

令和 6 年 9 月 9 日現在

機関番号：82706

研究種目：基盤研究(B)（一般）

研究期間：2021～2023

課題番号：21H03447

研究課題名（和文）格子H行列に基づく数値線形代数の構築と最新アーキテクチャへの高性能実装法

研究課題名（英文）Construction of numerical linear algebra based on lattice H-matrices and its high-performance implementation on modern architectures

研究代表者

伊田 明弘 (Ida, Akihiro)

国立研究開発法人海洋研究開発機構・付加価値情報創生部門(地球情報科学技術センター)・主任研究員

研究者番号：80742121

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 13,300,000円

研究成果の概要（和文）：格子H行列に基づく数値線形代数系の構築を目的とした研究・開発を行った。格子H行列の特殊な場合であるBLR行列について、全固有値計算手法を提案し数値計算アルゴリズムを開発した。格子H行列法の高性能実装に関する研究を実施した。タスク並列化言語に機能を追加し、分散メモリ並列計算機上でのH行列分割生成および低ランク構造行列生成の計算性能を向上させることに成功した。また、各種の最新CPUアーキテクチャを用いた計算ノードにおいて、理論的限界値の85%以上の性能を達成するH行列・ベクトル積計算手法を開発した。さらに、最新GPUのMIG機能を用いて、BLR行列に対するQR分解高速に行う手法を開発した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

格子H行列法は、大規模な科学技術計算を少ない計算量とメモリ使用量で実地するための手法であり、多くの実問題（超電導解析、地震波動解析、マイクロマグネティクス計算など）で使用されている。本研究では、格子H行列法の理論的枠組みを拡張し、最新計算機アーキテクチャの性能を引出す数値計算アルゴリズムを開発した。この成果は、計算科学の理論的枠組みを拡張した学術的意義に加え、実応用シミュレーションの大規模化・高速化する社会的意義も大きい。

研究成果の概要（英文）：We conducted research and development aimed at constructing a numerical linear algebra system based on the lattice H-matrix. We proposed an algorithm to calculate all eigenvalues for the BLR matrix, a special case of the lattice H-matrix. Research on high-performance implementation of the lattice H-matrix method was carried out. By adding efficient work-stealing functions to task parallelization languages, we successfully improved the computational performance of H-matrix partitioning and low-rank structured matrix generation on distributed memory parallel computers. Furthermore, we developed an H-matrix-vector multiplication computation method that achieves over 85% of the theoretical limit performance on computing nodes using various latest CPU architectures. Additionally, we developed a method for fast QR decomposition of BLR matrices using the MIG feature of the latest GPUs.

研究分野：数値線形代数

キーワード：近似計算 低ランク H行列法 数値線形代数 行列近似 高性能計算 並列計算 アルゴリズム

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

## 様式 C - 19、F - 19 - 1、Z - 19 (共通)

### 1 研究開始当初の背景

密行列を扱う必要性は、科学技術計算およびデータ科学計算の随所に生じる。密行列の保存には多くの計算機メモリと演算量が必要である。密行列を回避して計算機メモリ・演算量を大幅に低減させ、且つ、ハードウェアの性能を引き出せる手法が必要である。

そのような密行列回避手法として、低ランク構造行列近似を用いる研究が近年盛んに行われている。低ランク構造行列では、近似対象行列を分割し、部分行列に低ランク近似を適用する。行列分割構造の作成方法の違いにより、低ランク構造行列には幾つかの種類があり、それらの間には、近似精度・演算量・演算難度のトレードオフが存在する。最も構造が単純な低ランク構造行列の BLR(Block Low Rank)は高精度で演算が比較的容易であるが、圧縮率が十分とは言えない。H(Hierarchical)行列は、BLR 行列に比べて高圧縮であり演算量も少ないが、行列分割構造が複雑なため並列計算の難度が高く、分散メモリシステム上で効率的な通信パターンの構築が困難である。

2018年に伊田(代表)らが提案した「格子 H 行列法」は、従来の低ランク構造行列の間に存在するトレードオフ問題を解消させると期待できると見込んだ。その根拠は、格子 H 行列は BLR 行列の格子構造を保持しており、従来型 H 行列では演算・通信パターンが複雑になり過ぎ実現困難な行列演算アルゴリズムであっても、格子単位で演算を行うことにより見通し良く開発することが可能なためである。

### 2 研究の目的

本研究では、科学技術計算およびデータ科学計算に必要な数値線形代数の行列演算に対し、格子 H 行列に基づき実行する計算アルゴリズム群を構築し、最新の計算機アーキテクチャ上で実装することを目的とした。本研究以前の研究において、科学技術計算の行列について、格子 H 行列の行列分割生成、行列・ベクトル積、LU 分解のアルゴリズムは開発済みであった。これらの CPU クラスタ向け実装は、超電導解析や地震周期解析などの実問題に利用されていた。これらの研究実績を土台とし、目的達成に向けて次の重点課題 A、B を掲げた。

**課題 A . 格子 H 行列計算アルゴリズム群の開発**

**課題 B . 最新ハードウェアの性能を引き出す格子 H 行列アルゴリズムの最適化**

### 3 研究の方法

上記 2 章の課題 A、B について、下記の項目について研究を行った。

**課題 A . 格子 H 行列計算アルゴリズム群の開発 :**

・研究課題 A-(1) 格子 H 行列演算種類の拡充

これまでに開発していた格子 H 行列生成、行列・ベクトル積、LU 分解を活用して、演算の種類を拡充に取り組んだ。格子 H 行列の単純な場合である BLR 行列に対して、低ランク行列構造を保ちつつ QR 分解および固有値分解を行う計算手法の開発を行った。

・研究課題 A-(2) データ科学分野の問題への格子 H 行列法の適用

教師あり機械学習法の一つであるカーネルリッジ回帰では、グラム行列を係数行列に持つ連立一次方程式を解く必要がある。一般的には密行列となるグラム行列を BLR 行列で近似し、カーネルリッジ回帰の計算コスト削減に取り組んだ。グラム行列に混入する誤差が推論精度に与える影響について調べ、BLR 行列を使用した際の計算時間・メモリ使用量・推論精度などについて検討した。

**課題 B . 最新ハードウェアの性能を引き出す格子 H 行列アルゴリズムの最適化:**

・研究課題 B-(1) GPU 向け格子 H 行列計算のコード開発

利用頻度が高くマルチコア CPU 向けコードが既開発の演算(格子 H 行列生成、行列・ベクトル積、LU 分解)について、並列アルゴリズムを GPU 向けに再検討し、再実装を行った。上記研究課題(1)で新たに開発された BLR-QR 分解についても GPU 化を行った。

・研究課題 B-(2) 動的負荷分散を用いた格子 H 行列計算の高速化

ヘテロジニアス化した計算システムで計算負荷均衡を取るために、タスク並列言語(Cilk Plus, Tascell)を用いた動的負荷分散を導入した。また、同一計算ノード内の MPI プロセス間でコア割当てを、計算状況に合わせて動的に変化させる手法の導入を検討した。さらに、計算ノード間で計算リソース割当てを、量子アニーラを用いて最適化する手法を検討した。

### 4 研究成果

研究期間中に多くの研究成果(研究論文 22 本、学会発表 28 件)が得られた。それらの中で、代表的な成果 4 件について、内容を以下に記す。

#### (1) 対称ブロック低ランク行列の固有値問題解法

対称ブロック低ランク(BLR)行列の固有値問題を解く数値計算手法を提案した。この手法は、従来のブロックHouseholder変換による密行列の帯行列化を経由した2段階三重対角行列化手法を元としている。帯行列化の際に、変換対象の行列だけでなくブロックHouseholderベクトルについても、各ブロックが低ランク行列であるBLR行列で近似することにより、従来手法に比べて計算量を低減させる手法である。

従来の密行列をブロック分割し帯行列化を行うには、ブロックサイズ $m$ に関わらず計算量 $O(N^3)$ が必要であり、手法全体の計算量を決める主要部となる。低ランクブロックのランク数が

$k$ で一定である対称 BLR 行列の場合には、帯行列化に必要な計算量が $O(m^2N + kN^2 + k^2N^3/m^2)$ となり、 $m$ を適当に選べば計算量を密行列の場合より減少させることができる。そのため、帯行列から三重対角行列に変換させる村田法の計算量 $O(mN^2)$ とのバランスにより手法全体の計算量が決まる。BLR 行列固有値問題解析手法の全体としては、最適ブロックサイズ $m \propto k^{2/3}N^{1/3}$ の時に、計算時間 $O(k^{2/3}N^{7/3})$ で最小となる。

数値実験を行った結果、最適ブロックサイズおよび計算時間は、ほぼ理論通りの結果が得られた。また、BLR 行列を用いた提案手法により計算された固有対の精度および固有ベクトルの直交性は、元となる BLR 行列近似に用いられたランク  $k$  に依存し、ランクが大きくなるほど密行列の結果に近づくことが確かめられた。提案手法を用いれば、必要な精度に応じた計算時間で大規模な固有値問題を解くことができる。このような特性を踏まえると、全固有値の分布をすばやく調べるような使用法が考えられる。

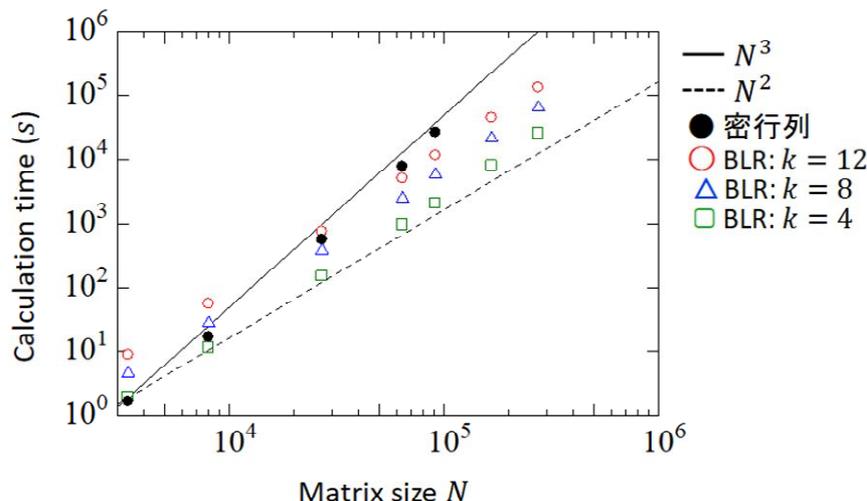


図1 BLR 行列を用いた提案手法と従来手法（密行列）の計算時間と行列サイズ $N$ の関係[1].

## (2) 階層型行列法のマルチコア CPU 向け最適化

研究開始当初、階層型行列（H行列）・ベクトル積はクリロフ部分空間法において重要なカーネルであるが、H行列の持つ複雑さから高速化に関する研究は十分に行われてこなかった。H行列・ベクトル積は大きさがまちまちな多数の密行列・ベクトル積の集合からなるため、マルチコア CPU における高速化には、1. スレッド間のロードバランシング、2. ベクトルアクセスのキャッシュ効率、3. 解ベクトルへの書き込み競合、などの課題があり、さらに近年のマルチコア CPU の構成を考慮して、4. プロセッサの NUMA 構成を考慮した最適化、5. High Bandwidth Memory (HBM) を考慮した最適化、の手法を考える必要がある。論文[2]では上記を考慮して、A64FX、Intel Xeon CascadeLake、AMD EPYC において有効な最適化手法を検討した。細粒度なスレッド分割によるロードバランシング手法、キャッシュ効率を考慮した部分行列・ベクトル積の実行順序、解ベクトルへの書き込み競合の回避、NUMA を考慮した First touch やスレッド分散手法、HBM の性能を活かすための部分行列の格納形式などについて提案した。提案手法を HBM メモリ搭載 A64FX、DDR メモリ搭載 Intel Xeon CascadeLake、AMD EPYC において評価した。図1は静電場解析において現れる様々なH行列・ベクトル積に対して提案の7つの最適化手法を順次適用した際の性能（FLOPS）であり、事実上の最大値である十分に大きな密行列・ベクトル積（図の横線）と遜色ない性能（A64FX、AMD EPYC、Intel Xeon CascadeLake それぞれで最大 84.8、98.7、100.7%の FLOPS）を達成した。これはH行列の密行列近似によって演算量が 1/100 になった場合、計算速度がほとんどそのまま 100 倍になることを意味する。

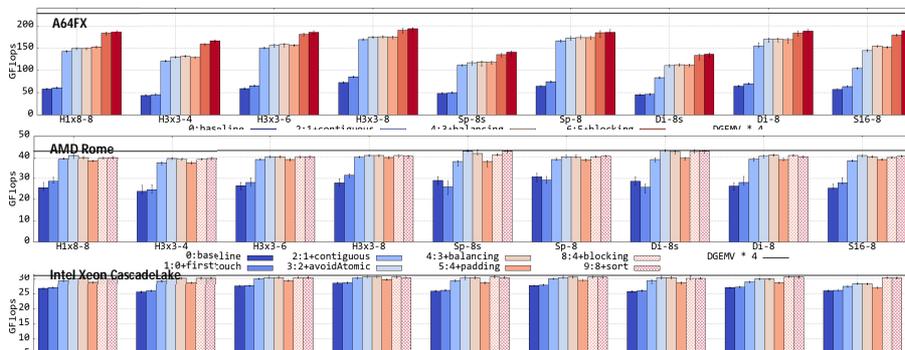


図2: 階層型行列・ベクトル積演算の最適化と A64FX, AMD EPYC, Intel CascadeLake における性能評価。一番左をベースラインとして、順次最適化を追加している[2]。

### (3) GPU 向け格子H行列計算のコード開発

最新の CPU や GPU は多数の計算コアを備えており、それらを常に稼働させられるに十分な量の計算を同時に行わせなければハードウェアの性能を使い切ることができない。一方、格子H行列を含む低ランク行列を用いた計算では、行列を近似する際に大きな行列を分割して近似するため、その行列に対する演算は必然的に「小規模な計算を多数行う」ものとなる。これをそのまま GPU に行わせると良い性能を得ることはできない。こうした問題への対策としては小規模な計算を多数同時に行うバッチ計算が知られており、著名な数値計算ライブラリによる対応も進んでいる。しかしこれらを利用するにはプログラムのデータ構造などを変更する必要があり、容易に利用することができない。

そこで本研究では、複数のプロセスで GPU を共有利用する実行形態による高性能化を提案した。また、高性能計算分野の数値計算プログラムには Fortran (Fortran90 など) を用いて記述されているプログラムが多く、我々のプログラムも元々は Fortran90 で書かれており、MPI と OpenMP により並列化されている。そのため、Fortran から容易に利用できる手段での高速化には大きな需要がある。そのため、CUDA Fortran を用いて GPU 向けのプログラム記述を行った。

本研究では NVIDIA の一部の GPU が備えるマルチインスタンス GPU (Multi-Instance GPU、MIG) 機能に着目した。MIG を使うと GPU は複数のサブ GPU に分割可能となり、GPU の全計算資源を使い切る想定で作られている GPU 向けライブラリもサブ GPU 内でのみ実行させることができる。そのため、GPU 全体を使った小規模な計算ではなく、サブ GPU ごとの小規模な計算を複数同時に実行させることが可能となり、全体としては良好な性能が得られることが期待できる。

実験の結果、プログラムの構造を大きく変更することなく大幅な性能改善が行えることを示した。下図は H 行列よりも行列の構造が単純なブロック低ランク (Block Low-Rank、BLR) 行列に対する QR 分解を行った結果であり、MIG を用いることで大幅な性能向上が得られた。格子 H 行列に対する計算においても高性能化が期待できる。

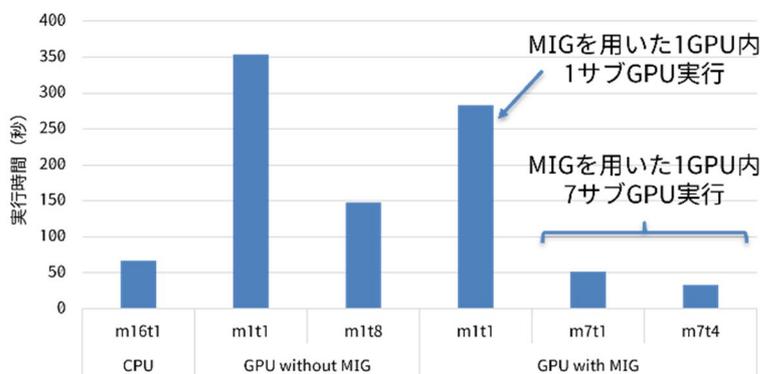


図 3 : BLR 行列に対する QR 分解の性能評価結果。MIG を用いることで MIG を用いない場合よりも実行時間を 78%短縮できた。CPU と比べても 51%短縮できている。CPU は AMD EPYC 7313、GPU は NVIDIA A100(PCIe) を使用。対象問題は密行列状態で一辺の長さが約 5 万、約 10%の容量に近似されている[3]。

### (4) 動的負荷分散を用いた H 行列生成の高速化

H 行列の生成処理は、行列を部分行列に分割する分割構造生成処理とその各部分行列の要素を求めるフィル処理の 2 ステップにより行われる。このうち、分割構造生成処理については効率良い並列実装が提案されておらず、我々の以前の研究でタスク並列言語 Cilk Plus および Tascell による共有メモリ環境向けの並列実装を行ったが、本課題の研究ではさらに分散メモリ環境にも対応した実装を行った。また、フィル処理についても動的負荷分散を適用した並列実装を行った。従来の H 行列生成処理の実装では、分割構造生成処理とフィル処理が分離されていたが、これらの処理をシームレスに接続し、分割構造生成処理が完全に終了していても計算コアが必要に応じてフィル処理の実行可能な部分を実行するようにすることで、計算コアの遊休時間を最小化することを目指した。

分散メモリ環境上での分割構造生成処理の実装手法としては、分散クラスタツリー構築(DCTC)と冗長クラスタツリー構築(RCTC)の 2 つを提案した。分割構造生成処理はさらに、CT 構築と BCT 構築という 2 つの処理に分割されるが、DCTC では CT 構築と BCT 構築の両方について全ノードのワーカによる並列処理を行う。一方 RCTC では、CT は全ノードで(ノード内での並列化は行いつつ)冗長に構築し、BCT 構築は DCTC 同様に全計算ノードによる並列処理を行う。RCTC では CT 構築に関して複数ノードでの性能向上は得られないが、DCTC で生じるデータ交換コストを削減することができる。これらの実装を、ノード間のワークスティールにも対応したタスク並列言語 Tascell を用いて行った。約 1 億要素の 3 次元電場解析を用いた数値実験で、京都大学スーパーコンピュータ Laurel 2 の 8 ノード×36 ワーカによる評価を行った。その結果、RCTC では対 1 ノード比で最大 1.11~1.20 倍の性能向上を達成した。DCTC では CT 交換のコストのため複数ノード

ドでの性能向上は得られなかったが、CT 構築フェーズでは性能向上を確認できた。

分割構造生成処理とフィル処理のシームレスな接続では、具体的には、従来の実装では BCT 構築が完全に終了してから、BCT の各葉ノードに対する部分行列のフィル処理を行っていたところ、提案実装ではワーカが BCT の各葉ノードを生成した直後に対応する部分行列のフィル処理を実行するようにした。TasceII による実装および Laurel 2 の最大 16 ノード×36 ワーカによる性能評価を行った結果、動的負荷分散を用いない実装と比較して良好なスケーラビリティおよび最大 1.9 倍の高速化が得られた[4]。

上記の研究成果のほか、動的負荷分散を用いた H 行列計算において GPU も活用できるようにすることを目標として、TasceII 言語の GPU 対応に向けた開発も進めた。

#### <引用文献>

- [1] A. Ida, "Solving Block Low-Rank Matrix Eigenvalue Problems," *Journal of Information Processing*, Vol.30, pp. 538-551 (2022).
- [2] T. Hoshino, A. Ida and T. Hanawa, "Optimizations of H-matrix-vector Multiplication for Modern Multi-core Processors," *2022 IEEE International Conference on Cluster Computing (CLUSTER)*, pp. 462-472 (2022).
- [3] S. Ohshima, A. Ida, R. Yokota and I. Yamazaki, "QR Factorization of Block Low-Rank Matrices on Multi-instance GPU," *The 23rd International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies*, pp. 359-369 (2023).
- [4] Z. Bai, T. Hiraishi, A. Ida, M. Yasugi and K. Fukazawa, "Construction of Hierarchical Matrix on Distributed Memory Systems using a Task Parallel Language," *2022 The Tenth International Symposium on Computing and Networking Workshops (CANDARW)*, pp. 48-54 (2022).

## 5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計22件（うち査読付論文 13件 / うち国際共著 3件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Ohshima Satoshi, Ida Akihiro, Yokota Rio, Yamazaki Ichitaro	4. 巻 1
2. 論文標題 QR Factorization of Block Low-Rank Matrices on Multi-instance GPU	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 In Proceedings of the 23rd International Conference on Parallel and Distributed Computing, Applications and Technologies	6. 最初と最後の頁 359 ~ 369
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-29927-8_28	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kawai Masatoshi, Ida Akihiro, Hanawa Toshihiro, Nakajima Kengo	4. 巻 1
2. 論文標題 Dynamic Core Binding for Load Balancing of Applications Parallelized with MPI/OpenMP	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 In: International Conference on Computational Science. Cham: Springer Nature Switzerland	6. 最初と最後の頁 378 ~ 394
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1007/978-3-031-36024-4_30	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Kawai Masatoshi, Ida Akihiro, Hanawa Toshihiro, Hoshino Tetsuya	4. 巻 1
2. 論文標題 Optimize Efficiency of Utilizing Systems by Dynamic Core Binding	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 HPCAsia '24 Workshops: Proceedings of the International Conference on High Performance Computing in Asia-Pacific Region Workshops	6. 最初と最後の頁 77-82
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3636480.3637221	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ida Akihiro	4. 巻 60
2. 論文標題 Algebraic Partition Construction Method for Hierarchical Matrices	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 IEEE Transactions on Magnetics	6. 最初と最後の頁 1 ~ 4
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/TMAG.2023.3305333	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Yu Yijie, Toshihiro Hanawa	4. 巻 2023-HPC-192(34)
2. 論文標題 Hierarchical Matrix Calculation for FPGA using SYCL	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告	6. 最初と最後の頁 1-7
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 大島聡史, 伊田明弘, 河合直聡, 横田理央, Ichitaro Yamazaki	4. 巻 2023-HPC-190
2. 論文標題 CUDA Fortran + MIG + UVMを用いたBLR行列QR分解の大規模高速化	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 情報処理学会 研究報告	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Apriansyah M. Ridwan, Yokota Rio	4. 巻 1
2. 論文標題 Computing the k-th Eigenvalue of Symmetric H2-Matrices	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 ICPP '23: Proceedings of the 52nd International Conference on Parallel Processing	6. 最初と最後の頁 11-20
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3605573.3605607	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Deshmukh Sameer, Yokota Rio, Bosilca George, Ma Qinxiang	4. 巻 1
2. 論文標題 O(N) distributed direct factorization of structured dense matrices using runtime systems.	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 ICPP '23: Proceedings of the 52nd International Conference on Parallel Processing	6. 最初と最後の頁 1-10
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1145/3605573.3605606	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Tamori Hirotoishi、Fukaya Takeshi、Iwashita Takeshi	4. 巻 31
2. 論文標題 Subspace Correction Preconditioning for Solving a Sequence of Asymmetric Linear Systems Using the Bi-CGSTAB Method	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 Journal of Information Processing	6. 最初と最後の頁 875 ~ 884
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2197/ipsjjip.31.875	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ida Akihiro	4. 巻 30
2. 論文標題 Solving Block Low-Rank Matrix Eigenvalue Problems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Information Processing	6. 最初と最後の頁 538 ~ 551
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2197/ipsjjip.30.538	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Hoshino Tetsuya、Ida Akihiro、Hanawa Toshihiro	4. 巻 1
2. 論文標題 Optimizations of H-matrix-vector Multiplication for Modern Multi-core Processors	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 In Proceedings of 2022 IEEE International Conference on Cluster Computing (CLUSTER)	6. 最初と最後の頁 462~472
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/CLUSTER51413.2022.00056	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Bai Zhengyang、Hiraishi Tasuku、Ida Akihiro、Yasugi Masahiro	4. 巻 30
2. 論文標題 Parallelization of Matrix Partitioning in Hierarchical Matrix Construction on Distributed Memory Systems	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Journal of Information Processing	6. 最初と最後の頁 742 ~ 754
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.2197/ipsjjip.30.742	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Ozawa So, Ida Akihiro, Hoshino Tetsuya, Ando Ryosuke	4. 巻 232
2. 論文標題 Large-scale earthquake sequence simulations on 3-D non-planar faults using the boundary element method accelerated by lattice H-matrices	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Geophysical Journal International	6. 最初と最後の頁 1471 ~ 1481
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1093/gji/ggac386	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 該当する

1. 著者名 Bai Zhengyang, Hiraishi Tasuku, Ida Akihiro, Yasugi Masahiro, Fukazawa Keiichiro	4. 巻 1
2. 論文標題 Construction of Hierarchical Matrix on Distributed Memory Systems using a Task Parallel Language	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 In Proceedings of 2022 The Tenth International Symposium on Computing and Networking Workshops (CANDARW)	6. 最初と最後の頁 48-54
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1109/candarw57323.2022.00058	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 伊田明弘	4. 巻 2022-HPC-185
2. 論文標題 対称ブロック低ランク行列の固有値問題解法	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 SWoPP2022 (HPC研究分科会)	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 伊田 明弘、荻田 武史、横田 理央	4. 巻 1
2. 論文標題 対称ブロック低ランク行列の精度保証付き固有値問題解法	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 日本応用数学会 (2022年度年会)	6. 最初と最後の頁 1-2
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 Ma Qianxiang, Yokota Rio	4. 巻 1
2. 論文標題 An inherently parallel H2-ULV factorization for solving dense linear systems on GPUs	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 The International Journal of High Performance Computing Applications	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1177/10943420241242021	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 星野哲也, 伊田明弘, 埴敏博	4. 巻 2021-HPC-180
2. 論文標題 A64FXにおける階層型行列演算の性能評価	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告(Web)	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 So Ozawa, Akihiro Ida, Tetsuya Hoshino, Ryosuke Ando	4. 巻 -
2. 論文標題 Large-scale earthquake sequence simulations of 3D geometrically complex faults using the boundary element method accelerated by lattice H-matrices on distributed memory computer systems	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 arXiv preprint	6. 最初と最後の頁 1-26
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.48550/arXiv.2110.12165	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 星野 哲也, 河合 直聡, 三木 洋平, 埴 敏博, 中島 研吾	4. 巻 2022-HPC-183
2. 論文標題 Fortran標準規格do concurrentを用いたGPUオフローディング手法の評価	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告(Web)	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 鈴木謙吾, 深谷猛, 岩下武史	4. 巻 2021-HPC-182
2. 論文標題 近似逆行列前処理における前処理行列生成部の簡略化とスレッド並列化	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 情報処理学会研究報告(Web)	6. 最初と最後の頁 1-8
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 伊田明弘	4. 巻 -
2. 論文標題 ブロック低ランク行列の近似固有値計算	5. 発行年 2021年
3. 雑誌名 日本応用数理学会2021年年会講演予稿集	6. 最初と最後の頁 1-2
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計28件 (うち招待講演 6件 / うち国際学会 15件)

1. 発表者名 Yu Yijie, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 Hierarchical Matrix Calculation for FPGA using SYCL
3. 学会等名 報処理学会ハイパフォーマンスコンピューティング研究会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Tetsuya Hoshino, Akihiro Ida, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 Optimizations of H-matrix-vector Multiplication for Modern Multi-core Processors
3. 学会等名 日本地球惑星科学連合大会 (JpGU) 2023 (招待講演)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Tetsuya Hoshino, Akihiro Ida, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 Optimizations of H-matrix-vector Multiplication for Modern Multi-core Processors
3. 学会等名 ICIAM 2023 (International Council for Industrial and Applied Mathematics 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 百武尚輝, 星野哲也, 小澤 創, 伊田明弘, 安藤亮輔, 河合直聡, 永井 亨, 片桐孝洋
2. 発表標題 OpenACCを用いた地震シミュレーションのGPU並列化
3. 学会等名 情報処理学会 第86回全国大会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Satoshi Ohshima
2. 発表標題 Considering multi process calculations on current GPU
3. 学会等名 ATAT in HPSC 2024 (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Takumi Miyajima, Ryosuke Ando, Akihiro Ida
2. 発表標題 Dynamic Rupture Simulation Using FDP Method Accelerated by Lattice H-matrices
3. 学会等名 ICIAM 2023 (International Council for Industrial and Applied Mathematics 2023) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 宮脇巧光、安藤亮輔、伊田明弘
2. 発表標題 Acceleration of dynamic rupture simulation using FDP-LH matrices
3. 学会等名 日本地球惑星科学連合大会 ( JpGU ) 2023
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 宮脇 拓光、安藤 亮輔、伊田 明弘
2. 発表標題 時空間境界積分方程式法の高速度手法FDP=Lattice H行列法の近似精度評価
3. 学会等名 日本地震学会 2023 年度秋季大会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Takumi Miyajima, Ryosuke Ando, Akihiro Ida
2. 発表標題 Acceleration of the Spatiotemporal Boundary Integral Equation Method Using the FDP=Lattice H Matrices Method
3. 学会等名 Advancing Earth and Space Sciences 2023(AGU23) ( 国際学会 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 大島 聡史、伊田 明弘、横田 理央、Yamazaki Ichitaro
2. 発表標題 一万計算コア超時代のGPUに向けたプログラム最適化と自動チューニングを考える
3. 学会等名 第15回 自動チューニング技術の現状と応用に関するシンポジウム ( ATTA2023 )
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 大島聡史, 伊田明弘, 横田理央, Yamazaki Ichitaro
2. 発表標題 BLR-QR on GPU: マルチインスタンスGPUを用いた多数の小密行列計算の高速化
3. 学会等名 第14回 自動チューニング技術の現状と応用に関するシンポジウム (ATTA2022)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Ryosuke Ando, So Ozawa, Akihiro Ida, Tetsuya Hoshino, Kazunori Muramatsu, Ryoya Matsushima, Masatoshi Kawai, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 High-resolution Simulation of Earthquake Recurrence Enabled by Optimization for Multi-core CPUs and Large-scale Parallelization
3. 学会等名 The International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage, and Analysis 2023 (SC23) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 門倉陣之介, 深谷猛, 岩下武史
2. 発表標題 CholeskyQRとBCGS2による非縦長行列のQR分解
3. 学会等名 The 6th cross-disciplinary Workshop on Computing Systems, Infrastructures, and Programming (xSIG 2022)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Kengo Suzuki, Takeshi Fukaya and Takeshi Iwashita
2. 発表標題 A new version of AINV preconditioning simplified by using nonzero element positions of a coefficient matrix
3. 学会等名 15th World Congress on Computational Mechanics 8th Asian Pacific Congress on Computational Mechanics (WCCM-APCOM YOKOHAMA2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Ohshima
2. 発表標題 QR Factorization of Block Low-rank Matrices on Multiple-/Multi-Instance GPUs
3. 学会等名 2024 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High-Performance Scientific Computing (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Zhengyang Bai, Tasuku Hiraishi, Akihiro Ida, Masahiro Yasugi
2. 発表標題 Parallelization of Matrix Partitioning in Hierarchical Matrix Construction Using Node-aware Work Stealing
3. 学会等名 情報処理学会 第138回プログラミング研究発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Masatoshi Kawai, Akihiro Ida
2. 発表標題 Numerical Evaluation of Dynamic Core Binding Library with H-matrix Application
3. 学会等名 2022 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High-Performance Scientific Computing (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Tetsuya Hoshino, Akihiro Ida, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 Optimizations of Lattice H-matrix-vector Multiplication for Modern Supercomputers
3. 学会等名 SIAM Conference on Parallel Processing for Scientific Computing 2022 (SIAM PP 22) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Tetsuya Hoshino, Akihiro Ida, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 Optimizations of H-matrix-vector Multiplication for A64FX
3. 学会等名 2022 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High-Performance Scientific Computing (ATAT in HPSC 2022) (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 伊田明弘、安藤亮輔、佐藤大裕、小澤創、星野哲也
2. 発表標題 格子H行列法とFDP法による3D弾性波動伝播の高速計算
3. 学会等名 SWoPP2021(「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 小澤創、伊田明弘、星野哲也、安藤亮輔
2. 発表標題 格子H行列を用いた3次元非平面断層の超大規模地震サイクルシミュレーション
3. 学会等名 日本地震学会(2021年度秋季大会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Sameer Deshmukh
2. 発表標題 Acceleration of $O(N)$ Solvers for Large Dense Matrices, Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High Performance Scientific Computing
3. 学会等名 2022 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High-Performance Scientific Computing (ATAT in HPSC 2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Muhammad Ridwan Apriansyah
2. 発表標題 Parallel QR Factorization of Block Low-rank Matrices
3. 学会等名 2022 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High-Performance Scientific Computing (ATAT in HPSC 2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Thomas Spendlhofer
2. 発表標題 Alterative Refinement with Hierarchical Low-rank Preconditioners Using Mixed Precision
3. 学会等名 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High Performance Scientific Computing (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 深谷猛, 岩下武史, 中島浩
2. 発表標題 最近のマルチコアCPU環境における疎行列ベクトル積の性能に関する一考察
3. 学会等名 SWoPP2021(「行列・固有値問題の解法とその応用」研究部会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 鈴木謙吾, 深谷猛, 岩下武史
2. 発表標題 GPU に適した近似逆行列前処理の簡略化手法
3. 学会等名 日本応用数学会 (2021年度年会)
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Yijie Yu, Toshihiro Hanawa
2. 発表標題 Offloading Integer GMRES Method to Accelerators
3. 学会等名 HPC Asia 2022 (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Satoshi Ohshima
2. 発表標題 QR Factorization of Block Low-rank Matrices on Multi-Instance GPU
3. 学会等名 Conference on Advanced Topics and Auto Tuning in High Performance Scientific Computing (招待講演) (国際学会)
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

HACApK code <a href="https://github.com/Post-Peta-Crest/ppOpenHPC/tree/MATH/HACApK">https://github.com/Post-Peta-Crest/ppOpenHPC/tree/MATH/HACApK</a>
--

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	横田 理央  (Yokota, Rio)  (20760573)	東京工業大学・学術国際情報センター・教授    (12608)	

6. 研究組織（つづき）

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究分担者	埴 敏博  (Hanawa, Toshihiro)  (30308283)	東京大学・情報基盤センター・教授    (12601)	
研究分担者	岩下 武史  (Iwashita, Takeshi)  (30324685)	京都大学・学術情報メディアセンター・教授    (14301)	
研究分担者	大島 聡史  (Ohshima, Satoshi)  (40570081)	九州大学・情報基盤研究開発センター・准教授    (17102)	
研究分担者	星野 哲也  (Hoshino, Tetsuya)  (40775946)	名古屋大学・情報基盤センター・准教授    (13901)	
研究分担者	平石 拓  (Hiraishi, Tasuku)  (60528222)	京都橋大学・工学部・専任講師    (34309)	

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	河合直総  (Kawai, Masatoshi)  (80780791)	名古屋大学・情報基盤センター・特任助教    (13901)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関

--	--	--	--	--