

令和 4 年 5 月 27 日現在

機関番号：99999

研究種目：奨励研究

研究期間：2021～2021

課題番号：21H04073

研究課題名 歪直交多項式に基づくシンプレクティック行列の固有値計算法の構築

研究代表者

三木 啓司 (Miki, Hiroshi)

気象大学校・講師

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 370,000円

研究成果の概要：本研究ではランダム行列の理論で現れる歪直交多項式の中でも、シンプレクティック行列と対応する特定のクラスのものに注目した。その歪直交多項式が直交多項式と対応することを明らかにした上で、対象となる歪直交多項式についてその変形理論を導いた。直交多項式の変形理論と対応する離散可積分系として離散戸田方程式が知られており、本結果からバタフライ形式と呼ばれるシンプレクティック行列の標準系に付随する離散可積分系が戸田方程式の変数を利用して得られることも明らかとなった。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究からシンプレクティック行列の標準系の一つであるバタフライ形式に対応する離散可積分系がある種明らかとなった。代表的な離散可積分系の一つである離散戸田方程式は数値計算法で三重対角行列に対する高速・高精度な解法であるqd法と等価であることが知られており、本研究の成果によりシンプレクティック行列に対する高速・高精度な数値解法の構成が可能になると期待される。

研究分野：可積分系、直交多項式

キーワード：歪直交多項式 シンプレクティック行列 離散可積分系

## 1. 研究の目的

(1) エルミート多項式に代表される直交多項式は、三重対角行列の固有ベクトルと関連し、数学・物理学・工学を問わず様々な分野で現れる。特に数値計算の分野においては、三重対角行列の固有値を計算する代表的なアルゴリズムである  $qd \cdot QR$  アルゴリズムが直交多項式の変形理論から導かれる離散可積分系と等価であることが明らかとなっている。この関係に注目して、直交多項式の一般化から様々な行列の固有値計算法がこれまで提案されてきた。本研究では、制御理論で現れるシンプレクティック行列に注目し、シンプレクティック行列の新しい固有値計算法を提案することを目的とする。

(2) シンプレクティック行列の標準形の一つにバタフライ形式と呼ばれるものがあり、バタフライ形式は直交多項式の一般化の一つであり、ランダム行列の理論から提案された歪直交多項式と呼ばれる多項式列のあるクラスと対応することがこれまでの研究により明らかとなった。そこで(1)を達成するために、この歪直交多項式のクラスに対して、変形理論を構築し対応する離散可積分系を明らかにする。

## 2. 研究成果

(1) 一般の歪直交多項式は漸化式を満たさないが、バタフライ形式に対応する歪直交多項式列はある漸化式を満たし、更にはこの歪直交多項式と直交多項式との対応関係を明らかにできる。この関係を利用することで直交多項式の変形理論を通じて、歪直交多項式の変形理論を構築することが可能となった。これにより、バタフライ形式に対応する離散可積分系が、直交多項式に附随する離散可積分系である離散戸田方程式を用いて記述できることが明らかとなった。離散可積分系は正值性を持ち、数値計算アルゴリズムとの親和性も高く、この結果から一般のシンプレクティック行列に対して高精度な固有値計算法が今後得られると期待される。

(2) バタフライ形式に対応する歪直交多項式は通常の歪直交多項式にローラン対称性を課すことで得られることが知られている。本研究ではまた、歪直交多項式に異なる対称性を課した別の歪直交多項式のクラスについても調査を行い、この歪直交多項式がハミルトニアン行列と呼ばれる行列のクラスと対応することも明らかにした。ハミルトニアン行列もシンプレクティック行列同様制御理論で現れることが知られており、この歪直交多項式について対応する離散可積分系を明らかにすることで、ハミルトニアン行列に附随する固有値計算法も導かれると期待される。

主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計0件

〔学会発表〕 計2件（うち招待講演 1件 / うち国際学会 0件）

1. 発表者名 三木 啓司
2. 発表標題 歪直交多項式のスペクトル変換と固有値問題
3. 学会等名 ワークショップ 可積分系研究の最近の進展 –理論, シミュレーション, 応用– (招待講演)
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

研究組織（研究協力者）

氏名	ローマ字氏名
----	--------