

令和 6 年 5 月 21 日現在

機関番号：15401

研究種目：若手研究

研究期間：2021～2023

課題番号：21K13587

研究課題名（和文）推論主義の視座から見た数学の授業場面における規範性の源泉

研究課題名（英文）The source of normativity in mathematics lessons from an inferentialist perspective

研究代表者

上ヶ谷 友佑 (Uegatani, Yusuke)

広島大学・附属福山高等学校・教諭

研究者番号：80813071

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,600,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では大きく分けて3つの成果を得た。第一に、数学教育研究の各種理論においては、従来、概念内容（concept）が概念名（notion）に先行すると考えがちであったが、推論主義の視座からは逆の順番で発達すると捉えるほうがよいことを理論的に示した。第二に、推論主義の視座から見た数学的活動の分析により、生徒達は数学的推論が正しくできていないことを自覚できない見かけ上の困難性に直面するという事実と、それを自覚していく過程が数学学習として重要であることが明らかになった。第三に、推論主義の視座が数学教育研究の基礎論を構成し得る点を理論的に示すことができた。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究の成果は、小学校・中学校・高等学校における算数・数学の授業を設計する上で大切にすべき点を推論主義の視座から明確化しており、学校教育における算数・数学の授業観をアップデートする可能性を有している。推論主義という哲学が専門的であるがゆえに、一般の学校教員にこの考え方が波及するようにするためには別途工夫が必要であると考えられるが、考え方の基礎を作ったという点で社会的意義がある。また、教科教育研究の成果が一定程度、哲学の分野に還元できることがわかった。一方的に哲学から知見を取り入れるばかりであった教科教育研究の現状に一石を投じるという意味で、学術的意義もある。

研究成果の概要（英文）：In this study, we achieved three major outcomes. First, we theoretically demonstrated that, in various theories of mathematics education research, while it is traditionally thought that conceptual content (concept) precedes its name (notion), from the perspective of inferentialism, it is more appropriate to view it as developing in the reverse order. Second, through the analysis of mathematical activities from the inferentialist perspective, it became clear that students face apparent difficulties in recognizing that they are not making correct mathematical inferences, and that becoming aware of this process is crucial for learning mathematics. Third, we theoretically demonstrated that the inferentialist perspective can form the foundational theory of mathematics education research.

研究分野：数学教育

キーワード：数学教育 推論主義 構成主義

1. 研究開始当初の背景

数学教育研究では、近年、推論主義と呼ばれる哲学が注目されている (例えば、Nilsson et al., 2018; Ryan & Chronaki, 2020; Schindler & Seidouvy, 2019)。推論主義とは、言語表現の意味が推論の役割に依存していると考えられる哲学である (ブランダム, 2016)。推論主義は、大人の推論を分析して構築された哲学であるため、推論主義に基づく数学教育研究とは、端的に言えば、大人の推論と生徒の推論の比較を通じて、一見して不合理な生徒の推論の合理性を明らかにするプログラムとも言えよう (Bakker, 2018a 参照)。推論主義を応用することで、従来ではなし得なかった生徒達の行動規則を解明することができるようになり、数学という学問や数学の授業に対して生徒が抱いている多種多様な規範 (例えば、具体例を挙げるだけでは全称命題を証明できない、0 で割ってはいけない、できるだけ図は正確にかくべきである、授業ではノートを取らなければならない、など) が概念形成にもたらす功罪を解明できるとして、期待が高まっている。

こうした動向は、Vygotsky 研究で著名な教育哲学者 J. Derry が、言語哲学者 R. Brandom の推論主義を教育哲学として援用し (Derry, 2008, 2020)、数学教育研究者 A. Bakker とともに数学教育にその哲学の具体を見出したことに端を発する (Bakker & Derry, 2011; Derry, 2017)。数学教育研究の次世代を牽引する Bakker によって、数学教育研究においては、推論主義との共同という新しい扉が開かれたのである (例えば、Bakker, 2018a; Bakker & Derry, 2011)。

2. 研究の目的

こうした動向の一方で、推論主義に基づく現状の数学教育研究は、大人の推論をモデルにしているという問題を抱える。つまり、偶然観察された生徒達の推論を事後的に分析することで、生徒達が想定された以上に合理的である点を明らかにしている。しかし、こうした方法では、次の疑念が残る。我々は、生徒達がいつでも生徒達なりに合理的であると考えてよいのだろうか？この問いに正面から取り組むためには、意図的にデザインされた授業内での生徒達の行動を分析するという実験的手法が必要である。そこで本研究は、次の学術的問いの探究を研究目的に据える。

数学の授業において生徒達は、どのようにして大人ないしは数学の専門家の有する規範に即した合理的な数学的推論を身につけていくのか？

3. 研究の方法

推論主義からの教育的示唆を踏まえると、数学の授業では、判断理由の明示化を通じて新しい数学的規範を学級集団全体で深化していくことが重要である。そこで、本研究は大きく分けて3つの研究方法を採用する。

第一に、推論主義が数学教育研究へもたらす示唆を明確化する。これは主として、推論主義の視座から見た先行研究群の批判的検討を通じて実施する。

第二に、推論主義の視座から価値ある学びであると考えられる授業場面を、各種映像記録装置を使用したり、生徒達のワークシートのコピーを収集したりすることを通じて記録に残し、その深化の過程を実証する。なお、データの分析にあたっては、哲学研究者の協力を得ながら、推論主義に基づく分析および事例の解釈を行う。

第三に、本研究から哲学研究へ与える示唆を明確化する。哲学研究は大人の数学的実践に基づいた議論が中心であるため、数学教育研究の視座から哲学研究に与え得る示唆を検討する。

4. 研究成果

研究の方法に対応する3つの成果については、以下の通りである。

第一に、数学教育研究の各種理論においては、従来、概念内容 (concept) が概念名 (notion) に先行すると考えがちであったが、推論主義の視座からは逆の順番で発達すると捉えるほうがよいことを理論的に示した。例えば、犬を見てそれを「猫」だと呼ぶ子どもがいたときに、それは「犬」の概念を誤解しているのか「猫」の概念を誤解しているのか、区別することができない。一律に「猫」(という言葉および概念)の使い方を誤っていると考える方が、現象としての説明の一貫性が高い。これと同様のことが、数学的な概念にも言えるため、子どもたちがどのように言葉を用いているかでどのように概念を用いているかを判断する考え方で一貫すべきであることを論じた。

第二に、推論主義の視座から見た数学的活動の分析により、生徒達は数学的推論が正しくできていないことを自覚できない見かけ上の困難性に直面するという事実と、それを自覚していく過程が数学学習として重要であることが明らかになった。数学教育研究では、例えば、小数の大小関係が正しく判定できない小学生の観察から、小数の概念の理解は「難しい」ということがしばしば議論される。しかし、この考え方には問題がある。それは喩えるなら、ある西洋人がフォ

ークで日本食を食べているところを観察したのを見て、その西洋人にとって箸の使用が難しいと述べているようなものである。その西洋人は、そもそも箸を使って食べる可能性を想定できていないだけかもしれないが、意図的に箸を使うことを試みたならば、案外簡単に箸で食事ができるかもしれないからである。要するに、意図を持って行為した結果、本人が意図通りに振る舞えなかったという、本人の自覚がないことには、本当の意味で「難しい」と言うことはできないのである。そこで、デザイン・リサーチ (Bakker, 2018b) の考え方にに基づき、中学2年生の連立方程式に関する授業場面の観察を通じて、次のことを示した。最初は生徒達がそもそも間違えているという自覚さえ持てていなかった状態（見かけ上の困難性）から、教師と、あるいは、生徒同士での議論を経て、それが間違いであると自覚できるようになった状態（真の困難性）への移行が、数学学習にとっては重要である。

第三に、推論主義の視座が数学教育研究の基礎論を構成し得る点を理論的に示すことができた。数学教育研究が単なる学際的な研究領域ではなく、複数分野の研究者と実践者が共同で研究に当たることとなるトランスディシプリナリーな分野であるということを念頭に置き、そうした領域だからこそ推論主義に基づく数学的活動の分析が、学問分野横断的に情報を共有するうえで重要である点を論じた。また、そのことを踏まえて、経験科学の基礎として規範と事実の関係が再考を迫られる点、教育研究がその関係性の考察を深めるために有効である点、本研究が提案した記述的枠組が、教室での倫理から社会一般の倫理を検討する際に有用である点を指摘した。

上述の3つの成果については、それぞれ以下の雑誌において学術論文として報告されている。

- Uegatani, Y., & Otani, H. (2023). An inferentialist view of notions and concepts, *For the Learning of Mathematics*, 43(3), 2-6.
- Uegatani, Y., Otani, H., Shirakawa, S. et al. Real and illusory difficulties in conceptual learning in mathematics: comparison between constructivist and inferentialist perspectives. *Math Ed Res J* (2023). <https://doi.org/10.1007/s13394-023-00478-6>
- 上ヶ谷友佑 (2024)。「数学教育研究基礎論としての推論主義の可能性：よりよい transdisciplinary 研究を目指して」。『科学基礎論研究』, 51(1-2), 3-21。 https://doi.org/10.4288/kisoron.51.1-2_3

その他、本研究を通じて2つの副次的研究成果が得られた。1つは、日本教科教育学会の学会シンポジウムでの議論に対して、本研究の立場から批判的考察を加えることができた点である。「トランスディシプリナリー研究としての教科教育研究：学会主催シンポジウム「教科教育学研究者の専門性とは何か」に対する批判的考察」というタイトルで、同学会誌に掲載予定である。教科教育研究は、単なる学際研究と見なされるべきではなく、トランスディシプリナリー研究として見なされるべきである。また、トランスディシプリナリー研究として捉えたことにより、トランスディシプリナリー研究それ自体の特性を調べた先行研究に基づいた議論が可能となる点を重視すべきである。

もう1つは、推論主義の立場から教材分析を行うことができるようになった点である。具体的には、推論主義の立場から、学校数学を一通り学び終えている教師にとっての「数学としての当たり前」を生徒達に押し付けることは、教室での教師と生徒達との間の望ましい社会的関係性を実現することを妨げる可能性がある点を、多項式の展開公式、 \sqrt{a} の長さの線分の作図、比例の定義を題材として論じた。この点の論考は、広島大学附属福山中・高等学校『中等教育研究紀要』第64巻に掲載された。

【参考文献】

- Bakker, A. (2018a). Discovery learning: Zombie, phoenix, or elephant? *Instructional Science*, 46(1), 169-183.
- Bakker, A. (2018b). What is design research in education. In A. Bakker (Ed.), *Design Research in Education: A Practical Guide for Early Career Researchers* (pp. 3-22). Routledge.
- Bakker, A., & Derry, J. (2011). Lessons from Inferentialism for Statistics Education. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(1-2), 5-26.
- ブランダム, R. (2016). 『推論主義序説』(斎藤浩文 訳・丹治信春 監修). 春秋社.
- Derry, J. (2008). Abstract rationality in education: From Vygotsky to Brandom. *Studies in Philosophy and Education*, 27(1), 49-62.
- Derry, J. (2017). An introduction to inferentialism in mathematics education. *Mathematics Education Research Journal*, 29(4), 403-418.
- Derry, J. (2020). A Problem for Cognitive Load Theory—The Distinctively Human Life-form. *Journal of Philosophy of Education*, 54(1), 5-22.
- Nilsson, P., Schindler, M., & Bakker, A. (2018). The Nature and Use of Theories in Statistics

- Education. In *International Handbook of Research in Statistics Education* (pp. 359-386). Springer, Cham.
- Ryan, U., & Chronaki, A. (2020). A joke on precision? Revisiting “precision” in the school mathematics discourse. *Educational Studies in Mathematics*, *104*(3), 369-384.
- Schindler, M., & Seidouvy, A. (2019). Informal Inferential Reasoning and the Social: Understanding Students’ Informal Inferences Through an Inferentialist Epistemology. In G. Burrill & D. Ben-Zvi (Eds.), *Topics and Trends in Current Statistics Education Research: International Perspectives* (pp. 153–171). Springer International Publishing.

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 5件/うち国際共著 0件/うちオープンアクセス 3件）

1. 著者名 上ヶ谷 友佑	4. 巻 -
2. 論文標題 日本の数学教育研究者は国際ジャーナルの論文観から何を学ぶことができるか？ 論文の型についてのナラティブ・レビューを通じて	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 上ヶ谷 友佑	4. 巻 46
2. 論文標題 数学の大学入試問題と構成主義における概念的学習	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 科学教育研究	6. 最初と最後の頁 271～274
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14935/jssej.46.271	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 石橋 一昂、服部 裕一郎、上ヶ谷 友佑	4. 巻 46
2. 論文標題 数学の誤用を批判的に認識する数学教育の必要性	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 科学教育研究	6. 最初と最後の頁 224～226
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14935/jssej.46.224	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 上ヶ谷 友佑、服部 裕一郎、石橋 一昂	4. 巻 46
2. 論文標題 観点別学習状況の総括的評価を機械的計算に依拠することの問題点	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 科学教育研究	6. 最初と最後の頁 221～223
掲載論文のDOI（デジタルオブジェクト識別子） 10.14935/jssej.46.221	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている（また、その予定である）	国際共著 -

1. 著者名 Ishibashi Ippo, Uegatani Yusuke	4. 巻 66
2. 論文標題 Cultural relevance of validation during mathematical modeling and word problem-solving: Reconceptualizing validation as an integration of possible fictional worlds	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 The Journal of Mathematical Behavior	6. 最初と最後の頁 100934 ~ 100934
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.jmathb.2022.100934	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

〔学会発表〕 計8件 (うち招待講演 0件 / うち国際学会 0件)

1. 発表者名 上ヶ谷友佑・石橋一昂・迫田彩
2. 発表標題 高校一年生はどのように「同様に確からしい」概念を深化させるか?
3. 学会等名 全国数学教育学会, 第57回研究発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 上ヶ谷友佑・石橋一昂・服部裕一郎
2. 発表標題 学校数学の内容としての「数学的方法学」
3. 学会等名 全国数学教育学会第55回研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 上ヶ谷友佑・白川晋太郎・伊藤遼・大谷洋貴
2. 発表標題 推論主義に基づく数学的タスクデザインの原理の開発: 複素数係数の2次方程式に関する数学的タスクを具体例として
3. 学会等名 日本科学教育学会 第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Uegatani, Y., Ishibashi, I., & Hattori, Y.
2. 発表標題 Intellectual need: A key motivation toward critically understanding the roles of mathematical modeling in society
3. 学会等名 日本科学教育学会 第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Ishibashi, I., Hattori, Y., & Uegatani, Y.
2. 発表標題 Exploration of socio-critical modeling teaching materials from the perspective of risk communication
3. 学会等名 日本科学教育学会 第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Hattori, Y., Uegatani, Y., & Ishibashi, I.
2. 発表標題 Posing a quasi-society in the problem context of socio-critical modeling: "Quadratic voting" as teaching materials.
3. 学会等名 日本科学教育学会 第45回年会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 上ヶ谷友佑
2. 発表標題 学会誌『数学教育学研究』の論文観を問う：エッセイ調のメタ研究的論考の一層の充実へ向けて
3. 学会等名 全国数学教育学会第54回研究発表会
4. 発表年 2021年

1. 発表者名 Uegatani, Y., Ishibashi, I., and Hattori, Y.
2. 発表標題 Critical thinking as equitable treatment of multiple perspectives in solving trans-scientific issues: Comparison between socio-critical modeling and word problem solving
3. 学会等名 2021年度第2回日本科学教育学会研究会
4. 発表年 2021年

〔図書〕 計0件

〔産業財産権〕

〔その他〕

<p>研究者本人のページ https://home.hiroshima-u.ac.jp/yuegatani/</p>

6. 研究組織

	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
研究協力者	大谷 洋貴 (Otani Hiroki) (40825238)	大妻女子大学・家政学部・講師 (32604)	
研究協力者	白川 晋太郎 (Shirakawa Shintaro) (30849302)	福井大学・学術研究院教育・人文社会系部門(教員養成)・講師 (13401)	
研究協力者	伊藤 遼 (Ito Ryo) (70853422)	早稲田大学・文学学術院・准教授 (32689)	

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------