3 倍

程度、磁気プランドル数を 3 から 10 に選んで時間積分を実行し、球殻内での対流が発達し自励的に磁場が発達あるいは減衰する様子を観察した。

その結果、内球外側球殻間の相互作用が存在し外側球殻下端の浮力フラックス分布が内部的に変動する状況下においても、磁場が自励的に発達維持される解が見いだされた。しかしながら内球に引き起こされる流れ場の分布、ならびに球殻下端の浮力フラックス分布はエクマン数の値によって異なっていた。

エクマン数が  $10^{-3}$  で磁場が自励的に発達維持されている典型的な解では内球内でのジュール熱分布が極付近で最大となり、浮力フラックスが赤道付近で強められていた。一方で、エクマン数が  $10^{-4}$  での典型的な解では、内球内でのジュール熱分布が赤道付近で最大となり、浮力フラックスが極付近で強められていた。このような違いは、外側球殻において発達維持される磁場の幾何学的形状がエクマンの値によって異なっていることに起因していると考えられる。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 6 件)

- ① Kimura, K., Takehiro, S., Yamada, M., Stability and bifurcation diagram of Boussinesq thermal convection in a moderately rotating spherical shell. Phys. Fluids, 査読有, 23 (2011) 074101, doi:10.1063/1.3602917
- ② Sasaki, Y., Takehiro, S., Kuramoto, K., Hayashi, Y.-Y., Weak-field dynamo emerging in a rotating spherical shell with stress-free top and no-slip bottom boundaries. Phys. Earth Planet. Inter., 査読有, 188 (2011) 203-213, doi:10.1016/j.pepi.2011.06.019
- ③ Takehiro, S., Yamada, M., Hayashi, Y.-Y., Retrograde equatorial surface flows generated by thermal convection confined under a stably stratified layer in a rapidly rotating spherical shell. Geophys. Astrophys. Fluid Dyn., 査読有, 105 (2011) 61-81, doi:10.1080/03091929.2010.512559
- ④ Takehiro, S., Fluid motions induced by horizontally heterogeneous Joule heating in the Earth's inner core. Phys. Earth Planet. Inter., 査読有, 184

- (2011) 134-142, doi:10.1016/j.pepi.2010.11.002
- ⑤ Takehiro, S., Kinetic energy budget analysis of spiraling columnar critical convection in a rapidly rotating spherical shell. *Fluid Dyn. Res.*, 査読有, 42 (2010) 055501, doi:10.1088/0169-5983/42/5/055501
- ⑥ Takehiro, S., On the retrograde propagation of critical thermal convection in a slowly rotating spherical shell. *J. Fluid Mech.*, 査読有, 659 (2011) 505--515, doi:10.1017/S0022112010003101

[学会発表] (計 16 件)

- ① 竹広 真一, 回転球殻流と帯状流生成-惑星縞状パターン生成のモデル, 国立天文台研究集会「天文学を中心とした理工学における乱流研究」, 2012 年 2 月 23 日, 東京大学生産技術研究所
- ② 佐々木 洋平, 熱フラックス固定境界条件下での回転球殻熱対流の線形安定性, 日本流体力学会年会 2011, 2011 年 9 月 7 日, 首都大学東京
- ③ 竹広 真一, 回転球殻内の Boussinesq 熱対流により引き起こされる内側球の 3 軸回転, 日本流体力学会年会 2011, 2011 年 9 月 7 日, 首都大学東京
- ④ 竹広 真一, 回転球殻ダイナモに対する緯度方向不均一な内側浮力フラックス境界条件の影響, 日本流体力学会年会 2011, 2011 年 9 月 7 日, 首都大学東京
- ⑤ Takehiro, S., Stability and bifurcation diagram of Boussinesq thermal convection in a rotating spherical shell, The 4th International Symposium Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics, 2011 年 7 月 20 日, バルセロナ(スペイン)
- ⑥ 佐々木 洋平, 回転球殻 MHD ダイナモの初期磁場依存性, 日本地球惑星科学連合 2011 年大会, 2011 年 5 月 26 日, 幕張メッセ国際会議場
- ⑦ 佐々木 洋平, 熱フラックス固定境界条件下での回転球殻熱対流の線形安定性解析, 日本地球惑星科学連合 2011 年大会, 2011 年 5 月 22 日, 幕張メッセ国際会議場
- ⑧ 木村 恵二, 回転球殻内における Boussinesq 熱対流による平均帯状流生成メカニズム, 日本地球惑星科学連合 2011 年大会, 2011 年 5 月 22 日, 幕張メッセ国際会議場
- ⑨ 佐々木洋平, 上端応力無し, 下端滑り無し条件を課した回転球殻中に出現する弱磁場ダイナモ, 日本流体力学会年会 2010, 2010 年 9 月 9 日, 北海道大学
- ⑩ 木村 恵二, 回転球殻ブシネスク熱対流の安定性と分岐構造について, 日本流体力学会年会 2010, 2010 年 9 月 9 日, 北海道大学
- ⑪ 竹広 真一, ゆっくりと回転する球殻中の臨界熱対流の回転逆行伝播について, 日本流体力学会年会 2010, 2010 年 9 月 9 日, 北海道大学
- ⑫ Takehiro, S., Fluid motions induced by horizontally heterogeneous Joule heating in the Earth's inner core, 12<sup>th</sup> Symposium on Study for Deep Earth Interior, 2010 年 7 月 18 日, University of California Santa Barbara
- ⑬ 竹広 真一, 水平不均一なジュール加熱により引き起こされる地球内核中の流れ, 第 59 回理論応用力学講演会, 2010 年 6 月 10 日, 日本学術会議
- ⑭ 竹広 真一, 水平不均一なジュール加熱により引き起こされる地球内核中の流れ, 日本地球惑星科学連合 2010 年大会, 2010 年 5 月 25 日, 幕張メッセ国際会議場
- ⑮ 竹広真一, 高速回転球殻中に出現する柱状螺旋状対流のロスビー波伝播性質による解釈, 日本流体力学会年会 2009, 2009 年 9 月 2 日, 東洋大学
- ⑯ 佐々木 洋平, 回転球殻 MHD ダイナモ解に対する上部力学的境界条件の影響, 日本流体力学会年会 2009, 2009 年 9 月 2 日, 東洋大学

[図書] (計 0 件)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

竹広 真一 (TAKEHIRO SHIN-ICHI)  
 京都大学・数理解析研究所・准教授  
 研究者番号: 30274426

### (2) 研究分担者

山田 道夫 (YAMADA MICHIO)  
 京都大学・数理解析研究所・教授  
 研究者番号: 90166736