

## 科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 5月15日現在

機関番号：14303

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2012

課題番号：22540081

研究課題名（和文） 非コンパクト多様体上の測度保存同相群・微分形式保存微分同相群の位相的研究

研究課題名（英文） Study of groups of measure-preserving homeomorphisms and volume-preserving diffeomorphisms of noncompact manifolds

研究代表者

矢ヶ崎 達彦 (YAGASAKI TATSUHIKO)

京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・教授

研究者番号：40191077

研究成果の概要（和文）：

非コンパクト多様体の(微分)同相群のコンパクト-開・Whitney・一様位相の下での位相的性質を研究した。コンパクト-開  $C^\infty$  位相の下で、体積形式に関する Moser の定理のパラメータ版を非コンパクト多様体の場合へ拡張した。また、Whitney  $C^\infty$  位相に関して、非コンパクト  $C^\infty$  多様体の微分同相群及びコンパクト台を持つ微分同相の成す部分群の組が、 $l_2$  の加算 box 積・small box 積の組と局所同相になることを示した。一様位相に関しても、一様埋め込みの空間や一様同相群に対して変形定理を得た。

研究成果の概要（英文）：

We studied topological properties of groups of diffeomorphisms and homeomorphisms of any non-compact manifold  $M$ . Under the compact-open  $C^\infty$  topology, we extended a parametrized version of Moser's theorem for volume forms to the non-compact case. As for the Whitney  $C^\infty$  topology, we showed that the pair of the group of diffeomorphisms of  $M$  and the subgroup of those with compact support is locally homeomorphic to the pair of countable box product and small box product of  $l_2$ . As for the uniform topology, we also obtained some deformation theorems for spaces of uniform embeddings and groups of uniform homeomorphisms.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	600,000	180,000	780,000
2011年度	500,000	150,000	650,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
年度			
年度			
総計	1,600,000	480,000	2,080,000

研究分野：位相幾何学

科研費の分科・細目：数学・幾何学

キーワード：(1) 幾何学 (2) トポロジー (3) 微分同相群 (4) 無限次元多様体

## 1. 研究開始当初の背景

非コンパクト多様体の(微分)同相群の一般位相的な性質の研究が分散的に進行しており、その体系的な理解が期待されていた。その中で、コンパクト-開位相を持つ測度保存

同相群に関しては、R. Berlanga により A. Fathi の結果が非コンパクト多様体の場合に拡張され、さらに筆者は、その議論を発展させ、Alpern - Prasad のエンドチャージ準同型が連続なセクションを持つ事を示していた。Whitney 位相に関し

ても, T. Banakh, 酒井克郎 氏らにより, その研究が進み出していた。

## 2. 研究の目的

(1) コンパクト-開  $C^\infty$  位相の下での非コンパクト多様体の微分同相群, 体積保存微分同相群 及び mass flow 準同型の位相的性質の研究

(2) Whitney ( $C^\infty$ ) 位相の下での(微分)同相群の位相的性質(局所位相型・大域的ホモトピー型 etc.)の研究

(3) 一様位相の下での一様同相群の(局所的・大域的)位相的性質の研究

## 3. 研究の方法

(1) 研究代表者矢ヶ崎は, 連携研究者と討論・情報交換を行いながら本研究を推進する。

(2) Whitney 位相を持つ(微分)同相群に関する研究連携者 酒井・嶺・T. Banakh 氏との共同研究

(3) 連携研究者 福井氏 主催の研究集会への協力

(4) 国際会議における研究発表 (The 5 th Japan-Mexico Joint Meeting on Topology and its Appli. 2010, Dubrovnik VII Geometric Topology 2011, the 6th European Congress of Math. 2012 等)

## 4. 研究成果

非コンパクト多様体の(微分)同相群の( $C^\infty$ )コンパクト-開・Whitney・一様 位相の下での位相的性質を研究し, 次の結果を得た。

(1) コンパクト-開  $C^\infty$  位相の下で, 非コンパクト  $C^\infty$  多様体  $M$  の微分同相群  $D(M)$  や体積形式  $w$  を保つ微分同相写像の成す群  $D(M; w)$  の位相的性質に関して研究した。 $M$  のエンドに向かう体積の移動のデータを微分同相写像で実現する問題を考察し, まず, 体積形式に関する Moser の定理のパラメータ版を非コンパクト多様体の場合へ拡張した。さらに, Alpern - Prasad のエンドチャージ準同型が連続なセクションを持つ事を示した。この応用として, 単位連結成分について, 群  $D(M)_0$  が 部分群  $D(M; w)_0$  に, さらに  $D(M; w)_0$  が エンドチャージ準同型の核に, それぞれ強変形レトラクトする事を示した。

(2) Whitney ( $C^\infty$ ) 位相の下で, (微分)同相群や位相群への連続写像の成す空間の位相的性質の研究を連携研究者 酒井・嶺 氏及び T. Banakh 氏と進め, 次の結果を得た。(i) 非コンパクト  $C^\infty$  多様体  $M$  の微分同相群とコンパクト台を持つ微分同相の成す部分群の組

$(D(M), D^c(M))$  は,  $l_2$  の加算 box 積と small box 積の組と局所同相になる。特に, 部分群  $D^c(M)$  はパラコンパクト  $l_2 \times \mathbf{R}^\infty$  多様体になる。位相多様体の場合も,  $M$  の次元が 2 以下の場合には同様の結果が成り立つ (3 次元以上の場合には未解決予想)。また, 部分群  $D^c(M)$  が位相群のカテゴリーの中で自然に順極限となることを示した。これは, 順極限位相の下で  $D^c(M)$  が位相群にならないことと対比される。(ii) (自明な例外を除いて) 非コンパクト局所コンパクト可分距離空間  $X$  から可分完備 ANR 位相群  $G$  への連続写像全体の成す空間  $C(X, G)$  とコンパクト台を持つ連続写像の成す部分空間  $C_c(X, G)$  の組  $(C(X, G), C_c(X, G))$  が  $l_2$  の加算 box 積と small box 積の組と局所同相になる事を示した。

(3) 一様位相の下で, 一様埋め込みの空間や一様同相の成す群の位相的性質の研究を進めた。一様位相は距離に依存する。本研究ではコンパクト多様体上の距離被覆空間となる非コンパクト距離多様体  $M$  を考察した。まず, Edwards - Kirby のコンパクト空間の埋め込みに関する局所変形定理と Arzela - Ascoli 定理から,  $M$  への一様埋め込みの空間に関する局所変形定理を得た。系として,  $M$  の一様同相群が局所可縮となることが分かる。さらに, 一様同相群の大域的な性質に関して, 次の結果を得た。ユークリッド空間の無限遠に対しては, 局所変形定理と相似変換を組み合わせることによって一様埋め込みの大域変形定理が得られる。これからさらに, ユークリッド空間の無限遠とリプシッツ同値な有限個のエンドを持つ距離多様体の有界一様同相の成す群に関する大域変形定理が得られる。特に, ユークリッド空間の有界一様同相群は可縮になる。また, 酒井・嶺・山下氏との共同研究において, 実数直線の有界一様同相群が 1。と同相になる事を示した。

これらの結果に関しては, 国内外の研究集会で研究発表を行った。特に, 結果 (1), (2) については, 次の国際会議において研究発表を行った:

(i) The 5 th Japan-Mexico Joint Meeting on Topology and its Applications, Symplectic Topology Session/Geometric Topology Session, Colima, Mexico, 9/27 - 10/1, 2010.

(ii) Dubrovnik VII - Geometric Topology, Dubrovnik, Croatia, 6/26 - 7/3, 2011.

(iii) Satellite Thematic Session - Geometric Topology, in the 6th European Congress of Math., Krakow, Poland, 7/1 - 7/7, 2012.

## 5. 主な発表論文等

[雑誌論文] (計 4 件)

① K. Mine; K. Sakai; T. Yagasaki; A. Yamashita, Topological type of the group of uniform homeomorphisms of the real line, Topology Appl., 158 (2011) 572-581 (査読有)。

② T. Banakh; K. Mine; K. Sakai; T. Yagasaki,

Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, *Topology Proceedings*, 37 (2011) 61-93 (査読有).

③ T. Banakh; K. Mine; K. Sakai; T. Yagasaki, Spaces of maps into topological group with the Whitney topology, *Topology Appl.*, 157 (2010) 1110-1117 (査読有).

④ T. Yagasaki, Groups of volume-preserving diffeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 362 (2010) 5745-5770 (査読有).

[学会発表] (計 23 件)

① 矢ヶ崎達彦, Whitney, uniform and compact-open topologies on homeomorphism groups of noncompact manifolds, 2012 General Topology シンポジウム, 神戸大学, 2012. 12. 14.

② 矢ヶ崎達彦, Groups of uniform homeomorphisms of covering spaces, 葉層構造と微分同相群 2012, 東京大学 玉原国際セミナーハウス, 沼田市, 2012. 10. 31.

③ 矢ヶ崎達彦, Groups of uniform homeomorphisms of covering spaces, RIMS 研究集会「一般位相幾何学および幾何学的トポロジーの現状と諸問題」京都大学 数理解析研究所, 2012. 9. 27.

④ 矢ヶ崎達彦, Groups of uniform homeomorphisms of covering spaces, 研究集会「鳥羽微分トポロジー 2012」鳥羽市民文化会館, 2012. 8. 7.

⑤ T. Yagasaki, Groups of volume-preserving diffeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, Satellite Thematic Session - Geometric Topology, in 6th European Congress of Mathematics, Krakow, Poland, 2012. 7. 6.

⑥ 矢ヶ崎達彦, Topological properties of diffeomorphism groups of non-compact manifolds, 第 47 回位相空間論シンポジウム, 愛媛大学, 2012. 6. 2.

⑦ 矢ヶ崎達彦, Groups of uniform homeomorphisms of covering spaces, RIMS 研究集会「変換群の幾何の展開」京都大学数理解析研究所, 2012. 5. 31.

⑧ 矢ヶ崎達彦, Topological properties of diffeomorphism groups of non-compact manifolds, 第 38 回変換群論シンポジウム, 兵庫県民会館, 神戸市, 2011. 11. 18.

⑨ 矢ヶ崎達彦, Groups of volume-preserving diffeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, 研究集会「シンプレクティック幾何とその周辺」岐阜経済大学, 2011. 11. 10.

⑩ 矢ヶ崎達彦, Topological  $(\Pi^{\infty}_1, \Sigma^{\infty}_1)$

-factors of diffeomorphism groups of non-compact manifolds, 多様体の平面場と微分同相群 2011 研究集会, 東京大学 玉原国際セミナーハウス, 沼田市, 2011. 11. 1.

⑪ 矢ヶ崎達彦, 非コンパクト曲面の写像類群について, RIMS 研究集会「一般及び幾何学的トポロジーとその応用」京都大学 数理解析研究所, 2011. 10. 17.

⑫ T. Yagasaki, Topological properties of diffeomorphism groups of non-compact manifolds, *Dubrovnik VII- Geometric Topology*, Inter-University Centre, Dubrovnik, Croatia, 2011. 7. 1.

⑬ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism groups of non-compact surfaces with the Whitney topology, 変換群論研究集会「北田先生を囲む研究会」, キャンパスプラザ 京都, 京都, 2011. 2. 12.

⑭ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism groups of non-compact surfaces with the Whitney topology, 2010 General Topology シンポジウム, 筑波大学, 2010. 12. 20.

⑮ 矢ヶ崎達彦, Groups of volume-preserving diffeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends, ホモトピー論シンポジウム, 九州大学 西新プラザ, 2010. 11. 1.

⑯ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, 葉層構造と微分同相群 2010 研究集会, 東京大学 玉原国際セミナーハウス, 沼田市, 2010. 10. 28.

⑰ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, RIMS 研究集会「一般位相幾何学及び幾何学的トポロジーの最近の話題とその応用」京都大学 数理解析研究所, 2010. 10. 12.

⑱ T. Yagasaki, "Groups of volume-preserving diffeomorphisms of noncompact manifolds and mass flow toward ends", in *Symplectic Topology Session*, 2010. 9. 30, "Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology", in *Geometric Topology Session*, 2010. 9. 27, in *The 5th Japan-Mexico Joint Meeting on Topology and its Applications*, Universidad de Colima, Colima, Mexico.

⑲ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, 日本数学会 (2010, 秋季総合分科会), トポロジー分科会, 名古屋大学, 2010. 9. 24.

⑳ 矢ヶ崎達彦, Homeomorphism and diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the Whitney topology, RIMS 研究集会「変換群と手術理論」京都大学 数理解析研究所, 2010. 8. 31.

㉑ 矢ヶ崎達彦, Topological  $(\Pi^{\infty}_1, \Sigma^{\infty}_1)$ -factors of diffeomorphism groups of non-compact manifolds, 尾鷲微分トポロジー研究会, 尾鷲中央公民館, 尾鷲市, 2010. 8. 25.

② T.Yagasaki, Diffeomorphism groups of non-compact manifolds with the compact-open  $C^\infty$  topology, The 25th Summer Conference on Topology and its Applications, 2010, Kielce, Poland, 2010. 7. 27.

③ 矢ヶ崎達彦, 実数直線の微分同相群のWhitney 位相・コンパクト開位相 の下での位相型について, 第 45 回位相空間論シンポジウム, 大阪府立大学, 2010. 6. 4.

[その他]

ホームページ:

Homepage of Tatsuhiko Yagasaki/研究分野  
(<http://www.cis.kit.ac.jp/~yagasaki/jp/work/index.html>)

京都工芸繊維大学/データベース/研究者総覧/数理・自然部門/矢ヶ崎達彦 ([http://kit.ac.jp/20/20\\_010000.html](http://kit.ac.jp/20/20_010000.html) より検索)

## 6. 研究組織

### (1) 研究代表者

矢ヶ崎 達彦 (YAGASAKI TATSUHIKO)

京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・教授  
研究者番号: 40191077

### (2) 研究分担者

( )

研究者番号:

### (3) 連携研究者

福井 和彦 (HUKUI KAZUHIRO)

京都産業大学・理学部・教授  
研究者番号: 30065883

小山 晃 (KOYAMA AKIRA)

早稲田大学・理工学術院・教授  
研究者番号: 40116158

加藤 久男 (KATO HISAO)

筑波大学・数理物質科学研究科・教授  
研究者番号: 70152733

酒井 克郎 (SAKAI KATSURO)

数理物質科学研究科・筑波大学・准教授  
研究者番号: 50036084

大倉 弘之 (OKURA HIROYUKI)

京都工芸繊維大学・工芸科学研究科・教授  
研究者番号: 80135649

知念 直紹 (CHINEN NAOTSUGU)

防衛大学校・数学教育室・教授  
研究者番号: 20370067

保坂 哲也 (HOSAKA TETSUYA)

静岡大学・理学部・准教授  
研究者番号: 50344908

嶺 幸太郎 (MINE KOTARO)

東京大学・数理科学研究科・特任研究員  
研究者番号: 90512525