

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 6月 3日現在

機関番号：12612

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2011

課題番号：21700009

研究課題名（和文） 多面体的組合せ論に基づく数え上げアルゴリズム設計理論の構築

研究課題名（英文） Advances in Theory and Design Principles of Counting Algorithms Based on Polyhedral Combinatorics

研究代表者

岡本 吉央 (OKAMOTO YOSHIO)

電気通信大学・大学院情報理工学研究科・准教授

研究者番号：00402660

研究成果の概要（和文）：

グラフに対する数え上げ問題，離散幾何・計算幾何に関する数え上げ問題，そして，最適化問題に対するそれらの応用に関して研究成果を得た．例を挙げると，グラフの部分構造である支配集合を数え上げる問題に対して，グラフクラスの観点からその困難性を明らかにした．また，多角形領域における距離関数最大化問題の局所最適解を列挙するアルゴリズムを開発し，そこから大域最適解が多項式時間で見つけられることを示した．これらを査読付き英文論文誌，ならびに，査読付き国際会議にて発表した．

研究成果の概要（英文）：

Results on counting problems for graphs, counting problems for discrete and computational geometry, and their applications to optimization problems were obtained. For example, the computational complexity of counting the dominating sets in a graph was investigated from the perspective of graph classes, and a polynomial-time algorithm to find a global optimal solution to the distance function maximization was developed by efficiently enumerating all local optimal solutions. These results were presented in refereed international journals and refereed international conferences.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,200,000	360,000	1,560,000
2010年度	1,100,000	330,000	1,430,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
総計	3,200,000	960,000	4,160,000

研究分野：情報学基礎

科研費の分科・細目：情報学，情報学基礎

キーワード：アルゴリズム，離散数学，凸多面体，グラフ，離散幾何

1. 研究開始当初の背景

組合せ論という数学分野は『数えること』を抽象化することによって発展した．組合せ論は単なる数学の一分野であるだけでなく，数論，幾何学，代数学など多くの数学諸分野へ手法を提供し，物理学，化学，分子生物学，

生態学などの自然科学諸分野へも応用されている．特に工学的な応用においては実際に数えることを効率よく行なうことが現実世界から要求されている．しかし，伝統的な組合せ論は『効率的に数えること』に対する統一的な手法を持ち合わせていない．一方，

アルゴリズム理論の分野で伝統的に考えられている問題は『効率的に判定すること』であり、『効率的に数え上げること』とは相違している。効率的に判定できる問題に対する理論はかなり整備され、「効率的に判定できる問題 = 付随する凸多面体の整数性」という概念で専門家に認知されている。この概念は離散最適化の理論の根幹を成し、「多面体的組合せ論」という組合せ論の一分野を形成している。多面体的組合せ論では、与えられた離散構造に付随する凸多面体を定義し、その面構造から元の離散構造に関する定理を証明する。そして、その面構造に基づく効率的解法設計がアルゴリズム設計理論では実際に行なわれている。その一方で、『効率的に数え上げること』の研究も現在アルゴリズム理論ではされているものの、理論が整備されているという状況からは程遠い。

2. 研究の目的

本研究課題は、効率的に数え上げられる問題が持つ凸多面体的な理論の整備を目的とする。そのような理論整備が可能であると考える理由は二つある。一つはアルゴリズム理論的な側面からのもので、効率的に近似数え上げが可能な問題に関する理論が近年発展しており、そこでは凸多面体が重要な役割を担っているからである。通常の数え上げと近似数え上げには相違もあるが、本研究ではその類似性を見極めて理論の展開可能性を探る。もう一つは組合せ論的な側面からのもので、数論的な数え上げ問題に対して多面体からのアプローチが大きな成功を収めていることである。これは数の幾何学と呼ばれる分野の知見であり、数の幾何学は符号理論、暗号理論のような情報学諸分野に応用されているが、本研究ではそれよりも一般的な組合せの対象に対して「効率的解法設計」という観点から調査を進める。

3. 研究の方法

以下の項目に関して研究を実施する。

(1) グラフに対する数え上げ問題に対して、効率的解法が存在するための条件を導き、また、それが存在しないための傍証となる計算複雑性理論的理解を深める。特に、それと関連する凸多面体において、効率的解法の存在性と非存在性がどのように顕在するか調査する。

(2) 計算幾何学的問題に対して、数え上げアルゴリズムを適用し、関連する幾何構造と効率的数え上げアルゴリズムの存在性の関連を調査する。

(3) 数え上げアルゴリズムの応用として、様々な最適化問題、組合せ問題に対する効率的解法を与える。特に、理論的保証のある解

法に焦点を絞る。

4. 研究成果

代表的な成果を挙げる。これらは査読付き国際学術論文誌、査読付き国際会議において出版・発表された。

- グラフにおける数え上げ問題に関して、次の研究を行った。(1) 与えられた2つの弦グラフの一方に含まれ、もう一方を含む弦グラフを数え上げる問題を対象に研究をし、その困難性を解明した。(2) グラフの支配集合問題に付随する数え上げ問題を考察した。グラフの支配集合とは、頂点部分集合で、どの頂点にも隣接点を持つものことである。この数え上げ問題が split グラフや chordal bipartite グラフといった狭いグラフクラスに対しても計算困難であることを明らかにした。さらに、interval グラフや trapezoid グラフといった特殊な場合に対して多項式時間アルゴリズムを設計した。(3) 数箇所に置かれた資源を1箇所に集積する問題に関して、Siebenの未解決問題を解決した。(4) 多くの対象をまとめて数え上げる「包除原理」を一般化したメビウス反転を用いることで、全域木混雑度問題と呼ばれるネットワークの信頼性を評価する問題に対して厳密アルゴリズムを設計し、素朴な方法に比べて指数関数的に高速な計算量を持つことを証明した。(5) 多目的線形計画問題では、線形計画問題の目的関数が複数与えられ、それらの凸結合の最適解として得られる凸多面体の端点をすべて出力しなくてはならない。従来研究による多目的単体法では、理論的な計算量評価ができなかったが、本結果では、凸多面体の構造を利用し、多目的線形計画問題に対する多項式時間遅延多項式空間アルゴリズムを設計した。
- 離散幾何における数え上げ問題に対して、次の研究を行った。(1) 多角形領域における距離関数最大化問題の局所最適解を列挙するアルゴリズムを開発した。その中で、局所最適解の数の上界を与える定理を証明し、そこから大域最適解が多項式時間で見つけられることを示した。(2) Eppsteinらの提案した新種の多角形監視問題に対して、必要な監視員を数え、従来の結果を改善した。(3) 平面上の2つの有限点集合のミンコフスキー和に含まれる凸独立集合の点を数え、Eisenbrandらの未解決問題を解決した。(4) 多角形領域における最短路検索問題という基本的な問題を考察した。この問題に対して、検索問合せが領域の境界上にある場合を研究し、

Davenport-Schinzel 列と呼ばれる組合せ構造が重要な役割を果たすことを発見した。これにより、従来の結果を与える効率性を大幅に改善するデータ構造を設計した。

- 数え上げアルゴリズムの基礎に関わる問題に関して、次の研究を行った。(1) 入力に既に出力に近い状態で与えられている場合に、それを認識することなく高速に出力へ変形するアルゴリズムの開発を行った。(2) アルゴリズムにおける各種演算に誤りが発生しても、出力の正しさを保証できるアルゴリズムの開発を行った。(3) 種々の数え上げ問題の困難性を指数時間計算可能性の枠組において考察し、指数時間計算複雑性理論における強指数時間仮説との関係を詳細に調べた。特に、集合被覆問題と充足可能性問題に対する数え上げ版が指数時間計算複雑性理論において同程度の難しさを有するということを証明した。
- その他にも、グラフアルゴリズム、計算幾何、バイオインフォマティクスに現れる問題に関して、その数え上げ的側面、多面的側面を研究し、論文を出版した。

加えて、離散幾何と組合せ的数え上げを結び付ける話題を扱った洋書の翻訳を出版した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 30 件)

- (1) Yoshio Okamoto, Yota Otachi, and Ryuhei Uehara, On bipartite powers of bigraphs. *Discrete Mathematics & Theoretical Computer Science* 14(2), 11-20, 2012. 査読有
<http://www.dmtcs.org/dmtcs-ojs/index.php/dmtcs/article/view/2132>
- (2) Hiroshi Toyoizumi, Seiichi Tani, Naoto Miyoshi, and Yoshio Okamoto, Reverse preferential spread in complex networks. *Physical Review E* 86, 021103, 6 pages, 2012. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.86.021103>
- (3) Michael Hoffmann, Jiri Matousek, Yoshio Okamoto, and Philipp Zumstein, Minimum and maximum against k lies. *Chicago Journal of Theoretical Computer Science* 2012, Article 2, pp. 1-10, 2012. 査読有
<http://dx.doi.org/10.4086/cjtc.2012.002>
- (4) Walter Didimo, Michael Kaufmann, Giuseppe Liotta, Yoshio Okamoto, and Andreas Spillner, Vertex angle and crossing angle resolution of leveled tree drawings. *Information Processing Letters* 112, 630-635, 2012. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ipl.2012.05.006>
- (5) Sang Won Bae and Yoshio Okamoto, Querying two boundary points for shortest paths in a polygonal domain. *Computational Geometry: Theory and Applications* 45, 284-293, 2012. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.comgeo.2012.01.012>
- (6) Kevin Buchin, Maike Buchin, Jaroslaw Byrka, Martin Nöllenburg, Yoshio Okamoto, Rodrigo I. Silveira, and Alexander Wolff, Drawing (complete) binary tanglegrams: Hardness, approximation, fixed-parameter tractability. *Algorithmica* 62, 309-332, 2012. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1007/s00453-010-9456-3>
- (7) Sang Won Bae, Yoshio Okamoto, and Chan-Su Shin, Area bounds of rectilinear polygons realized by angle sequences. *Lecture Notes in Computer Science* 7676, 629-638, 2012. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-35261-4_65
- (8) Patrizio Angelini, Carla Binucci, William Evans, Ferran Hurtado, Giuseppe Liotta, Tamara Mchedlidze, Henk Meijer, and Yoshio Okamoto, Universal point subsets for planar graphs. *Lecture Notes in Computer Science* 7676, 423-432, 2012. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-35261-4_45
- (9) Takehiro Ito, Shin-Ichi Nakano, Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno, and Yushi Uno, A 4.31-approximation for the geometric unique coverage problem on unit disks. *Lecture Notes in Computer Science* 7676, 372-381, 2012. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-35261-4_40
- (10) Marek Cygan, Holger Dell, Daniel Lokshtanov, Dániel Marx, Jesper Nederlof, Yoshio Okamoto, Ramamohan Paturi, Saket Saurabh, and Magnus Wahlström, On problems as hard as CNF-SAT. *Proceedings of 27th IEEE Conference on Computational Complexity (CCC 2012)*,

- pp. 74-84, 2012. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1109/CCC.2012.36>
- (11) Takehiro Ito, Shin-Ichi Nakano, Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno, and Yushi Uno, A polynomial-time approximation scheme for the geometric unique coverage problem on unit squares. *Lecture Notes in Computer Science* 7357, 24-35, 2012. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-31155-0_3
- (12) Masashi Kiyomi, Yoshio Okamoto, and Toshiki Saitoh, Efficient enumeration of the directed binary perfect phylogenies from incomplete data. *Lecture Notes in Computer Science* 7276, 248-259, 2012. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-30850-5_22
- (13) Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, and Takeaki Uno, Hardness results and an exact exponential algorithm for the spanning tree congestion problem. *Journal of Graph Algorithms and Applications* 15, 727-751, 2011. 査読有
<http://jgaa.info/accepted/2011/OkamotoOtachiUeharaUno2011.15.6.pdf>
- (14) Michael Hoffmann, Jiri Matousek, Yoshio Okamoto, and Philipp Zumstein, The t -pebbling number is eventually linear in t . *The Electronic Journal of Combinatorics* 18(1), P153, 4 pages, 2011. 査読有
http://www.combinatorics.org/Volume_18/Abstracts/v18i1p153.html
- (15) Hee-Kap Ahn and Yoshio Okamoto, Adaptive algorithms for planar convex hull problems. *IEICE Transactions on Information and Systems* E94-D, 182-189, 2011. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1587/transinf.E94.D.182>
- (16) Yoshio Okamoto and Takeaki Uno, A polynomial-time-delay polynomial-space algorithm for enumeration problems in multi-criteria optimization. *European Journal of Operational Research* 210, 48-56, 2011. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2010.10.008>
- (17) Yoshinobu Kawahara, Kiyohito Nagano, and Yoshio Okamoto, Submodular fractional programming for balanced clustering. *Pattern Recognition Letters* 32, 235-243, 2011. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.patrec.2010.08.008>
- (18) Yota Otachi, Toshiki Saitoh, Katsuhisa Yamanaka, Shuji Kijima, Yoshio Okamoto, Hiroataka Ono, Yushi Uno, and Koichi Yamazaki, Approximability of the path-distance-width for AT-free graphs. *Lecture Notes in Computer Science* 6986, 271-282, 2011. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-25870-1_25
- (19) Shuji Kijima, Yoshio Okamoto, and Takeaki Uno, Dominating set counting in graph classes. *Lecture Notes in Computer Science* 6842, 13-24, 2011. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-22685-4_2
- (20) Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, and Takeaki Uno, Hardness results and an exact exponential algorithm for the spanning tree congestion problem. *Lecture Notes in Computer Science* 6648, 452-462, 2011. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-20877-5_44
- (21) Ondřej Bílka, Kevin Buchin, Radoslav Fulek, Masashi Kiyomi, Yoshio Okamoto, Shin-ichi Tanigawa, and Csaba D. Tóth, A tight lower bound for convexly independent subsets of the Minkowski sums of planar point sets. *The Electronic Journal of Combinatorics* 17, N35, 4 pages, 2010. 査読有
http://www.combinatorics.org/Volume_17/Abstracts/v17i1n35.html
- (22) Shuji Kijima, Masashi Kiyomi, Yoshio Okamoto, and Takeaki Uno, On listing, sampling, and counting the chordal graphs with edge constraints. *Theoretical Computer Science* 411, 2591-2601, 2010. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.tcs.2010.03.024>
- (23) Tobias Christ, Michael Hoffmann, Yoshio Okamoto, and Takeaki Uno, Improved bounds for wireless localization. *Algorithmica* 57, 499-516, 2010. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1007/s00453-009-9287-2>
- (24) Sang Won Bae, Matias Korman, and Yoshio Okamoto, The geodesic diameter of polygonal domains.

- Lecture Notes in Computer Science 6346, 500-511, 2010. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-15775-2_43
- (25) Hee-Kap Ahn and Yoshio Okamoto, Adaptive algorithms for planar convex hull problems. Lecture Notes in Computer Science 6213, 316-326, 2010. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-14553-7_30
- (26) Michael Hoffmann, Jiri Matousek, Yoshio Okamoto, and Philipp Zumstein, Minimum and maximum against k lies. Lecture Notes in Computer Science 6139, 139-149, 2010. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-13731-0_14
- (27) Yoshio Okamoto, Ryuhei Uehara, and Takeaki Uno, Counting the number of matchings in chordal and chordal bipartite graph classes. Lecture Notes in Computer Science 5911, 296-307, 2010. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-11409-0_26
- (28) Xavier Goaoc, Jan Kratochvil, Yoshio Okamoto, Chan-Su Shin, Andreas Spillner, and Alexander Wolff, Untangling a planar graph. Discrete & Computational Geometry, 42, 542-569, 2009. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1007/s00454-008-9130-6>
- (29) Komei Fukuda, Sonoko Moriyama, and Yoshio Okamoto, The Holt-Klee condition for oriented matroids, European Journal of Combinatorics 30, 2009, 1854-1867. 査読有
<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejc.2008.12.012>
- (30) Sang Won Bae and Yoshio Okamoto, Querying two boundary points for shortest paths in a polygonal domain. Lecture Notes in Computer Science 5878, 1054-1063, 2009. 査読有
http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-10631-6_106
- [学会発表] (計 14 件)
- (1) Sang Won Bae, Yoshio Okamoto, and Chan-Su Shin, Area bounds of rectilinear polygons realized by angle sequences. 23rd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2012), 2012 年 12 月 21 日, National Taiwan University (台湾)
- (2) Patrizio Angelini, Carla Binucci, William Evans, Ferran Hurtado, Giuseppe Liotta Tamara Mchedlidze, Henk Meijer, and Yoshio Okamoto, Universal point subsets for planar graphs. 23rd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2012), 2012 年 12 月 20 日, National Taiwan University (台湾)
- (3) Takehiro Ito, Shin-Ichi Nakano, Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno, and Yushi Uno, A 4.31-approximation for the geometric unique coverage problem on unit disks. 23rd International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2012), 2012 年 12 月 20 日, National Taiwan University (台湾)
- (4) Takehiro Ito, Shin-Ichi Nakano, Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, Takeaki Uno, and Yushi Uno, A polynomial-time approximation scheme for the geometric unique coverage problem on unit squares. 13th Scandinavian Symposium and Workshop on Algorithm Theory (SWAT 2012), 2012 年 7 月 4 日, University of Helsinki (フィンランド)
- (5) Marek Cygan, Holger Dell, Daniel Lokshtanov, Dániel Marx, Jesper Nederlof, Yoshio Okamoto, Ramamohan Paturi, Saket Saurabh, and Magnus Wahlström, On problems as hard as CNF-SAT. 27th IEEE Conference on Computational Complexity (CCC 2012), 2012 年 6 月 26 日, University of Porto (ポルトガル)
- (6) Masashi Kiyomi, Yoshio Okamoto, and Toshiki Saitoh, Efficient enumeration of the directed binary perfect phylogenies from incomplete data. 11th International Symposium on Experimental Algorithms (SEA 2012), 2012 年 6 月 8 日, LaBRI (フランス)
- (7) Shuji Kijima, Yoshio Okamoto, and Takeaki Uno, Dominating set counting in graph classes. 17th Annual International Computing and Combinatorics Conference (COCOON 2011), 2011 年 8 月 14 日, Hilton Hotel Dallas-Richardson (アメリカ)
- (8) Yota Otachi, Toshiki Saitoh, Katsuhisa Yamanaka, Shuji Kijima, Yoshio Okamoto, Hirotaka Ono, Yushi Uno, and Koichi Yamazaki, Approximability

- of the path-distance-width for AT-free graphs. 37th International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (WG 2011), 2011年6月22日, Teplá Monastery (チェコ)
- (9) Yoshio Okamoto, Yota Otachi, Ryuhei Uehara, and Takeaki Uno, Hardness results and an exact exponential algorithm for the spanning tree congestion problem. 8th Annual Conference on Theory and Applications of Models of Computation (TAMC 2011), 2011年5月23日~25日, 電気通信大学 (東京都)
- (10) Sang Won Bae, Matias Korman, and Yoshio Okamoto, The geodesic diameter of polygonal domains. 18th Annual European Symposium on Algorithms (ESA 2010), 2010年9月7日, Liverpool University (イギリス)
- (11) Hee-Kap Ahn and Yoshio Okamoto, Adaptive algorithms for planar convex hull problems. 4th International Frontiers of Algorithmics Workshop (FAW 2010), 2010年8月11日~13日, Wuhan Univeristy (中国)
- (12) Michael Hoffmann, Jiri Matousek, Yoshio Okamoto, and Philipp Zumstein, Minimum and maximum against k lies. 12th Scandinavian Symposium and Workshops on Algorithm Theory (SWAT 2010), 2010年6月22日, Studentsamskipnaden i Bergen (ノルウェー)
- (13) Yoshio Okamoto, Ryuhei Uehara, and Takeaki Uno, Counting the number of matchings in chordal and chordal bipartite graph classes. 35th International Workshop on Graph-Theoretic Concepts in Computer Science (WG 2009), 2009年6月26日, Montpellier (フランス)
- (14) Sang Won Bae and Yoshio Okamoto, Querying two boundary points for shortest paths in a polygonal domain. 20th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2009), 2009年12月18日, Ala Moana Hotel (アメリカ)

[図書] (計2件)

- (1) 伊藤大雄, 宇野裕之 (編著), 岡本吉央, 他21名 (共著), 離散数学のすすめ, 現代数学社, 2010年. 岡本は第3章「平面上の点集合から見た離散数学」(pp. 48-57)を執筆.

- (2) M. ベック, S. ロビンス (著), 岡本吉央 (訳) 「離散体積計算から見た組合せ数学入門」, シュプリンガー・ジャパン, 2010年. 267ページ.

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡本 吉央 (OKAMOTO YOSHIO)

電気通信大学・大学院情報理工学研究所・
准教授

研究者番号 : 00402660