

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 4 月 24 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(A)

研究期間：2010～2014

課題番号：22244009

研究課題名(和文)非線形偏微分方程式に対する安定性解析

研究課題名(英文)Stability analysis for nonlinear partial differential equations

研究代表者

川島 秀一(Kawashima, Shuichi)

九州大学・数理(科)学研究科(研究院)・教授

研究者番号：70144631

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 27,100,000円

研究成果の概要(和文)：気体力学、弾性体力学、プラズマ物理学等に現れるいくつかの非線形偏微分方程式系に対し、その消散構造・減衰特性を解明し、様々な非線形振動・波動現象に対する漸近安定性を示した。また、緩和的雙曲型保存系に対する非線形安定性解析の一般論を構築し、時間重み付きエネルギー法、半群に基づく手法、調和解析的手法等の有効性を確認した。

研究成果の概要(英文)：We studied systems of nonlinear partial differential equations in the fields of gas dynamics, elasto-dynamics and plasma physics. We investigated the dissipative structure and decay property of the systems and proved the asymptotic stability of various nonlinear phenomena of vibration and wave propagation. Also we developed a general theory on nonlinear stability analysis for hyperbolic systems of conservation equations with relaxation and observed that the time-weighted energy method, semigroup approach and the technique of harmonic analysis are useful in the stability analysis.

研究分野：偏微分方程式

キーワード：偏微分方程式 消散構造 安定性解析 減衰評価 エネルギー法

1. 研究開始当初の背景

研究代表者は 1980 年代の半ば、圧縮性 Navier-Stokes 方程式を含む一般の対称双曲・放物型方程式系や Boltzmann 方程式の離散速度モデルを含む一般の緩和的対称双曲型方程式系に対し、解のエネルギー減衰を規定する消散構造を純粋に代数的な条件(後に「川島条件」と呼ばれることになる)によって特徴付けることに成功した。この「川島条件」は、30 年の長きにわたり、様々な系における非線形振動・波動現象の安定性解析の基礎となってきた。

一方で近年、物理的に重要ないくつかの系で「川島条件」では規定されない新型の消散構造が発見された。その解明と対応する安定性解析に対する新理論の構築が期待されていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、物理的に重要な様々な非線形偏微分方程式系に対し、それらの系に内在する消散構造の的確な特徴付けを与え、そこに現れる非線形振動・波動現象の安定性解析を行うことである。特に、従来の「川島条件」の枠に収まらない新型の可微分性損失型消散構造を解明し、非線形安定性解析に関する新理論構築の展望を開くことを目指している。

3. 研究の方法

研究代表者、研究分担者、連携研究者との密接な連携体制を構築し、研究が円滑に進むよう努めた。特に、九州大学の定例セミナーである「関数方程式セミナー」や、研究代表者・分担者が主催する研究集会「流体と気体の数学解析」、「非線形の諸問題」、「九州における偏微分方程式研究集会」、「若手のための偏微分方程式と数学解析」等の機会を、研究連絡と研究打ち合わせのために最大限に利用し、共同研究推進の実効性を高めるよう努力した。

また、これらのセミナーや国内研究集会に加え、研究代表者が学術委員を務める国際研究集会「Hyperbolic Problems: Theory, Numerics and Applications」や、新たに立ち上げた日中国際研究集会「Japan-China Workshop on Mathematics from Fluid Mechanics」、九州・バスク国際研究集会「Kyushu-Euskadi Workshop on Applied Mathematics」等の機会を利用し、積極的に情報収集と研究交流を図り、研究が円滑に進むよう努めた。

4. 研究成果

得られた研究成果について、項目ごとに記述する。

(1) 緩和項を持つ双曲型保存則系の初期値問題を考察した。この系に対して、エントロピーの存在と川島条件で定式化される消散構造の仮定の下、通常の Sobolev 空間での

大域解の存在と最良の減衰評価は知られていた。その結果を臨界正則指数の Besov 空間の場合に拡張することに成功した。最新の調和解析的手法が、一般の双曲系に対しても有効であることを明らかにした点に意義がある。

(2) 非対称緩和項を持つ一般の線形対称双曲系に対し、新型の可微分性損失型消散構造の一つの定式化に成功し、対応する時間減衰評価式を導いた。さらにその結果が、Timoshenko 系や Euler-Maxwell 系に直接応用可能であることを示した。可微分性損失型消散構造の一般論の構築に向けての第一歩を記した成果である。

(3) プラズマ物理における Euler-Maxwell 系や Euler-Poisson 系を考察した。

一成分 Euler-Maxwell 系の消散構造が可微分性損失型であることを明らかにし、線形化問題の解の最良の減衰評価を示した。また、時間重み付きエネルギー法と半群を用いる手法で、非線形問題の時間大域解の存在と最良の減衰評価を示した。さらにその結果を温度入りの系の場合に拡張した。

二成分 Euler-Maxwell 系の消散構造も可微分性損失型であるが、通常の Sobolev 空間での大域解の存在と安定性は知られていた。その結果を臨界正則指数の Besov 空間の場合に拡張することに成功した。調和解析的手法が、可微分性損失型の消散構造を持つ系に対しても有効であることを明らかにした点に意義がある。

二成分 Euler-Poisson 系を考察し、臨界正則指数の Besov 空間において時間大域解の存在と最良の減衰評価を示した。その証明では、二成分の差が一成分 Euler-Poisson 系のように振る舞うことを発見し利用した。この最良の減衰評価は通常の Sobolev 空間の場合にも知られていなかったもので、Euler-Poisson 系の研究に新たな展望を開く成果である。

(4) 梁の振動に関連した Timoshenko 系を様々な消散効果とともに考察した。

記憶型の消散効果を考慮した場合、その消散構造が摩擦型消散効果の場合とは異なる形の可微分性損失型であることを示し、対応する減衰評価を導いた。摩擦型消散効果との違いを明らかにした点に意義がある。

Fourier 型の熱効果を考慮した場合や、Cattaneo 型の熱効果を考慮した場合を考察し、それらの系の消散構造が摩擦型消散効果の場合とは異なる新しい形の可微分性損失型であることを発見した。また、対応する最良の減衰評価を示すことに成功した。可微分性損失型消散構造の多様性を示す成果である。

摩擦型消散効果を考慮した非線形系を考察した。対応する線形系の消散構造は通常型であるが、非線形性により可微分性の損失が生ずる場合を扱い、その非線形問題の時間大域解の存在と最良の減衰評価を臨界正則指

数の Besov 空間において証明した。調和解析的手法が、可微分性損失型の消散構造を持つ系に対しても有効であることを明らかにした成果である。

(5) 慣性効果を取り入れた板の振動方程式を考察し、その消散構造が可微分性損失型であることを示し、その減衰構造を明らかにした。また、時間重み付きエネルギー法と半群を用いる手法で、対応する非線形問題の時間大域解の存在と最良の減衰評価を示した。

(6) 粘弾性体方程式系の初期値問題を考察した。摩擦型の消散効果と記憶型の消散効果の和が系全体を支配する形の条件を定式化し、その条件の下、非線形問題の時間大域解の存在と減衰評価を示した。証明は時間重み付きエネルギー法と半群を用いる手法に依る。一般の形の2階双曲系を扱った点と、摩擦型、記憶型いずれか一方のみの消散性を考慮した従来の結果を拡張した点に意義がある。

(7) 半空間における定常波の漸近安定性について考察した。

1次元半空間での圧縮性 Navier-Stokes 方程式を考察し、定常波の漸近安定性を示した。マッハ数により定常解の存在を完全に分類し、相空間における中心多様体の形状がプラントル数で決定されることを明らかにした。さらに、時間・空間重み付きエネルギー法を適用することで、定常波の漸近安定性を摂動部分に対する最良の減衰評価を与えることで証明した。マッハ数、プラントル数との関わりを明らかにした点に最大の意義がある。

多次元半空間において消散的波動方程式を考察した。接方向に Fourier 変換して得られる部分的 Fourier 空間において、法線方向に重みを課した重み付きエネルギー法を開発した。そのエネルギー法に基づき、定常波の漸近安定性を摂動部分に対する最良の減衰評価を与えることで証明した。部分的 Fourier 空間における重み付きエネルギー法を開発した点に意義がある。

(8) Cubic double dispersion equation と呼ばれる4階の波動型偏微分方程式の初期値問題を考察した。その消散構造を明らかにし、非線形問題の時間大域解の存在と最良の減衰評価を示した。さらに、この非線形解が、空間次元が2以上の場合は線形拡散波に、空間1次元の場合は非線形拡散波にそれぞれ漸近することを示した。非線形安定性解析に寄与する成果である。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 94 件)

J. Xu and S. Kawashima, The optimal decay estimates for the Euler-Poisson two-fluid system, Math. Models Meth. Appl. Sci.

(accepted). 査読有

N. Mori and S. Kawashima, Decay property of the Timoshenko-Cattaneo system, Analysis and Applications (accepted). 査読有

J. Xu and S. Kawashima, The optimal decay estimates on the framework of Besov spaces for generally dissipative systems, Arch. Rat. Mech. Anal. (accepted). 査読有

N. Mori, J. Xu and S. Kawashima, Global existence and optimal decay rates for the Timoshenko system: the case of equal wave speeds, J. Diff. Equations, 258 (2015), 1494-1518. 査読有

DOI:10.1016/j.jde.2014.11.003

S. Kawashima and Y.-Z. Wang, Global existence and asymptotic behavior of solutions to the generalized cubic double dispersion equation, Analysis and Applications, 13 (2015), 233-255. 査読有

DOI: 10.1142/S021953051450002X
Y.H. Feng, S. Wang and S. Kawashima, Global existence and asymptotic decay of solutions to the non-isentropic Euler-Maxwell system, Math. Models Meth. Appl. Sci., 24 (2014), 2851-2884. 査読有

<http://arxiv.org/abs/1202.0111>
N. Mori and S. Kawashima, Decay property for the Timoshenko system with Fourier's type heat conduction, J. Hyperbolic Differential Equations, 11 (2014), 135-157. 査読有

DOI: 10.1142/S0219891614500039

J. Xu and S. Kawashima, Global classical solutions for partially dissipative hyperbolic systems of balance laws, Arch. Rat. Mech. Anal., 211 (2014), 513-553. 査読有

DOI:10.1007/s00205-013-0679-8
R. Ikehata, Asymptotic profiles for wave equations with strong damping, J. Diff. Equations, 257 (2014), 2159-2177. 査読有

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jde.2014.05.031>
M. Kato, Y.-Z. Wang and S. Kawashima, Asymptotic behavior of solutions to the generalized cubic double dispersion equation in one space dimension, Kinetic and Related Models, 6 (2013), 969-987. 査読有

DOI: 10.3934/Krm.2013.6.969
J. Xu, J. Xiong and S. Kawashima, Global well-posedness in critical Besov spaces for two-fluid Euler-Maxwell equations, SIAM J. Math. Anal., 45 (2013), 1422-1447. 査読有

DOI:10.1137/120888673
T. Nakamura and S. Nishibata, Energy estimate for a linear symmetric hyperbolic-parabolic system in half line, Kinetic and Related Models, 6 (2013), 883-892. 査読有

DOI: 10.3934/krm.2013.6.883

T. Kobayashi and T. Ogawa, Fluid mechanical approximation to the degenerated drift-diffusion and chemotaxis equations in barotropic model, *Indiana Univ. Math. J.*, 62 (2013), 1021-1054. 査読有

DOI: 10.1512/iumj.2013.62.5017

R. Ikehata, G. Todorova and B. Yordanov, Wave equations with strong damping in Hilbert spaces, *J. Diff. Equations*, 254 (2013), 3352-3368. 査読有

<http://dx.doi.org/10.1016/j.jde.2013.01.023>

T. Kobayashi and T. Kubo, Weighted L_p - L_q estimates of the Stokes semigroup in some unbounded domains equations, *Tsukuba Journal of Mathematics*, 37 (2013), 179-205. 査読有

<http://projecteuclid.org/euclid.tkbjm/1389972027>

Y. Ueda, S. Wang and S. Kawashima, Dissipative structure of the regularity-loss type and time asymptotic decay of solutions for the Euler-Maxwell system, *SIAM J. Math. Anal.*, 44 (2012), 2002-2017. 査読有 DOI:10.1137/100806515

P.M.N. Dharmawardane, T. Nakamura and S. Kawashima, Decay estimates of solutions for quasi-linear hyperbolic systems of viscoelasticity, *SIAM J. Math. Anal.*, 44 (2012), 1976-2001. 査読有

DOI:10.1137/11083900X

Y. Ueda, R.-J. Duan and S. Kawashima, Decay structure for symmetric hyperbolic systems with non-symmetric relaxation and its applications, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 205 (2012), 239-266. 査読有

DOI: 10.1007/s00205-012-0508-5

Y. Liu and S. Kawashima, Decay property for the Timoshenko system with memory-type dissipation, *Math. Models Meth. Appl. Sci.*, 22 (2012), 1150012(1-19). 査読有

DOI: 10.1142/S0218202511500126

Y. Kagei, Asymptotic behavior of solutions to the compressible Navier-Stokes equation around a parallel flow, *Arch. Rational Mech. Anal.*, 205 (2012), 585-650. 査読有

DOI:10.1007/s00205-012-0516-5

Y. Ueda and S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type for the Euler-Maxwell system, *Methods and Applications of Analysis*, 18 (2011), 245-268. 査読有

DOI: <http://dx.doi.org/10.4310/MAA.2011.v18.n3.a1>

Y. Liu and S. Kawashima, Decay property for a plate equation with memory-type dissipation, *Kinetic and Related Models*, 4 (2011), 531-547. 査読有

DOI:10.3934/krm.2011.4.531

Y. Liu and S. Kawashima, Global existence and decay of solutions for a quasi-linear dissipative plate equation, *J. Hyperbolic Differential Equations*, 8 (2011), 591-614. 査読有

DOI: 10.1142/S0219891611002500

P.M.N. Dharmawardane, T. Nakamura and S. Kawashima, Global solutions to quasi-linear hyperbolic systems of viscoelasticity, *Kyoto J. Math.*, 51 (2011), 467-483. 査読有

<http://projecteuclid.org/euclid.kjm/1303494510>

Y. Ueda, T. Nakamura and S. Kawashima, Energy method in the partial Fourier space and application to stability problems in the half space, *J. Diff. Equations*, 250 (2011), 1169-1199. 査読有

DOI:10.1016/j.jde.2010.10.003

Y. Liu and S. Kawashima, Global existence and asymptotic behavior of solutions for quasi-linear dissipative plate equation, *Discrete Continuous Dynamical Systems, A*, 29 (2011), 1113-1139. 査読有 <http://arxiv.org/abs/1003.2885>

Y. Kagei and Y. Maekawa, Asymptotic behavior of solutions in the presence of translation and scaling invariance, *J. Functional Analysis*, 60 (2011), 3036-3096. 査読有 DOI:10.1016/j.jfa.2011.02.004

T. Nakamura and S. Nishibata, Stationary wave associated with an inflow problem in the half line for viscous heat-conductive gas, *J. Hyperbolic Differential Equations*, 8 (2011), 651-670. 査読有

DOI: 10.1142/S0219891611002524

T. Ogawa and H. Takeda, Large time behavior of solutions for a system of nonlinear damped wave equations, *J. Differential Equations*, 251 (2011), 3090-3113. 査読有

DOI:10.1016/j.jde.2011.07.034

Y. Hataya, A remark on Beale-Nishida's paper, *Bulletin of the Institute of Mathematics, Academia Sinica (New Series)*, 6 (2011), 293-303. 査読有

http://w3.math.sinica.edu.tw/bulletin_n s/20113/2011303.pdf

S. Kawashima, T. Nakamura, S. Nishibata and P. Zhu, Stationary waves to viscous heat-conductive gases in half space: Existence, stability and convergence rate, *Math. Models Meth. Appl. Sci.*, 20 (2010), 2201-2235. 査読有

DOI: 10.1142/S0218202510004908

Y. Sugitani and S. Kawashima, Decay estimates of solutions to a semi-linear dissipative plate equation, *J. Hyperbolic Differential Equations*, 7 (2010), 471-501.

査読有 DOI: 10.1142/S0219891610002207
33P.M.N. Dharmawardane, J.E. Munoz Rivera and S. Kawashima, Decay property for second order hyperbolic systems of viscoelastic materials, *J. Math. Anal. Appl.*, 360 (2010), 621-635. 査読有 DOI:10.1016/j.jmaa.2009.12.019
34Y. Ueda, T. Nakamura and S. Kawashima, Stability of degenerate stationary waves for viscous gases, *Arch. Rat. Mech. Anal.*, 198 (2010), 735-762. 査読有 DOI:10.1007/s00205-010-0369-8

〔学会発表〕(計 207 件)

T. Nakamura, Boundary layer solution to symmetric hyperbolic-parabolic system, Recent Development of Mathematical Fluid Dynamics and Hyperbolic Conservation Laws (3/25-3/27), NIMS, Daejeon, Korea, March 25, 2015.

S. Kawashima, Asymptotic profiles of solutions to some hyperbolic type equations, PDE seminar, Chinese University of Hong Kong, Hong Kong, November 20, 2014.

川島秀一, Global existence and optimal decay of solutions to the dissipative Timoshenko system, 微分方程式セミナー, 大阪大学理学部, 吹田市, 2014年11月7日.

S. Kawashima, Dissipative structure for general systems of partial differential equations with relaxation, Wayamba International Conference WinC-2014, Wayamba University of Sri Lanka, Kuliypitiya, Sri Lanka, August 29-30, 2014.

T. Kobayashi, Decay estimates of solutions to the 2D hyperbolic Navier-Stokes equations and its applications, 2014 ICM-Satellite-Cau: Mathematical Theory of Gases and Fluids and Related Applications, Chung-Ang University, Seoul, Korea, August 10-12, 2014.

池島良, Asymptotic profiles for wave equations with strong damping, The 10th AIMS International Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications, Universidad Autonoma de Madrid, Madrid, Spain, July 11, 2014.

S. Kawashima, Dissipative structure for symmetric hyperbolic systems with relaxation, SPS-DFG Japanese-German Graduate Externship Kickoff Meeting, Waseda University, Tokyo, Japan, June 17-18, 2014.

川島秀一, Asymptotic behavior of solutions to nonlinear partial differential equations with dissipation, 第3回偏微分方程式レクチャーシリーズ in

福岡工業大学, 福岡工業大学, 福岡市, 2014年5月17日-18日.

Y. Hataya, Decay properties of viscous surface flow without surface tension, The 6th Nagoya Workshop on Differential Equations, 名古屋大学, 名古屋市, 2014年3月10日.

T. Ogawa, L1 maximal regularity and the local existence result for the compressible Navier-Stokes-Poisson system in a critical space, Mathematical Analysis of Nonlinear Partial Differential Equations, Kyushu University, Fukuoka, November 13-15, 2013,

S. Kawashima, Asymptotic behavior of solutions to the generalized cubic double dispersion equation, RIMS Workshop: Kinetic Modeling and Related Equations: Conference in Memory of Seiji Ukai, Rakuyu Kaikan, Kyoto, October 28-30, 2013.

T. Nakamura, Stationary wave to systems of viscous conservation laws in half line, RIMS Workshop: Kinetic Modeling and Related Equations: Conference in Memory of Seiji Ukai, Rakuyu Kaikan, Kyoto, October 28-30, 2013.

川島秀一, Dissipative structure for symmetric hyperbolic-parabolic systems with non-symmetric relaxation, 数理モデルにおける非線型消散・分散構造の臨界性の未開領域解明 - キックオフ・ミーティング in 山形, ヒルズサンピア山形, 山形市, 2013年7月14日-16日.

Y. Kagei, Existence and stability of time-periodic solution of the compressible Navier-Stokes equation, The 6th Pacific RIM Conference on Mathematics 2013, 札幌コンベンションセンター, 札幌市, 2013年7月1日-5日.

S. Kawashima, Mathematical analysis for systems of viscoelasticity and viscothermoelasticity, ERC-Numeriwaves Seminar, BCAM, Bilbao, Basque Country, Spain, March 11, 2013.

S. Kawashima, Decay property for systems of viscoelasticity and viscothermoelasticity, International Conference "Mathematical Fluid Dynamics and Nonlinear Wave", Waseda University, Tokyo, Japan, August 6-8, 2012.

S. Kawashima, Dissipative structure for symmetric hyperbolic systems, Workshop Nonlinear Waves and Their Stability, University of Konstanz, Konstanz, Germany, May 31-June 2, 2012.

池島良, Energy decay for wave equations with damping terms decaying critically near infinity, The 4th MSJ-SI: Nonlinear Dynamics in Partial Differential

Equations, Kyushu University, Fukuoka, Japan, September 18, 2011.

S. Kawashima, Decay property of regularity-loss type for symmetric hyperbolic systems with relaxation, The 3rd Kyushu University-POSTECH Joint Workshop on Partial Differential Equations and Fluid Dynamics, POSTECH, Pohang, Korea, June 16-17, 2011.

S. Kawashima, A new type decay structure for symmetric hyperbolic systems, International Conference on Nonlinear Partial Differential Equations: Mathematical Theory, Computation and Applications, Institute for Mathematical Sciences, National University of Singapore, Singapore, November 29- December 3, 2010.

S. Kawashima, Matsumura's technique and stability analysis, International Conference on Partial Differential Equations and Mathematical Physics, Shirankaikan Annex, Kyoto, Japan, November 16-18, 2010.

小川卓克, 一般化された最大正則性評価とその応用について, 日本数学会 秋季総合分科会・函数方程式論分科会 解析学賞受賞特別講演, 名古屋大学, 名古屋市, 2010年9月24日.

川島秀一, Decay property for some hyperbolic-type equations with dissipation, 研究集会「流体と気体の数学解析」, 京都大学数理解析研究所, 京都市, 2010年7月7日-9日.

Y. Kagei, Asymptotic behavior of solutions of the compressible Navier-Stokes equation around a parallel flow, 13th International Conference on Hyperbolic Problems: Theory, Numerics and Applications, Beijing, China, June 15-19, 2010.

S. Kawashima, Decay property for a quasi-linear dissipative plate equation, Fourth Workshop on Nonlinear Partial Differential Equations: Analysis, Computation and Applications, National Taiwan University, Taipei, Taiwan, June 11-14, 2010.

〔図書〕(計 1 件)

シュプリングー現代数学シリーズ「非線型発展方程式の実解析的手法」丸善出版, 430 ページ, 2013 年.

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:

種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~kawashim/>
<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/FE-Seminar/wiki/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

川島 秀一 (KAWASHIMA, Shuichi)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 70144631

(2) 研究分担者

隠居 良行 (KAGEI, Yoshiyuki)
九州大学・大学院数理学研究院・教授
研究者番号: 80243913

中村 徹 (NAKAMURA, Tohru)
熊本大学・大学院自然科学研究科・准教授
研究者番号: 90432898

小川 卓克 (OGAWA, Takayoshi)
東北大学・大学院理学研究科・教授
研究者番号: 20224107

池畠 良 (IKEHATA, Ryo)
広島大学・大学院教育学研究科・教授
研究者番号: 10249758

(3) 連携研究者

小林 孝行 (KOBAYASHI, Takayuki)
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授
研究者番号: 50272133

幡谷 泰史 (HATAYA, Yasushi)
山口大学・大学院理工学研究科・助教
研究者番号: 20294621