

## 科学研究費補助金研究成果報告書

平成 24 年 6 月 8 日現在

機関番号：82110

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2009～2010

課題番号：21860091

研究課題名（和文） プラズマ流の安定性解析における特異点と接続問題に関する理論的研究

研究課題名（英文） Theoretical study on singularity and matching problem for stability analysis of flowing plasma

研究代表者

白石 淳也 (SHIRAISHI JUNYA)

独立行政法人日本原子力研究開発機構・核融合研究開発部門・任期付研究員

研究者番号：60513223

研究成果の概要（和文）：安定性解析において重要な効果を抽出する手法に、接続法がある。プラズマ流の安定性解析においては特異点の位置が先験的に不明であるため、従来の接続法では特異点解析を行えないことを指摘した。そこで有限幅を持つ内部領域を用いる一般化された接続法を提案し、プラズマ流の接続問題が解けることを示した。当理論に基づいて数値解析を行い、流れの効果が重要となる領域を明らかにした。また、一般化された接続法に基づいて、解析的な分散関係を導出し、プラズマ流の安定性に影響を与える重要な物理量を明らかにした。

研究成果の概要（英文）：The matching method can extract the most important effect in the stability analysis. But for flowing plasmas, it is shown that the conventional matching method falls short of stability analysis since positions of singular points are not known *a priori*. We generalize the matching method by invoking inner layers with finite width, and show that the generalized method can be applied to flowing plasmas. By numerical studies based on the generalized matching theory, we clarified the location where the plasma flow plays a significant role. Additionally, based on the generalized matching theory, we derive an analytic dispersion relation, and clarified the most important physical effect affecting the stability of flowing plasmas.

交付決定額

(金額単位：円)

|         | 直接経費    | 間接経費    | 合計        |
|---------|---------|---------|-----------|
| 2009 年度 | 490,000 | 147,000 | 637,000   |
| 2010 年度 | 450,000 | 135,000 | 585,140   |
|         |         |         |           |
| 総計      | 940,000 | 282,000 | 1,222,000 |

研究分野：工学

科研費の分科・細目：総合工学、核融合学

キーワード：プラズマ・核融合

## 1. 研究開始当初の背景

揺動の安定化、乱流輸送の抑制、磁場の自己生成、磁気再結合といった、プラズマ流を伴う現象が、実験室系から宇宙・天体環境に亘って観測されており、プラズマ流の研究は学際的課題となっている。プラズマ流の研究において、その線形安定性を調べることは学

術的な観点からだけでなく、応用上も極めて重要である。しかし、流れの効果を取り入れて理論を構築しようとする、特異性や非エルミート性といった数学的困難により、従来の解析手法が適用できなくなる。また、プラズマの持つ多階層性が階層間の複雑な相互作用を引き起こし、多様なダイナミクスの源

になる一方、厳密な理論の構築を困難にする。階層性は特異点と関連する。プラズマ中に流れが無い場合には、特異点近傍の微視的な物理が支配する領域(内部層と呼ばれる)と、特異点から離れた巨視的な物理が支配する領域(外部領域と呼ばれる)を漸近的に接続する特異点解析手法「漸近接続法」がある。この手法は核融合分野で考案され、長い歴史を持っており、数理的な基礎が確立されている。接続法では、内部層は特異点を含む必要がある。プラズマ流が無い場合、特異点が或る特定の場所に現れ、その場所が背景磁場により決定されるため、特異点を内部層と同一視することにより、漸近接続ができる。しかし、プラズマ流がある場合、特異点が分離し、且つ、それらの位置が先験的に不明であるため、漸近接続法では解析不能に陥る。この困難はこれまで指摘されてこなかった。

## 2. 研究の目的

本研究では漸近接続理論を一般化し、異なる空間スケールを持つ階層間を有限幅の内部「領域」を用いて接続し、プラズマ流に対する接続理論を構築する。これは、特異点の位置は先験的に不明だが、或る有限な領域内に存在することからの着想である。内部領域が有限幅を持つことにより、内部領域と外部領域の解を接続し、自己無撞着なプラズマの運動を得ることができると考えられる。本手法を一般化された接続法と呼ぶ。

具体的な応用として、プラズマと外部系(抵抗性壁)との相互作用により現れる抵抗性壁モード(RWM : Resistive Wall Mode)を考える。RWM が不安定になると核融合プラズマの性能を制限するため、その安定化は喫緊の課題となっている。近年の研究により、プラズマ流によるRWM安定化が有効であることが知られており、RWM 研究は、一般化された接続法による解析に適した課題である。

## 3. 研究の方法

流れに伴うドップラーシフトにより、特異点は分離する。更に、モード自体も有限な周波数を持ちながら共鳴現象を起こすため、特異点の位置は更にシフトする。これら特異点の位置は先験的に不明だが、その存在範囲は有限な領域である。そこで、特異点を含むよう、有限な厚さをもつ内部領域を設定することにより、この困難を解消する。接続条件として、プラズマ変位の法線成分が連続であることを課し、接続条件を導入する。プラズマ表面における接続条件は磁場の法線成分の連続性とする。

内部領域においては、様々な物理モデルを用いることができる。例えば、流れの効果を検討するのであれば、Frieman-Rosenbluth 方程式を用いればよい。外部領域では、プラズマ

の慣性を無視した簡約化した方程式(Newcomb 方程式)を解けば十分である。

## 4. 研究成果

(1) 一般化された接続法に基づいて、数値計算コードを開発した。図1の様な円柱プラズマモデルを考察する。

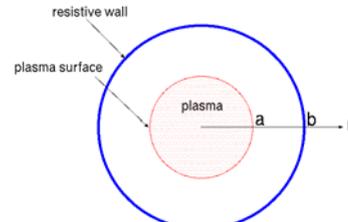


図1 円柱プラズマモデル

図2(a)に示す平衡配位を用いる。

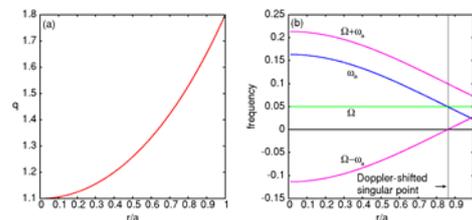


図2 (a)正磁気シア配位における安全係数分布 (b) プラズマ回転周波数、アルフベン周波数、ドップラーシフトしたアルフベン周波数

$q$  は安全係数と呼ばれ、平衡磁場のピッチを表わす。図2(a)のような常に  $q' > 0$  の平衡は、正磁気シア配位と呼ばれる。図2(b)のように、プラズマの剛体回転  $\Omega$  を加える。アルフベン波(磁気流体波の一つ)の周波数と、回転によってドップラーシフトしたアルフベン周波数を示す。アルフベン周波数が消えるところが特異点に対応する。流れが無い場合には、特異点はプラズマ領域外にあるが、流れがある場合には、ドップラーシフトにより特異点がプラズマ中に現れることが分かる。更には、RWM 自体も小さい周波数  $\omega_r$  で回転する。概要を図3に示す。

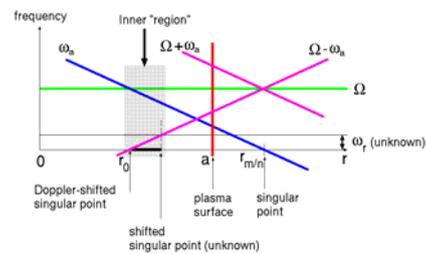


図3 特異点、ドップラーシフトした特異点、シフトした特異点

$\omega_r$  が有限の値をもつため、アルフベン波と共鳴するために、特異点が更にシフトすることが分かる。 $\omega_r$  の値は問題を解かないと分からないため、特異点の位置が先験的に分

からないことを意味する。ただし、 $\omega_r$  は有限の値をとるので、図3に示したように、有限幅をもつ内部領域(ハッチされた領域)を用いれば、内部領域に特異点を取り入れることができる。

一般化された接続法の数値的な性質を調べるために、グローバルな計算と比較する。ここで、グローバルとは、全領域を解くことを意味する。図4は、一般化された接続法による計算と、グローバル計算の比較である。(a)は、固有関数の相対誤差分布、(b)はRWM成長率の内部層厚さ( $\Delta$ )に関する収束性を示す。ただし、 $\gamma$  ( $\gamma_g$ )は一般化された接続法(グローバル計算)によるRWM成長率を表わす。

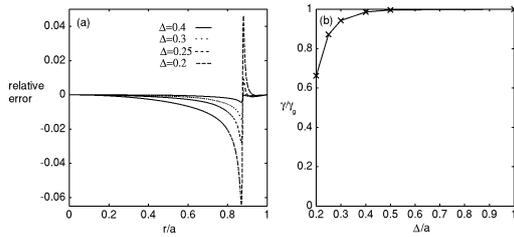


図4 グローバル計算との比較(固有関数・RWM成長率)

図4(a)より、 $\Delta/a > 0.2$  ならば、固有関数の誤差は数%以下に抑えられることが分かる。また、図4(b)より、成長率に関しては、 $\Delta/a = 0.3$  の内部領域の厚さがあれば、グローバル計算の成長率を十分近似することができる。表1は、接続法とグローバル計算の計算時間および計算資源を比較したものである。

表1 グローバル計算との比較(計算時間・計算資源)

| $\Delta$ | Time | % of global code | Resource | % of global code |
|----------|------|------------------|----------|------------------|
| 0.3      | 2.3s | 28%              | 27MB     | 60%              |
| 0.4      | 2.7s | 33%              | 30MB     | 67%              |
| 0.5      | 3.0s | 36%              | 34MB     | 76%              |

表1から、一般化された接続法により、計算時間及び計算資源を低減できることが分かる。

(2)当コードを用いて、RWM安定化に関して、プラズマ流が重要となる領域を明らかにした。図2と同じ平衡配位を用いて、 $\Delta/a = 0.25$  とする。接続法では、内部領域の物理モデルを変えることができる。ここでは、内部領域において、プラズマ流の無いモデルを用いて、流れの効果を調べる。プラズマ流の無いモデルを用いると、図5に示すように、プラズマ表面近傍に設置された内部領域において、固有関数の共鳴構造が消滅することが分かる。共鳴構造が消滅すると、成長率は0.9倍に減少するため、表面近傍のプラズマ流は不安定化に効いていることが分かる。

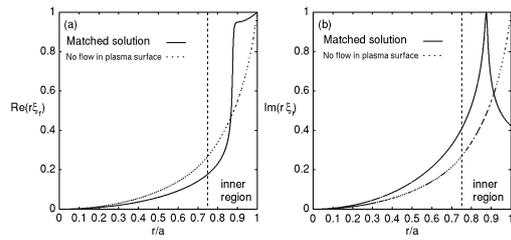


図5 プラズマ流の有無による固有関数の変化

次に、図6のように負磁気シア配位( $q' < 0$  領域を持つ)を考える。

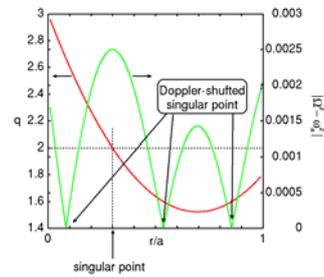


図6 負磁気シア配位

プラズマ中にも特異点があるので、ドップラーシフトにより三つ特異点が存在する。各特異点を含むように三つの内部領域を配置する。内部領域を内側から s1, s2, s3 と名付ける。各領域においてプラズマ流が無いモデルを用いた場合の固有関数を図7に示す。

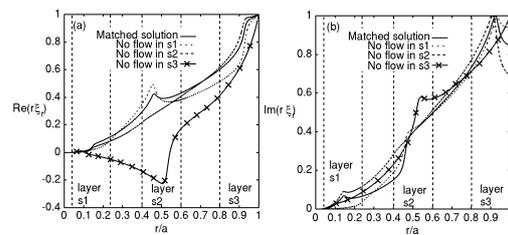


図7 負磁気シア配位における接続法による固有関数

図7のように各内部領域の共鳴構造が消滅するので、各内部領域のプラズマ流の効果を調べることができる。RWM成長率を調べると、s1(s2, s3)において共鳴構造が消滅すると、成長率は0.97(1.13, 0.97)倍になる。よって、s1およびs3領域のプラズマ流は成長率に影響を与えない一方、s2におけるプラズマ流は安定化効果があることが明らかになった。以上の解析は、接続法により始めて可能となった。

(3)内部領域における重要な物理量を同定す

るために、解析的な評価を行った。内部領域における支配方程式を、ドップラーシフトした特異点の近傍で展開し一般化された内部層方程式を導出した。更に、修正ベッセル関数で表わされる解析解を求めた。解析解を用いて一般化された接続問題を解き、解析的な分散関係を得た。これは一般化された接続法により始めて導出された。分散関係では、プラズマ表面の平衡量、内部領域の幅、抵抗壁の物性値、特異点近傍での平衡量を与えると、RWM の成長率および振動数を計算することができる。図 8 は、分散関係による RWM 成長率及び振動数を様々な内部領域の幅に対し壁位置の関数としてプロットし、グローバル計算と比較したものである。

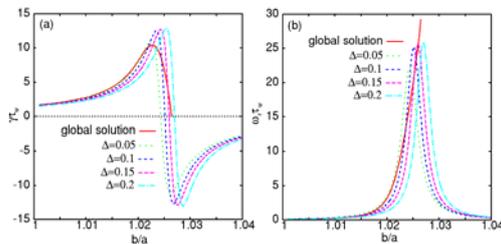


図 8 解析的な分散関係による成長率及び振動数のグローバル計算との比較

図 8 より、分散関係は内部領域の幅に鋭敏に依存しないことが分かった。

分散関係の解析から、RWM 安定性において、物理パラメータ、 $\Omega/(\Omega^2 - \omega_a^2)$  が RWM 安定性に本質的であることが分かった。ここでプライムは微分を表わす。よって、RWM 安定性においては、プラズマ流だけでなく、シア流、磁気シア(アルフベン周波数のシア)も重要な役割を果たすことが分かる。図 9 に示すように、プラズマ流のシアが磁気シアより小さい(大きい)場合、パラメータの符号が正(負)となり、RWM は安定化(不安定化)されることが初めて明らかになった。

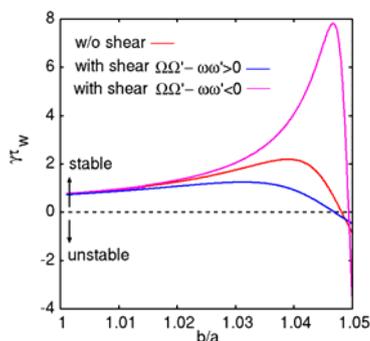


図 9 解析的分散関係によるシア流効果

## 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者に

は下線)

[雑誌論文] (計 5 件)

- ① J. Shiraishi and S. Tokuda, Analytic dispersion relation for resistive wall modes in rotating plasmas by generalized matching theory, Nuclear Fusion, 査読有, 51 巻, 2011, 053006-1-053006-9, DOI: [10.1088/0029-5515/51/5/053006](https://doi.org/10.1088/0029-5515/51/5/053006)
- ② N. Aiba, J. Shiraishi, and S. Tokuda, Impact of plasma poloidal rotation on resistive wall mode instability in toroidally rotating plasmas, 査読有, 18 巻, 2011, 022503-1-022503-5, DOI: [10.1063/1.3551731](https://doi.org/10.1063/1.3551731)
- ③ J. Shiraishi and S. Tokuda, Numerical matching scheme for stability analysis of flowing plasmas, IEEE Transactions on Plasma Science, 査読有, 38 巻, 2010, 2169-2176, DOI: [10.1109/TPS.2010.2048220](https://doi.org/10.1109/TPS.2010.2048220)
- ④ J. Shiraishi, S. Tokuda, and N. Aiba, A matching problem revisited for stability analysis of resistive wall modes in flowing plasmas, Physics of Plasmas, 査読有, 17 巻, 2010, 012504-1-012504-9, DOI: [10.1063/1.3286435](https://doi.org/10.1063/1.3286435)
- ⑤ J. Shiraishi, Z. Yoshida, and M. Furukawa, Topological transition from accretion to ejection in a disk-jet system - Singular perturbation of the Hall effect in a weakly ionized plasma, The Astrophysical Journal, 査読有, Vol. 697, 2009, 100-105, DOI: [10.1088/0004-637X/697/1/100](https://doi.org/10.1088/0004-637X/697/1/100)

[学会発表] (計 10 件)

- ① J. Shiraishi, S. Tokuda, N. Aiba, and M. Yagi, Stabilization of resistive wall mode by toroidal rotation shear, Joint Meeting of US-Japan MHD Workshop and ITPA MHD Stability/Energetic Particle Topical Group, 2012 年 3 月 7 日, 核融合科学研究所.
- ② 白石淳也, 回転プラズマにおける抵抗性壁モードの理論シミュレーション研究(受賞記念講演), Plasma Conference 2011, 2011 年 11 月 22 日, 石川県立音楽堂.
- ③ 白石淳也, 相羽信行, 矢木雅敏, Development of RWM analysis code for rotating plasmas, Plasma Conference 2011, 2011 年 11 月 24 日, 石川県立音楽堂.
- ④ 白石淳也, 相羽信行, 徳田伸二, 矢木雅敏, 回転プラズマにおける抵抗性壁モー

ドの理論・シミュレーション研究(招待講演)、第27回プラズマ・核融合学会、2010年12月1日、北海道大学。

- ⑤ J. Shiraishi and S. Tokuda, Analytic theory of a matching problem generalized for stability analysis of resistive wall modes in rotating plasmas, The 23rd IAEA Fusion Energy Conference, 2010年10月14日, Daejeon Convention Center.
- ⑥ 白石淳也、徳田伸二、プラズマ流の安定性解析における接続問題、日本物理学会第65回年次大会、2010年3月22日、岡山大学。
- ⑦ J. Shiraishi and S. Tokuda, Revisiting matching theory for stability analysis of resistive wall modes in rotating plasmas, Joint Meeting of US-Japan MHD Workshop and ITPA MHD Stability Topical Group, 2010年3月9日、核融合科学研究所
- ⑧ J. Shiraishi, S. Tokuda, and N. Aiba, Rotation and rotation shear effects on resistive wall mode stability, 51st Annual Meeting of the American Physical Society Division of Plasma Physics, 2009年11月5日, Hyatt Regency Atlanta.
- ⑨ J. Shiraishi, S. Tokuda, and N. Aiba, Rotation and rotation shear effects on resistive wall mode stability, The 7th General Scientific Assembly of the Asia Plasma and Fusion Association and the Asia-Pacific Plasma Theory Conference, 2009年10月, アウガ。
- ⑩ J. Shiraishi and S. Tokuda, A numerical matching scheme for stability analysis of flowing plasmas, 21st International Conference on Numerical Simulations of Plasmas, 2009年10月8日, Congress Center of Pavilhao Atlantico.

[その他]

ホームページ等

<http://www-jt60.naka.jaea.go.jp/theory/staff/shiraishiJ.html>

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

白石 淳也 (SHIRAISHI JUNYA)

独立行政法人日本原子力研究開発機構・核融合研究開発部門・任期付研究員

研究者番号：60513223