

機関番号：12601

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2009 ～ 2010

課題番号：21840016

研究課題名（和文） 放物型誘導表現を中心とした実半単純リー一群の表現論の研究

研究課題名（英文） Study of representation theory of semisimple Lie groups via investigating parabolic inductions

研究代表者

阿部 紀行 (ABE NORIYUKI)

東京大学・大学院数理科学研究科・特任助教

研究者番号：00553629

研究成果の概要（和文）：

実半単純 Lie 群の放物型誘導表現を、その Jacquet 加群を具体的に計算することで理解することを目標とした。当初予定していたよりも、より直接的な記述を得られることに気づき、必要な理論の整備を行った。

研究成果の概要（英文）：

The aim of this study is to investigate the structure of parabolic induction of a semisimple Lie group via calculating its Jacquet module. I noticed that more direct description than I expected can be obtained. New frameworks are needed for such a description. Some of them are established.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2009 年度	990,000	297,000	1,287,000
2010 年度	930,000	279,000	1,209,000
年度			
年度			
年度			
総計			

研究分野：数学

科研費の分科・細目：数学・代数学

キーワード：半単純 Lie 群, 放物型誘導表現, Jacquet 加群

## 1. 研究開始当初の背景

実半単純 Lie 群の表現論において、放物型部分群からの誘導による表現の構成法が有用であることは、広く認識されている。しかし、そのようにして得られた表現（放物型誘導表現）の構造は複雑であり、まだまだ深く理解されているとは言い難い。

本研究は、Jacquet 加群の具体的な計算を通じて放物型誘導表現を理解することを目標とした。Jacquet 加群はその計算結果の記述方法がなかったため、これまでその威力を発揮せずにいたと思われる。しかし、このような加群を記述する手段を与えるものであ

ると思われるモーメントグラフの理論が近年発展してきたところである。

## 2. 研究の目的

放物型誘導表現の Jacquet 加群を具体的に記述することにより、放物型誘導表現の詳しい構造を明らかにすることが目的である。

## 3. 研究の方法

Jacquet 加群の記述にはモーメントグラフの理論を用いる。既存のモーメントグラフの理論では記述には不足であるため、その一般化を確立する。それにより、変形された

Jacquet 加群の記述を行うことができる。得られた記述をもとに、放物型誘導表現の具体的な性質を明らかにする。

#### 4. 研究成果

モーメントグラフの理論により記述を行うために必要な、いくつかの放物型誘導表現の性質を示した。また、モーメントグラフの理論の一般化を行うことを試みたが、その研究の過程で変形されていない Jacquet 加群の記述が可能である可能性に気づき、そのような記述に適した形の理論の確立を目指した。いくつかの結果を得たが、今のところ完成には至らず、今後の課題である。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 3 件)

- ① Noriyuki Abe, On the existence of homomorphisms between principal series representations of complex semisimple Lie groups, *J. Algebra* 330 (2011), no. 1, 468--481. (査読有)
- ② Noriyuki Abe and Yoichi Mieda, A remark on the geometric Jacquet functor, *J. Math. Sci. Tokyo* 17 (2010), 243--246. (査読有)
- ③ Noriyuki Abe and Hiroyuki Nakaoka, General heart construction on a triangulated category (II): Associated cohomological functor, *Applied Categorical Structures*, DOI:10.1007/s10485-010-9226-z. (査読有)

[学会発表] (計 11 件)

- ① Verma 加群の拡大と  $R$  多項式, 2010 年度表現論シンポジウム, 伊豆の国市, 2010 年 11 月 12 日.
- ② 複素半単純 Lie 群の主系列表現の間の Ext 群について, 日本数学会秋季総合分科会 特別講演, 名古屋大学, 2010 年 9 月 22 日.
- ③ Jacquet modules of parabolically induced representation, 2010 Nankai Summer School on Representation Theory and Harmonic Analysis, 南開大学, 2010 年 6 月 11 日.
- ④ On the extensions between Verma modules, *Recent Advances in Mathematics at IPMU*, 2, IPMU, 2010 年 4 月 6 日.
- ⑤ On extensions between principal series of complex semisimple Lie groups, 第 9 回霧零軌道と表現論研究集

会, 北海道大学, 2010 年 2 月 19 日.

- ⑥ On the existence of homomorphisms between principal series of complex semisimple Lie groups, *Tokyo-Seoul Conference in Mathematics Representation Theory*, 東京大学, 2009 年 12 月 4 日.
- ⑦ On dimension of Whittaker vectors, 金沢数論幾何集会, 金沢, 2009 年 11 月 26 日.
- ⑧ Jacquet modules of parabolic induction, *AGU Lectures on Representation Theory*, 青山学院大学, 2009 年 10 月 22 日.
- ⑨ ねじれた Verma 加群の間の高次 Ext 群の消滅について, 日本数学会秋季総合分科会, 大阪大学, 2009 年 9 月 27 日.
- ⑩ Jacquet modules of parabolic induction, *Workshop on Integral Geometry and Group Representations*, 東京大学玉原国際セミナーハウス, 2009 年 8 月 10 日.
- ⑪ The category  $O$  for a general Coxeter system, *RIMS 研究集会「群の表現と非可換調和解析の新展開」*, 京都大学数理解析研究所, 2009 年 6 月 3 日.

#### 6. 研究組織

##### (1) 研究代表者

阿部 紀行 (ABE NORIYUKI)

東京大学・大学院数理科学研究科・特任助教

研究者番号 : 00553629

##### (2) 研究分担者

##### (3) 連携研究者