

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年5月17日現在

機関番号：16102
研究種目：基盤研究(C)
研究期間：2010～2012
課題番号：22500812
研究課題名（和文） 事象の変化とグラフをつなげる表現力を育成する教材の有効性に関する実証的研究
研究課題名（英文） An empirical study about the effectiveness of the teaching materials for encouraging the students' abilities of expression of connecting the change in the phenomenon with graph
研究代表者
佐伯 昭彦 (SAEKI AKIHIKO)
鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・准教授
研究者番号：60167418

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、事象の変化とグラフをつなげる表現力を育成する教材開発とその教育的効果を実証的に明らかにすることである。研究期間内において、遠隔地にいる生徒同士が歩く動作とグラフに関する問題を出し合う遠隔協同学習環境を構築した。さらに、生徒の数学的活動における表現力の評価基準を規定し、評価基準を基に中学校で実施した研究授業を分析した。その結果、研究目的が達成できたことが明らかになった。

研究成果の概要（英文）：The purpose of this study is to clarify the effectiveness of the teaching materials for encouraging the students' abilities of expression of connecting the change in the phenomenon with graph. Within the research period, we developed the cooperative distance learning system for posing problems to each other about movements of walking and graphs. Furthermore, we established the valuation basis of the students' abilities of expression in their mathematical activities, and analyzed a demonstration class carried out in the junior high school. As a result of evaluating the lesson, it became clear that the research's purpose has been achieved.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	800,000	240,000	1,040,000
2011年度	800,000	240,000	1,040,000
2012年度	800,000	240,000	1,040,000
年度			
年度			
総計	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学、科学教育

キーワード：数学教育・教育工学・グラフ・表現力・協同学習

1. 研究開始当初の背景

OECD-PISAが定義する「数学的リテラシー」や我が国の『科学技術の智プロジェクト』が示す「数学的リテラシー」など、知識基盤社会を生きる市民が身につけるべき数学的素

養についての議論が国内外で活発にされている。PISA調査や全国学力・学習状況調査のB問題は、数学学習で習得した知識・技能を実生活や現実場面で活用することを目的としており、数学的リテラシーに焦点を当てた評価問題である。これらの調査結果から、

我が国の児童・生徒の算数・数学の学習状況は、身につけた知識・技能を実生活や学習等に活用することなどに課題があることが指摘されている。

新しい学習指導要領では小学校、中学校、高等学校を通し、1)「生きる力」の理念の共有、2)知識・技術の習得と思考力・判断力・表現力等の育成のバランス、が強調された。特に、表現力に関しては、PISA 調査や全国学力・学習状況調査等の大規模調査の結果を受けて、我が国の課題を克服するために、すべての教育活動を通じて重視することが求められている。

清水（2006, 2007）は、国内外の大規模調査の結果をもとに、我が国の数学教育のカリキュラムにおいてやや弱い側面の一つとして「問題の場面における数量の関係を総括的にとらえること」を指摘している。例えば、2005年に国立教育政策研究所が実施した特定の課題に関する調査の「水槽の問題」やPISA 2003の公開問題「若者は背が伸びる」などの調査結果から、1)現象の変化を数学的表現であるグラフを用いて表現する能力と、2)数学的表現であるグラフを読み取り現象を考察し表現する能力、つまり、現象の変化とグラフをつなげる表現力の指導改善が今後の算数・数学教育の課題として挙げられている（国立教育政策研究所, 2006; 清水, 2006, 2007）。

2. 研究の目的

本研究の目的は、自然現象の場面における数量の関係を総括的にとらえ表現する能力に焦点を絞り、1)現象の変化をグラフに表す能力と 2)グラフから現象の変化を読み取り文章で表現する能力、つまり、事象の変化とグラフをつなげる表現力を育成する教材開発とその教育的効果を実証的に明らかにすることである。

3. 研究の方法

研究目標を申請期間内（平成22年～24年度）に達成するために、以下の3つの項目を相互に関連させながら研究を行う。

- 1) 小学校から高等学校までの学習内容や発達段階に応じた教材を開発し、研究授業を行う。
- 2) インターネット等を活用することにより生徒同士が伝えあう遠隔協同学習環境の構築する。
- 3) 生徒の学習活動における表現力の評価基準と評価方法の確立し、研究授業を分析することにより、本研究の有効性を明らかにする。

4. 研究成果

(1)小・中・高校における教材開発と授業

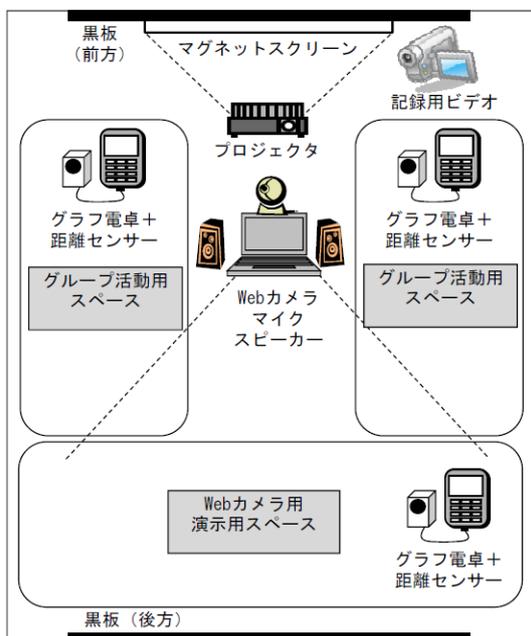
本研究では、平成21年9月15日に申請者らが岡山県立備前緑陽高等学校で実施した研究授業（歩く様子を伝えよう！）の分析結果をもとに、小学校から高等学校までの学習内容や発達段階に応じた教材を開発した。具体的には、S-Tグラフを再現する様に歩く動作を文章で他のグループに伝える「グラフの伝書」作りの活動において、言葉（日常用語、数、式など）を用いて表現する熟考と、受け取った文章を読解してグラフを再現する評価活動を通して、事象の変化とグラフとの関係をつなぐための表現力を高める教材である。

平成23年度には、鹿児島大学附属小学校5年生と鳴門教育大学附属中学校2年生を対象に研究授業を実施した。さらに、平成24年度には、中学校用の教材を改良し、鳴門教育大学附属中学校2年生を対象に研究授業を実施した。

(2)遠隔協同学習環境の構築

遠隔地にいる二つのグループが、「グラフの伝書」の課題を出したり解いたりする遠隔協同学習環境を構築した。課題の出題と回答を相互に送受信する通信ツールとしてコミュニケーション・ソフトウェア（Skype）を使用した。教室前方に、ノート型PC、Webカメラ、マイク、スピーカー、教室前方の黒板にマグネットスクリーンを設置し、Skypeから送られてくる他教室の映像をプロジェクタで投影した。教室前方の左右には、グループの活動用スペースを設け、グラフ電卓と距

離センサーを設置した。教室後方には、歩く動作を伝えるための Web カメラ用演示スペースを設け、歩いた結果のグラフを得るためにグラフ電卓と距離センサーを設置した。



注：他方の教室も同じ学習環境である

図 1. 遠隔協同学習環境

(3) 表現力の評価基準

PISA2003 の公開問題「若者は背が伸びる」の問題 2 の評価基準を参考に、本研究では歩く事象の変化とグラフをつなげる表現力を「日常用語を用いた表現」「数値を用いた表現」「式を用いた表現」の 3 つの表現様式に評価基準を規定した (表 1)。

表 1. 表現力の評価基準

レベル	表現様式	概要	備考
1	日常用語を用いた表現	(1)歩く動作を日常用語を使って記述している	数学的解釈や物理的解釈がない
2	数値を用いた表現	(1)グラフの座標を使って記述している	数学的解釈
		(2-1)時刻と位置、または、移動時間と移動距離を使って記述している	物理的解釈
		(2-2)上記(2-1)の物理量と速度を使って記述している	
3	式を用いた表現	(1)係数を「傾き」と「切片」として解釈している	数学的解釈
		(2)係数を「速さ」と「時間が0の時の位置」として解釈している	物理的解釈

(4) 研究授業の実際

平成 23 年度に鳴門教育大学附属中学校 2 年生を対象とした研究授業の実際について示す。

① 実施クラスの概要

[対象生徒] 徳島市内国立大学附属中学校 2 年生 33 名

[既習事項] 一次関数は学習済みである。グラ

フ電卓と距離センサーを使った経験はない。

[授業形態] 生徒 3～4 人を 1 グループとし、クラス全体で 9 つのグループを編成した。授業の場所は、各グループが最大 5 m の距離を歩くスペースが必要であるため、体育館を使用した。

[実施日] 2011 年 12 月 6 日 (火)

[使用機器] グラフ電卓、距離センサー、ノートパソコン、プロジェクタ、書画カメラ

② 第 1 時限 [47 分]

・導入 (10 分)

授業の目的を説明し、グラフ電卓と距離センサーの紹介と歩く実演を行った。

・伴って変わる二つの数量の関係把握 (10 分)

各グループが距離センサーの前を自由に歩いて、グラフが何を表しているのかを考察し、伴って変わる二つの数量が時間と距離の関係であることを体験的に把握した。

・二つの数量の確認 (5 分)

グラフ電卓に表示されるグラフは、 x 軸が時間で最大 9 秒、 y 軸がセンサーからの距離で最大 5 m であることをクラス全体で確認した。

・S-T グラフの様に歩く活動 (22 分)

授業者が課題 1 の説明を 5 分程度行った後に、各グループに分かれてワークシートに記載されている 5 つのグラフを再現するように歩く活動を行った。

③ 第 2 時限 [53 分]

・簡潔で正確な表現方法の考察 (10 分)

課題 1 についての振り返りを通して、簡潔で正確に伝える表現方法のポイントを考察し、ワークシートに記載された内容を表 1 の評価基準に従って分析した結果である。

表 2. 生徒が考えた表現方法のポイント

レベル	表現様式	概要	人数
1	日常用語を用いた表現	(1)	1
2	数値を用いた表現	(1)	2
		(2-1)	20
		(2-2)	9
3	式を用いた表現	(1)	0
		(2)	0
無答			1
計			33

・「グラフの伝書」の作成 (15分)

各グループは、出題グラフを読み取り、そのグラフが再現できるように「グラフの伝書」を作成した。

・「グラフの伝書」の読解と回答 (10分)

他のグループから送られてきた「グラフの伝書」を解読し、グループが考えた回答グラフを描いた。

・全グループの回答結果と「グラフの伝書」の振り返り (10分)

全てのグループの「グラフの伝書」、出題グラフ、回答グラフを黒板に掲示し、各グループの回答結果と「グラフの表現」の振り返りを行った。

回答グラフには、正しくないグループが2つあった。その原因は、送り手である「グラフの伝書」に誤った位置の物理量が記述されていたためである。例えば、7班は出題グラフに示された $y=1(4 \leq x \leq 5)$ のグラフのように歩く様子を「2mのところでは1秒間停止」として「グラフの伝書」に誤った位置を記述した。一方、受け手である8班は、「グラフの伝書」に示された通りに解釈して回答グラフを作成していることから、出題グラフと一致しなかった原因が送り手にあることが分かった。

図2と図3に示すように、式の表現様式を使って「グラフの伝書」を記述したグループが2つあった。図2の「グラフの伝書」では、出題グラフにある5本の直線を一次関数を使って表現されている。また、図3の「グラフの伝書」では、位置、移動距離、移動時間を使った表現に一次関数の式が補足されている。これらの班以外の生徒たちは、式を使った「グラフの伝書」を見て、その意外性に驚いた様子であった。授業者が、式を使ったグループに対して「一次関数の各係数はどんな意味を表しているのですか？」と質問したところ、生徒たちから「傾きと切片」という回答があった。さらに、「傾きと切片は、歩く様子においては何を表しているのですか？」と授業者が質問したところ、「切片はスタートの位置」という回答があったが、傾きに関しては「分からない」との回答であった。このため授業者は、出題グラフが時間と距離の関係であることを基に、傾きが「速さ」

であることを説明した。

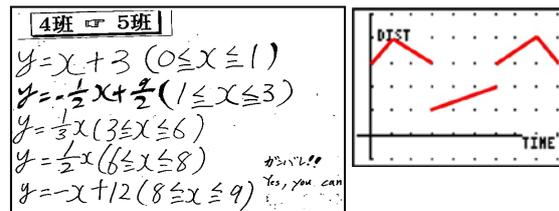


図2. 式を使った「グラフの伝書」

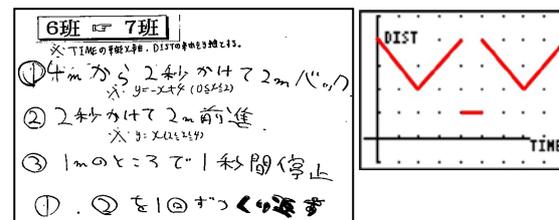


図3. 式と物理量を使った「グラフの伝書」

表3は、各グループの「グラフの伝書」に記述された表現様式を分析した結果である。表2の結果と同様に、時間と距離等の物理量を使ったレベル2(2-1)の表現が最も多く6グループであった。式を使った2つのグループは、前述した通りに、一次関数の係数を物理的に解釈していないことから、両者の表現をレベル3(1)と判断した。

表3. 「グラフの伝書」の表現様式の分類

レベル	表現様式	概要	グループ
1	日常用語を用いた表現	(1)	0
2	数値を用いた表現	(1)	0
		(2-1)	6
		(2-2)	1
3	式を用いた表現	(1)	2
		(2)	0
計			9

・授業のまとめ (10分)

クラス全体で歩く事象の変化とグラフとをつなげる表現のポイントについて議論した。その結果、「分かりやすい文章や動作」、「正確な時間と距離」、「一次関数の係数の数学的意味」、「一次関数の係数の物理的意味」を大切なポイントとしてまとめることができた。

(5) 考察

- ① 歩く事象の変化とグラフをつなげる表現様式と表現力の向上
授業後に歩く事象の変化とグラフをつな

げる表現に関するアンケートを行った。表4に示すように、3つの何れの項目においても肯定的な回答がほぼ全員の生徒から得ることができた。

表4. 表現に関するアンケート結果

項目	質問事項	非常にそう思う	かなりそう思う	少しそう思う	全くそう思わない
①	歩く様子とグラフとの関係が理解できましたか。	29	3	1	0
②	「グラフの伝書」を簡潔に正確に書くポイントが理解できましたか。	23	10	0	0
③	他の人やグループの意見は参考になりましたか。	21	12	0	0

本授業では、歩く事象の変化とグラフをつなげる表現力を高めるために、課題2と課題3において他者を意識した「グラフの伝書」作りを取り入れた。その結果、表2と表3に示したように、課題2ではレベル3である式を使った表現様式が見られなかったが、課題3では2つのグループがレベル3の表現様式を使用したことが分かった。これは、「グラフの伝書」作りの活動がより他者を意識させる契機となり、生徒の表現力を高める要因になったと言える。

また、課題4とクラス全体における討議では、より良い表現を考察するといった授業展開を行った。その結果、授業後の自由記述のアンケートには「一次関数の式で表現することは、全く思いつかなかったもので、勉強になりました」といった記述があり、歩く様子を一次関数で表現できることが分かったことを記述した生徒が7名いた。さらに、「1つのグラフを伝えるために、多くの方法があることが分かった。今回でなかった方法があるかもしれないので、調べてみたい」のように表現様式の多様性について記述した生徒が9名いた。

②一次関数の係数の物理的意味

式の表現様式を使って「グラフの伝書」を記述したグループについて、個々の生徒が課題1から課題3でどのような表現様式を使用したのかを分析した(表5, 表6)。表5の結果から、4班では、4S3以外の生徒が、課題1と課題2において速度の物理量を使って表現したことが分かった。一方、表6の結果から、6班では、6S3と6S4の生徒が、課題1から課題3において速度の物理量を使って表現したことが分かった。この結果から、これらの生徒たちは、グラフから歩く様

子の速度を読み取っていたが、歩く様子を一次関数で表現する際には一次関数の傾きの物理的意味を全く考慮していなかったことが分かった。

表5. 4班が使用した表現様式の分析

生徒	課題1 (個人)	課題2 (個人)	課題3 (個人)	課題3 (GROUP)
4S1	2(2-2)	2(2-2)	3(1)	3(1)
4S2	2(2-2)	2(2-2)	3(1)	
4S3	2(2-2)	2(2-1)	3(1)	
4S4	2(2-2)	2(2-2)	3(1)	

表6. 6班使用した表現様式の分析

生徒	課題1 (個人)	課題2 (個人)	課題3 (個人)	課題3 (GROUP)
6S1	2(2-1)	2(2-1)	2(2-1)	2(2-1) 3(1)
6S2	2(2-1)	2(2-1)	2(2-1) 3(1)	
6S3	2(2-1)	2(2-2)	2(2-1)	
6S4	2(2-2)	2(2-2)	2(2-2)	

本授業に参加した生徒たちが使用している教科書では、水を熱した時間と水温の関係を表した一次関数の傾きと切片の値について、それらの値が具体的に何を表しているかを自分の言葉で表現する数学的活動を行っている。しかし、そこで生徒たちが習得した学習事項が、本授業で活かされなかったことが明らかになった。

③他者を意識したグループ活動

グループ活動に関するアンケートを授業後に行った。表7に示すように、3つの何れの項目においても肯定的な回答が多くの生徒から得ることができた。

表7. グループ活動に関するアンケート結果

項目	質問事項	非常にそう思う	かなりそう思う	少しそう思う	全くそう思わない
④	自分の考えをグループの人に上手く伝えることが出来ましたか。	17	12	4	0
⑤	グループの人の意見を良く聞くことが出来ましたか。	15	16	2	0
⑥	グループでの活動は上手く出来ましたか。	24	9	0	0

④研究授業の成果と課題

研究授業から、以下の成果と課題が明らかになった。

- 1) 他者を意識した「グラフの伝書」作りの活動と、クラス全体でより良い表現を考察する活動を通して、歩く事象の変化とグラフをつなげる表現力を向上させることができた。

- 2) 歩く様子を一次関数で表現した生徒たちは、一次関数の傾き(変化の割合)や切片の物理的意味を全く考慮していないことが分かった。
- 3) グループ活動において、生徒たちは自分の意見を上手く伝えたり、人の意見を良く聞いたりすることができた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[学会発表] (計6件)

- ① 佐伯昭彦, 「数学的活動を支援するテクノロジー活用に関する一提案」, 2012年度数学教育学会・秋季例会, 2012年9月19日, 九州大学.
- ② Takashi KAWAKAMI, Akihiko SAEKI, Akio MATSUZAKI, 「Necessity for Modeling teaching corresponding to diversities: Experimental lessons based on dual modeling cycle framework for 5th grade pupils」, The 12th International Conference on Mathematical Education, 2012年7月14日, COEX, Korea.
- ③ Akihiko SAEKI, Akio MATSUZAKI, 「Dual Modelling Cycle Framework for Responding to the Diversities of Modellers」, 15th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, 2011年7月19日, Australian Catholic University, Australia.
- ④ Akio MATSUZAKI, Akihiko SAEKI, 「Evidence of a Dual Modelling Cycle: Through a Teaching Practice Example for Undergraduate School Students」, 15th International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications, 2011年7月17日, Australian Catholic University, Australia.
- ⑤ 土田理, 宮崎幸樹, 佐伯昭彦, 氏家亮子, 末廣聡, 「グラフ発見学習における小学校教育児童の実データ解釈と判断の事例」, 平成22年度第2回日本科学教育学会研究会, 2010年12月4日, 熊本大学.
- ⑥ 氏家亮子, 佐伯昭彦, 作宮和泉, 「SPP活

動からみたテクノロジー活用の将来」, 日本科学教育学会第34回年会, 2010年9月11日, 広島大学.

[図書] (計1件)

- ① 齋藤昇, 秋田美代, 小原豊編著, 子供の学力を高める新しい算数科教育法, 2013年3月31日, 全143頁, (佐伯昭彦, 「第7章第1節 数学的な考え方と数学的リテラシー」, pp. 81-86) .

6. 研究組織

(1) 研究代表者

佐伯 昭彦 (SAEKI AKIHIKO)
 鳴門教育大学・大学院学校教育研究科・准教授
 研究者番号: 60167418

(2) 研究分担者

土田 理 (TSUCHIDA SATOSHI)
 鹿児島大学・教育学部・教授
 研究者番号: 10217325
氏家 亮子 (UJIIE AKIKO)
 金沢工業高等専門学校・一般教科・准教授
 研究者番号: 30280382
 (2010年度, 2011年度)
松寄 昭雄 (MATSUZAKI AKIO)
 埼玉大学・教育学部・准教授
 研究者番号: 10533292
 (2012年度)

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

末廣 聡 (SUEHIRO SATOSHI)
 岡山県立備前緑陽高等学校・教諭