

平成 23 年 5 月 18 日現在

研究種目：若手研究（B）

研究期間：2009～2010

課題番号：21760062

研究課題名（和文） 不動点最適化アルゴリズムと線形二次制御問題への応用

研究課題名（英文） Fixed point optimization algorithm and its application to linear-quadratic control problems

研究代表者

飯塚 秀明 (IIDUKA HIDEAKI)

九州工業大学・ネットワークデザイン研究センター・准教授

研究者番号：50532280

研究成果の概要（和文）：本研究では、最適制御の中心的課題の一つである線形二次制御問題を解くための不動点最適化アルゴリズムを考案し、そのアルゴリズムの収束解析を与えた。また、不動点最適化アルゴリズムを電力割り当てや帯域幅割り当てに関するネットワーク資源割り当て問題に適用し、それらの問題に関する数値例を与えた。数値実験により、提案アルゴリズムの有用性を示すことができた。本手法は、不完全かつ非対称な大規模・複雑ネットワークを制御するための手法となりうる可能性がある。

研究成果の概要（英文）：We devised an iterative algorithm, called a fixed point optimization algorithm, for solving a linear-quadratic control problem, which is one of the central issues in optimal control and conducted a convergence analysis on the algorithm. We also applied the algorithm to concrete network resource allocation problems such as power and bandwidth allocation and provided numerical examples for these problems. The numerical examples showed the effectiveness of the algorithm. The proposed algorithm may be modified to work for large-scale and complex system networks with incompleteness and asymmetry.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009年度	1,500,000	450,000	1,950,000
2010年度	1,200,000	360,000	1,560,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,700,000	810,000	3,510,000

研究分野：工学

科研費の分科・細目：応用物理学・工学基礎

キーワード：最適制御、線形二次制御問題、非凸最適化問題、非拡大写像、不動点、不動点最適化アルゴリズム、ネットワーク制御、ネットワーク資源割り当て問題

1. 研究開始当初の背景

(1) 制御系設計の際には、与えられた目標状

態に達することだけが要求されるのではなく、目標状態に至るまでの過度応答が

望ましい、あるいは、消費するエネルギーをできる限り小さくする、などといった設計仕様が一般に与えられることが多い。このような設計仕様の達成度を、評価関数の値の大小により数量的に表し、その評価関数を最大または最小にする制御系を設計する問題が研究されている。この問題は「最適制御問題」と呼ばれており、多くの研究者によって理論が構築されている。

- (2) 最適制御問題の中心的課題の一つである「線形二次制御問題」に関する既存の研究では、評価関数にある制御ウェイトを表す行列が正定値といった限られた条件の下で理論が展開されている。これらの行列が非正定値のときの線形二次制御問題は、Transmission Control Protocol (TCP) の影響を考慮した輻輳制御問題として見なすことができ、そのことから、非正定値制御ウェイト行列をもつ線形二次制御問題の解決が必要となる。

2. 研究の目的

本研究の目的は、TCP の影響を考慮した輻輳制御問題と関連のある非正定値制御ウェイト行列をもつ線形二次制御問題の解を求め、その解を求めるための手法を考案することである。

3. 研究の方法

線形二次制御問題の解くために、下記の

- (1), (2)に分けて研究を進めた：
- (1) [数学的問題の提案とその解決法]
- ① 線形二次制御問題から定義される代数方程式（リカッチ代数方程式と呼ばれる）に関連する「線形行列不等式」を与える。
 - ② ①で得られた線形行列不等式を満たす集合上での凸最適化問題を与える。この問題が3重階層の制約付き最適化問題に帰着されることを示す。
 - ③ 入力を、②の解を用いて定義する。この入力システムに対して安定性を満たす、さらに、線形二次制御問題の解になることを数学的に証明する。
- (2) [数値解析]
- ②を解くための既存手法と提案手法「不動点最適化アルゴリズム」との比較実験を行い、提案手法の性能を計算機で検証する。

4. 研究成果

- (1) 上記3. (1) ②の凸最適化問題は、次の3つのステージから成ることを示した：

- ① 非拡大写像と呼ばれる非線形写像の不動点を見つける問題
- ② 非拡大写像の不動点集合上である凸関数を最小にする行列を見つける問題
- ③ 非拡大写像の不動点集合上のある凸関数の全最小点の集合の中でトレースを最大にする行列を見つける問題

問題③を解くための手法「不動点最適化アルゴリズム」を考案し、その収束解析を構築した（本提案手法の詳細については、下記5. ⑤を御参照下さい）。

- (2) 上記3. (1) ③に書かれている性質を満たすような線形二次制御問題の解を、上記4. (1) の問題③の解を使って、記述することができた。この結果は、制御ウェイト行列が正定値のときの既存成果の拡張結果となっている。

- (3) 上記3. (2) [数値解析]も行った。図1は、既存手法（ハイブリッド最急降下法 [Yamada, 2001] (HSDM)）及び提案手法 (Proposed) に対する、非拡大写像 T の不動点集合との距離の挙動を表す。上記4. (1) ①から、実装されるアルゴリズムは、 T の不動点に収束することが必要となる。図1から、HSDMは T の不動点に収束しないのに対して、提案手法は T の不動点に収束することが分かる。

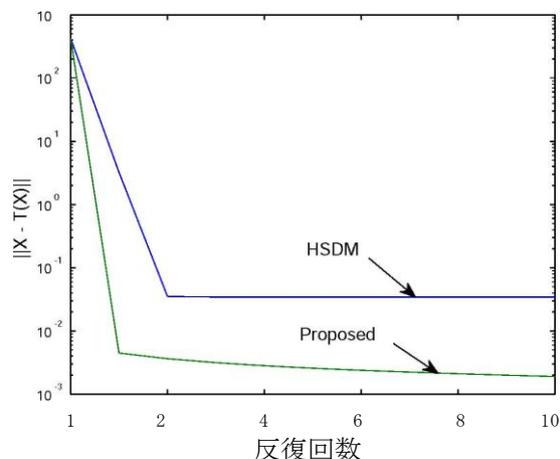


図1：ある非正定値制御ウェイト行列から定義される非線形写像 T に対する距離 $\|X - T(X)\|$ の挙動について。

上記4. (1)-(3)の研究成果は論文としてまとめ、現在、ジャーナルに論文 (revised version) を投稿中である。

- (4) 本研究では、ネットワーク制御を視野に入れた研究であるため、不動点最適化アルゴリズムのネットワーク資源割り当て問題への応用についても検討した。

- ① 電力割り当て問題について
電力割り当て問題は、非拡大写像の不動点集合上の非凸最適化問題として定式化できる。このことから、非凸最適化問題に適用できるように、不動点最適化アルゴリズムを修正し、その修正アルゴリズムの収束解析を構築した（下記5.③を御参照下さい）。図2は、修正アルゴリズムが電力割り当て問題の解に高速に収束することを示している。

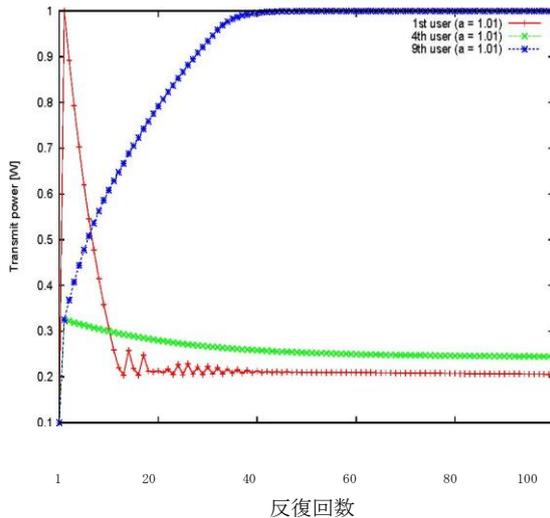


図2: ユーザ1 (基地局から最も近いユーザ)、ユーザ4、ユーザ9 (基地局から最も遠いユーザ)の送信電力について。基地局からの距離が遠いユーザほど、送信電力が大きくなる。反復回数40回(CPUタイムは約0.0270秒)で収束していることが分かる。

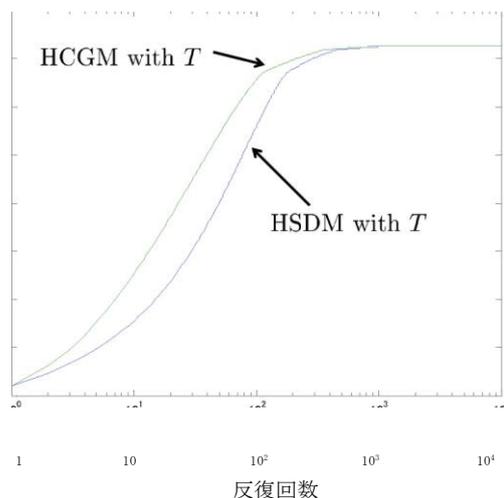


図3: 帯域幅割り当てに関するある非凹目的関数の挙動について。提案手法(HCGM with T)は反復回数200回(CPUタイムは約0.02秒)で収束しているのに対して、既存手法(HSDM with T)は反復回数500回(CPUタイムは約0.05秒)で収束している。

- ② 帯域幅割り当て問題について
上記(4)①と同様、帯域幅割り当て問題は、非拡大写像の不動点集合上の非凸最適化問題として定式化される。論文5.①では、論文5.③のアルゴリズムよりもより高速に解に収束させることが期待できる「共役勾配法」と呼ばれる手法を利用した不動点最適化アルゴリズムとその収束解析を提案した。上記の図3から、既存アルゴリズム(HSDM with T)と比べて、提案アルゴリズム(HCGM with T)が高速に帯域幅割り当て問題の解を近似することができる。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計11件)

- ① Hideaki Iiduka, Masato Uchida, Fixed point optimization algorithms for network bandwidth allocation problems with compoundable constraints, IEEE Communications Letters, 査読有 (掲載決定)
- ② Hideaki Iiduka, Yasushi Narushima, Conjugate gradient methods using value of objective function for unconstrained optimization, Optimization Letters, 査読有 (掲載決定)
- ③ Hideaki Iiduka, Fixed point optimization algorithm and its application to power control in CDMA data networks, Mathematical Programming, 査読有 (掲載決定)
- ④ Hideaki Iiduka, Three-term conjugate gradient method for the convex optimization problem over the fixed point set of a nonexpansive mapping, Applied Mathematics and Computation, 査読有, Vol. 217, No.13, 2011, pp. 6315-6327.
- ⑤ Hideaki Iiduka, Iterative algorithm for solving triple-hierarchical constrained optimization problem, Journal of Optimization Theory and Applications, 査読有, Vol. 148, No. 3, 2011, pp. 580-592.
- ⑥ Hideaki Iiduka, A new iterative algorithm for the variational inequality problem over the fixed point set of a firmly nonexpansive mapping, 査読有, Vol. 59, No. 6, 2011,

- pp. 873-885.
- ⑦ Hideaki Iiduka, Masato Uchida, 妥協可能制約付きネットワーク帯域幅割り当て問題のための不動点最適化手法, 電子情報通信学会技術研究報告 CQ2010-48-CQ2010-66, 査読無, Vol. 110, 2010, pp. 1-4.
 - ⑧ Hideaki Iiduka, 不動点集合上の変分不等式問題に関する不動点最適化アルゴリズム, 非線形解析学と凸解析学の研究, 査読無, Vol. 1685, 2010, pp. 26-31.
 - ⑨ Hideaki Iiduka, 不動点最適化アルゴリズムとネットワーク資源割り当て問題への応用, 日本数学会 2010 年度秋季総合分科会 講演アブストラクト, 査読無, 2010, pp. 58-61.
 - ⑩ Hideaki Iiduka, On an ergodic iteration method for the convex optimization problem over the fixed set, Pacific Journal of Optimization, 査読有, Vol.6, No.1, 2010, pp. 187-199.
 - ⑪ Hideaki Iiduka, Masato Uchida, Masato Tsuru, Kunimasa Kakuda, Proportional fair scheduler using conjugate gradient directions in multi-carrier system, 第21回RAMPシンポジウム, 査読無, 2009, pp. 109-120.

[学会発表] (計 4 件)

- ① Hideaki Iiduka, 妥協可能制約付きネットワーク帯域幅割り当て問題のための不動点最適化手法, 電子情報通信学会 コミュニケーションクオリティ (CQ) 研究会, 査読無, 2010. 11. 18, 京都大学 桂キャンパス.
- ② Hideaki Iiduka, 不動点最適化アルゴリズムとネットワーク資源割り当て問題への応用, 日本数学会 2010 年度秋季総合分科会, 査読無, 2010. 09. 23, 名古屋大学 東山キャンパス.
- ③ Hideaki Iiduka, Fixed point optimization algorithm with a three-term conjugate gradient direction, The Second Asian Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (S. Dhompongsa Ed.), 査読有, 2010. 09. 11, Royal Paradise Hotel & Spa, Patong beach, Phuket, Thailand.
- ④ Hideaki Iiduka, Proportional fair scheduler using conjugate gradient directions in multi-carrier system, 第 21 回 RAMP シンポジウム, 査読無, 2009. 09. 24, 松江くまびきメッセ.

[その他]

ホームページ等

<http://www.ndrc.kyutech.ac.jp/~iiduka/>

6. 研究組織

研究代表者

飯塚 秀明 (IIDUKA HIDEAKI)

九州工業大学・ネットワークデザイン研究センター・准教授

研究者番号 : 50532280