

機関番号：13103

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2009～2010

課題番号：21830043

研究課題名（和文） 日本の算数・数学の授業：数学的活動における知識状態に焦点を当てて

研究課題名（英文） Mathematics Lesson in Japan: focusing on the state of knowledge in mathematical activity

研究代表者

宮川 健 (MIYAKAWA TAKESHI)

上越教育大学・大学院学校教育研究科・准教授

研究者番号：30375456

研究成果の概要（和文）：

本研究では、数学的活動に焦点を当て、算数・数学の授業において実際にいかなる数学知識がいかに発生しているのか、その知識の特性を探った。その結果、ある特定の数学的活動において扱われた数学知識が、教師のもつ様々な水準（学校の方針、指導内容の教科書での扱い、子どものアイデアに対処する方法、子どもの反応、指導内容）の知識・技能との相互作用の結果、形作られていることをまず具体的に示した。さらに、知識状態に大きく影響を与える数学的活動に対する認識を明らかにする必要性が生じ、学習指導要領をはじめわが国で数学的活動と呼ばれる活動でいかなる知識状態が考慮されているか示した。

研究成果の概要（英文）：

The study explores the nature of mathematical knowledge emerging during the activity in Japanese mathematics lesson. I show, as a result of the analysis of a concrete example, that the mathematical knowledge at stake in the lesson is formed as a result of the interaction with teacher's knowledge of different levels such as on the policy of institution, on the mathematical contents of textbook, on the method of interaction with students, etc. The result points out the necessity of understanding teacher's perception on the mathematical activity in order to better understand the state of knowledge during the activity. The study also identifies different states of knowledge taken into consideration in the descriptions of what is called "mathematical activity" in Japanese course of study and in previous research works in Japan.

交付決定額

（金額単位：円）

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	1,060,000	318,000	1,378,000
2010 年度	960,000	288,000	1,248,000
年度			
年度			
年度			
総計	2,020,000	606,000	2,626,000

研究分野：社会科学

科研費の分科・細目：教育学・教科教育学

キーワード：数学教育学，日本の算数・数学授業，数学知識

## 1. 研究開始当初の背景

近年わが国の算数・数学の授業が世界的に注目され、様々な場面で議論されるようにな

ってきた。それは、わが国の授業研究の世界的な広がり（cf. Fernandez & Yoshida, 1994; Isoda et al., 2007）や、TIMSS Video

Studyをはじめとする国際比較研究において日本の授業が大きく取り上げられたこと (cf. Stigler and Hiebert, 1999) に起因しているのであろう。そして現在も日本の授業が研究対象として国際的に盛んに取り上げられている (cf. Clarke, et al., 2006)。

これらの国際比較研究では、日本の授業構造や日本の教師の授業に対する見方・考え方などが調査され、他国の授業—特に米国のもの—と大きく異なること、わが国の授業では活動が重視されることが報告されてきた (cf. Stigler and Hiebert, 1999)。一方、わが国においても、平成 10 年告示の小学校算数及び中学校数学の学習指導要領で「算数的活動」「数学的活動」の語が用いられるようになり、平成 20 年告示のものではさらに強調されるようになった。そして、日頃の授業実践においても活動重視が見て取れる。したがって、わが国の算数・数学の授業を語るにあたって、「数学的活動」はその中心的な概念となっていると言える。

そうした活動を重視した授業、特に算数・数学的活動を中心とする授業では、いかなる数学知識が扱われ、子どもがいかなる数学知識をいかに獲得しているのであろうか。日本の授業を扱った先行研究では、授業における活動内容 (例えば、問題把握、自力解決、練り上げ、振り返り、など) から授業の構造やパターンを同定し (cf. Shimizu, 1999; Stigler and Hiebert, 1999)、それがよりよいものと教師に認識されていること (Jacobs & Morita, 2002) などが明らかにされてきた。しかしながら、これまでの研究では、主に授業を進める手続きもしくは活動の外見的特徴に注意が払われており、活動において実際にいかなる知識や技能の獲得をいかに可能としているか不明である。それは、学習指導要領の記述も同様である。中学校の学習指導要領では、「生徒が目的意識をもって主体的に取り組む数学にかかわりのある様々な営み」を数学的活動ととらえ、具体的に「数や図形の性質などを見いだす活動」をはじめ 3 つの活動を明記しているが、そこでの子どもの知識状態は不明である。一方、数学教育の視点からもっとも重要となるのは、ある活動をしたことの実事よりも、その活動を通していかなる数学の知識や技能を獲得したかである。実際、たとえある授業で学習指導要領に示されている活動と外見的には類似した活動がなされていても、そこで扱われている数学の知識や技能の本質が異なることは、算数・数学の授業のみならず一般にしばしば起こる。

こうした背景より、数学教育学研究として、算数・数学的活動において実際にいかなる数学知識や技能が扱われているかその特性を探るとともに、子どもがいかなる過程 (知識

状態) を経て、いかにそれらを獲得しているか明らかにする必要性に至った。

## 2. 研究の目的

本研究の目的は、数学的活動を中心に据えた日本の授業において場面場面で表出する数学知識や技能の本性を探ることである。より詳細には、日本の授業における算数・数学的活動において実際にいかなる数学知識や技能が扱われ、子どもがいかなる過程 (知識状態) を経て、いかにそれらを獲得しているか、知識状態という視点から明らかにするとともに、その知識状態に影響を与える要素を特定する。

## 3. 研究の方法

本研究における分析対象は算数・数学の授業である。前述の研究目的を達成するために、量的ではなく質的な授業の分析を行なう。その理由は、知識状態を明確に記述する方法がまだ確立されておらず、その方法を見つけること自体が本研究の課題の一つだからである。本研究では以下の 3 点を中心に研究を進める。

### (1) 分析枠組みの構築

これまで、数学教育学の先行研究では、算数・数学の授業で表出する数学知識・技能の様々な側面を明らかにするための理論が提案されてきた (cf. Brousseau, 1997; Douady, 1986, 1991; Sfard, 1991; etc.)。これらを用いて、日本の算数・数学の授業を仮分析しつつ、最適な分析枠組みを構築する。

### (2) データの収集と処理

質的な授業分析を詳細に行なうため、小学校及び中学校の算数・数学の授業を撮影し、ビデオ記録をデータとして収集する。そして、それらからプロトコル (発話記録及び活動記録) を作成する。

### (3) データの分析

収集し処理したデータを (1) で構築した枠組みを用いて分析することにより、数学的活動においていかなる数学の知識・技能が扱われ、いかに発生しているか、そしてそれに影響を与える要因を探る。また、その結果をまとめ、発表する (論文執筆)。

なお、本研究テーマは、これまでデンマーク・コペンハーゲン大学理学部教授カール・ヴィンシュロウ (Carl Winslow) 氏と協力して進めてきた。本研究においても随時協力して分析等を進める。

## 4. 研究成果

本研究の主な成果は以下の 5 点である。

### (1) 収集・処理したデータ

研究期間中に附属小学校及び附属中学校でそれぞれ 2 回、地域の公立小・中学校でそれぞれ 1 回、データを収集しプロトコルを作

成した。研究種目の都合上、実質の研究期間が約1年半であったため、分析したデータはその一部であった。残りのデータの分析は今後も引き続き進める予定である。

#### (2) 分析枠組みの構築

研究当初、主に Brousseau による教授学的状況理論、Douady による Tool/Object の理論を用いてデータの仮分析を行なったが、最終的には、Chevallard による「教授の人間学理論」（以下、人間学理論）をベースとして授業における数学知識の状態を分析する枠組みを構築した。人間学理論に至った理由は、Brousseau や Douady の理論がある知識状態を生じさせる授業の内的な要因に主に焦点を当てているのに対し、人間学理論が外的な要因をも考慮している点にある。データの仮分析を進めるにつれ、実際の授業で進められる算数・数学的活動の性格が、教師のもつ認識や知識・技能に左右され、その影響が非常に大きいと考えた。そこで、授業において特定される知識状態を記述するために、より包括的な枠組みの必要性が生じたのである。枠組みは、具体的には、授業において扱われる数学知識（正確には「数学構成」と呼ばれる）が教師のもつ授業に対する知識・技能（正確には「教授構成」と呼ばれる）との相互作用、及びその相互作用が生じる環境の基盤構造（「教授インフラ」と呼ばれる）によって決定され、さらに教授構成については教師集団に付随する環境の基盤構造（「教授パラインフラ」と呼ぶ）の影響を受け形成されるというものである。

#### (3) データ分析の結果

収集・処理したデータを仮分析し、その中から特に興味深いと思われるもの、附属小学校で行なわれた研究会のデータを詳細に分析した。具体的には、算数授業のデータ（発話記録、子どもの活動記録、指導案等）の分析により、授業で見られた算数・数学的活動において扱われた数学知識が、教師のもつ様々な水準（学校の方針、指導内容の教科書での扱い、子どものアイデアに対処する方法、子どもの反応、指導内容）の知識・技能との相互作用の結果、形作られていることを実際の例を用いて示した。さらに、このデータが教師を対象とした研究会で収集したものであったため、指導案や授業の検討会での議論が教師のもついかなる水準の知識・技能に影響を与えるものであるか分析した。その結果、教師のもつ実践知から理論知まで幅広い水準のものについて議論されていること、それが日本の教師集団が習慣的にもつ教授パラインフラによって可能になっていることを示した。

#### (4) 「数学的活動」の枠組みの分析

授業での数学的活動における数学知識・技能の分析を進めるにつれ、教師のもつむしろ

は参照する数学的活動の性格を明らかにする必要性が生じた。これは、数学的活動に対する教師の認識、さらには日本の学校数学における認識が、実際の授業で生じる知識状態に大きく影響を与えるからである。また、数学的活動の語は、わが国に限らず、他国でも用いられるが、そのとらえ方は必ずしも一致しない。わが国においても、統一されていないようである。通常教師が参照するものは、学習指導要領の記述である。そこにおいても、平成10年のものと平成20年のもので数学的活動のとらえ方がやや異なる。さらに、70年代以降の数学教育学研究では、数学的活動の語がしばしば用いられてきたが、そのとらえ方も、お互いに矛盾するものではないものの、研究者によって異なるようである。

そこで本研究では、わが国で「数学的活動」と呼ばれる活動において数学知識のいかなる状態を考慮に入れてきたのか明らかにするため、「数学的活動」の背景となっている枠組みから、数学的活動のとらえ方とそこで知識状態の特性を探ることとした。これにより、実際の授業で見られる数学的活動において同定された知識状態が教師のもつ実践的な知識・技能に起因するものなのか、それともより理論的な知識に起因するものなのか明らかにできると考えた。具体的には、島田氏による数学的活動、能田氏による数学的活動、平成10年と平成20年の学習指導要領にみられる数学的活動、それぞれにおいて数学知識のいかなる状態が考慮に入れているか、教授学的状況理論を用いて分析した。ここで教授学的状況理論を用いた理由は、この理論が人間学理論よりもミクロなレベルで知識状態を記述できるからである。

4つの数学的活動の分析の結果、それぞれにおけるとらえ方が異なること、考慮に入れている知識状態とその変化も異なることがわかった。島田氏のものでは、数学にかかわる活動全体を「現実の世界」と「数学の世界」の視点からとらえ、そこでの様々な過程を詳細に示す。知識状態の変化は一般化や理想化などそこでの過程によって記述されていた。一方、能田氏の枠組みでは「操作」と「思考」という2つのレベルの深化によって、知識状態の変化をとらえ、それを数学的活動ととらえていた。学習指導要領においては、平成10年のものでは能田氏のとらえ方に類似したとらえ方が見られたが、平成20年のものでは、数学的活動の語は以前より強調されるようになったものの、知識状態の変化への言及が少なくなり、数学の利用や言語活動などいくつかの特定の活動が強調されるにとどまっていた。

#### (5) 研究成果の発表

(2)と(3)の研究成果は、仮分析の段階でまとめたものを第3回教授人間学理論国際

会議（スペイン）で発表し（Miyakawa & Winslow, 2010）、さらに枠組みと分析を精緻化したものを論文としてまとめ国際学術誌へ投稿した（論文題目：Developing mathematics teacher knowledge: the paradigmatic infrastructure of “open lesson” in Japan）。後者については、現在審査中である。(4)の分析結果は、今後発表の予定である。

また、本研究は、以前より進めてきた日本の算数・数学の授業に関する研究の一環であった。そのため、研究期間中、教授学的状況理論を用いて日本の算数授業を分析した結果を国際学術誌に発表した（Miyakawa & Winslow, 2009）。さらに、日本の別の算数授業の分析結果を、2011年中に刊行予定の英語の学術書に執筆した（論文題目：What is a “good lesson” in Japan? An analysis of a lesson. In I. Maitree, M. Isoda, & B. Yeap (Eds.) *Lesson Study: Challenges in Mathematics Education*. Singapore: World Scientific Publishing）。

#### 5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計6件）

- ① Miyakawa T., Winslow C. Japanese “open lessons” as institutional context for developing mathematics teacher knowledge. In *Proceedings of III International Conference on the Anthropological Theory of the Didactic (CATD-3)*, 査読有, 2010, pp. 333-338.
- ② 宮川健, フランスにおける数学教育と数学教授学, 日仏教育学会年報, 査読無, 第16号, 2010, pp. 57-65.
- ③ 宮川健, 学校数学で扱われている数学を知る ～小学校における比例を例に～, 研究と実践（上越数学教育研究会）, 査読無, 2009, pp. 2-7.
- ④ Miyakawa T., Winslow C., Didactical designs for students’ proportional reasoning: An “open approach” lesson and a “fundamental situation”, *Educational Studies in Mathematics*, 査読有, 72(2), 2009, pp. 199-218.
- ⑤ Miyakawa T., Winslow C., Étude collective d’une leçon: un dispositif japonais pour la recherche en didactique des mathématiques, In I. Bloch & F. Conne (Eds.) *Nouvelles perspectives en didactique des mathématiques: Actes de la XIVème école d’été* (CD-ROM: thème 2; 17

pages), Grenoble: La Pensée Sauvage Édition, 査読無, 2009.

- ⑥ Miyakawa T., Winslow C., Un dispositif japonais pour le travail en équipe d’enseignants : étude collective d’une leçon, *Education & Didactique*, 査読有, vol. 3 no. 1, 2009, pp. 77-90.

〔学会発表〕（計1件）

- ① 宮川健, 学校数学における比例, 2010年度数学教育学会春季年会, 2010年3月26日, 慶応大学矢上キャンパス, (論文集, pp. 89-91) .

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

宮川 健 (MIYAKAWA TAKESHI)

上越教育大学・大学院学校教育研究科・  
准教授

研究者番号：30375456

##### (2) 研究分担者

##### (3) 連携研究者

##### (4) 研究協力者

ヴィンシュロウ カール

(WINSLOW CARL)

コペンハーゲン大学（デンマーク）・  
理学部・教授