

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成25年 6月 5日現在

機関番号：13901
 研究種目：基盤研究(C)
 研究期間：2010 ～ 2012
 課題番号：22540383
 研究課題名（和文）
 量子秩序相の数理構造
 研究課題名（英文）
 Mathematical Structures of Quantum Orders
 研究代表者
 佐藤 昌利 (SATO MASATOSHI)
 名古屋大学・工学研究科・准教授
 研究者番号：30313117

研究成果の概要（和文）：

量子秩序相をトポロジカル不変量に基づいて解析した。特にトポロジカル超伝導体を中心に、トポロジカル奇パリティ超伝導体の理論、スピン一重項超伝導体におけるマヨラナフェルミオンの理論、バルク・エッジ対応、トポロジカル場の理論、対称性によって守られたトポロジカル量子相の理論を研究した。また、理論と実験を比較した。

研究成果の概要（英文）：

Quantum orders are investigated by using topological invariances. In particular, in the field of topological superconductors, I have presented a theory of topological odd parity superconductors, a theory of Majorana fermions in spin-singlet superconductors, a proof of bulk-edge correspondence, a topological field theory for topological superconductors, and a theory of symmetry protected topological phases. In addition, these theories are compared with experiments.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	700,000	210,000	910,000
2011年度	900,000	270,000	1,170,000
2012年度	500,000	150,000	650,000
総計	2,100,000	630,000	2,730,000

研究分野：場の量子論・物性物理

科研費の分科・細目：物理学・数理物理・物性基礎

キーワード：量子秩序相、トポロジカル相

1. 研究開始当初の背景

物性理論における基礎的問題の一つは、強磁性相や超伝導相など多数の自由度の協調作用により出現する多様な相を解明することである。相構造を理解する上では、「秩序パラメータ」により記述されるランダウ・ギンツブルグ理論と「自発的対称性の破れ」の概念が指導的役割を永年果たしてきた。ところが、秩序パラメータと自発的対称性の破れの概念では、その性質が十分に理解できない新奇な相が存在することが明らかになりつつ

ある。これら新奇な相として古くから知られているのは、整数および分数量子ホール状態である。これら量子ホール状態では、ホール係数がどのような値であっても、元のハミルトニアンの対称性を保っているため、秩序パラメータはゼロとなる。このため、ホール係数の違いを捉えるには、ランダウ・ギンツブルグ理論を超えた概念が必要である。実際、チャーン数とよばれるトポロジカル不変量を導入することで、これらの量子ホール状態は、明確に区別されている。

このようなトポロジカル不変量を導入し

ないと理解できない量子相としては、長い間量子ホール状態および、それに類する状態しか知られていなかった。特に、時間反転対称性を保った系では、チャーン数がゼロ以外の値をとれないため、このような量子相の存在は、ほとんど議論されてこなかった。ところが、時間反転対称性のある場合にもトポロジカル不変量によって特徴づけられる量子相が可能であることが発見され、量子秩序相の研究は新しい段階に入りつつあった。

まず、最初の大きな進展としては、スピンホール効果の研究から、時間反転対称性がある場合にもゼロにならない新しいトポロジカル不変量(いわゆる Z_2 トポロジカル数)が発見されたことである。このトポロジカル不変量はスピンホール係数と関係しており、このトポロジカル不変量がゼロでない物質はトポロジカル絶縁体とよばれている。理論だけでなく、実験も急速に進んでおり $Bi_{1-x}Sb_x$ 表面に、このトポロジカル不変量によって予言される時間反転対称なギャップレスエッジ状態(ヘリカルエッジ状態)が存在することが実際に確かめられだしていた。

また、もうひとつの進展は、スピン系の研究を通じて、時間反転対称性が破れていない場合にも、ある意味、分数量子ホール状態に対応する状態が存在することが明らかになったことである。分数量子ホール状態は、トポロジカル秩序とよばれる相の一種であり、空間のトポロジーを変える、たとえば、空間を球面から2次元トーラスに変えると、基底状態の数が変わるという不思議な性質をもつ。最近、フラストレーションのあるスピン系のモデルでこの性質をもつものが発見され、時間反転対称性が破れていなくてもトポロジカル秩序が実現可能であることが示されていた。

本研究代表者は、これらの新発展にいち早く注目し、それぞれのテーマに関して、a) Z_2 トポロジカル数を使った超伝導体における新奇な量子相構造の研究、b) トポロジカル秩序における隠れた代数構造の研究を行っていた。

2. 研究の目的

本研究の目的は、ランダウ・ギンツブルグ理論では記述しきれない新奇な量子相構造(=量子秩序相、quantum order)に共通して現れる数理構造を解明することである。整数量子ホール状態、分数量子ホール状態、量子スピン系、トポロジカル絶縁体、トポロジカル超伝導、量子色力学におけるクォーク閉じ込め現象まで、ランダウ・ギンツブルグ理論の中心概念である「秩序パラメータ」では、とらえることのできない相構造は至る所にあふれている。これらの現象の共通点、相違点を

詳しく見極め、そこからランダウ・ギンツブルグ理論では記述できない相のもつ普遍的な理論構造を抽出し、新しい物質観を探ることを目的とした。

3. 研究の方法

a) 超伝導状態のトポロジカル不変量による分類

超伝導状態は、通常、自発的対称性の破れ概念によって理解されている。しかしながら、トポロジカル不変量を使うことで、自発的対称性の破れ概念では到達できない新たな構造が見えてくる。たとえば、研究代表者はノードのない時間反転対称性の破れていないスピン三重項超伝導体をトポロジカル不変量を使い研究した。その結果、この超伝導状態は、ギャップ関数が同じで、自発的対称性の破れの観点からいうと区別できない状態であっても、フェルミ面のトポロジーが異なっていれば、相として明確に区別されることを理論的に指摘した。この研究を更に推し進め、ノード構造をもつ超伝導状態や、時間反転対称性の破れた超伝導状態のトポロジカル不変量による分類をおこなった。

b) 新しいトポロジカル不変量の追求

現在まで、トポロジカル不変量は、ランダム行列理論の分類に基づき、不純物などのランダム性を取り入れても壊れない対称性のみを仮定して定義されてきた。しかし、空間反転対称性など不純物を入れるとたちまち壊れてしまうある意味不安定な対称性を仮定すると今までになかったトポロジカル不変量が定義される場合がある。研究代表者が、フェルミ面のトポロジーに依存したスピン三重項超伝導体の新しい量子相構造を明らかにできたのも、このような特殊な対称性で守られたトポロジカル不変量が発見できたからである。これら特殊な対称性により守られているトポロジカル不変量を追求した。

c) 新しい量子相の数理構造の探究

研究代表者が発見したトポロジカル秩序の隠れた代数構造や、トポロジカル場の理論などを使い、新しい量子相の数理構造を調べる。トポロジカル絶縁体の発見を通じ、新しい量子相の概念は、量子ホール系のような2次元系にとどまらず、3次元系においても有効であることが明らかになりつつある。この現状をふまえ、量子秩序相の普遍的な数理構造の抽出を目指した。

4. 研究成果

a) トポロジカル奇パリティ超伝導体の理論

空間反転対称な系の超伝導ギャップは、空間反転操作に関するパリティで分類される。s波超伝導体などスピン一重項超伝導体の超伝導ギャップは偶パリティであるが、スピン三重項超伝導体などは奇パリティの超伝導ギャップで記述される。本研究では、奇パリティ超伝導体のトポロジカルな性質を詳しく調べ、スピン三重項超伝導体に限らず、奇パリティ超伝導体一般に対し、その表面や欠陥、渦などに現れるアンドレーエフ束縛状態の性質がフェルミ面のトポロジーによって決定されることを明らかにした。

b) スピン一重項超伝導体によるマヨラナフェルミオンの実現

トポロジカル超伝導体の示す顕著な性質の一つは非可換統計を導く新奇な励起状態(マヨラナフェルミオン)の存在である。以前からカイラルp波超伝導体にこのような励起状態があることが知られていたが、カイラルp波超伝導体が非常に稀であることから、実験的にこのような状態が検証されたことはなかった。本研究では、ラシュバ型スピン軌道相互作用とゼーマン磁場を使うことで、s波超伝導体のようなスピン一重項超伝導体であってもマヨラナフェルミオンが実現可能であることを示した。その後、この方面の研究は大きく進展しており、実際にマヨラナフェルミオンの存在を示唆する実験結果も得られている。

c) $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ 表面に現れるマヨラナフェルミオンの理論

トポロジカル奇パリティ超伝導体の理論に基づき $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ に表面マヨラナフェルミオンが存在することが予言されている。また、最近のトンネル電流の測定より実際にこの物質の表面にバルクにない新たな状態が存在することが報告されている。本研究では、 $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$ の表面状態を詳細に解析し、その結果実験で観測されているトンネル伝導率のゼロ・バイアスピークが表面マヨラナフェルミオン起源であることを明らかにした。

d) 対称性によって守られたトポロジカル超流体の理論

回転対称性など系固有の対称性を用いることで新しいトポロジカル不変量が定義される場合がある。本研究では、実際に $^3\text{He-B}$ 相においてそのようなトポロジカル不変量で特徴づけられる相があることを明らかにし

た。また自発的対称性の破れとトポロジカル相転移が同時に生じる新しい量子相転移が $^3\text{He-B}$ に現れることを予言した。

e) トポロジカル超伝導体のトポロジカル場の理論

分数量子ホール状態が、対応するトポロジカル場の理論であるチャーン・サイモン理論によって詳しく解析されたように、一般に、強相関電子系の量子秩序相も、対応するトポロジカル場の理論によってその振る舞いが記述されると期待される。ところが、現在まで、トポロジカル超伝導体に対応するトポロジカル場の理論は構築されていなかった。実際、トポロジカル超伝導体の端にはマヨラナ型粒子が現れるが、そのような粒子が現れるトポロジカル場の理論としては、現在のところ、分数量子ホール状態を記述するものしか知られておらず、超伝導体そのものに対応するものは見つかっていなかった。この現状を打破するために、新しい種類のトポロジカル場の理論を構築し、その低エネルギー励起を調べ、非可換統計性など、トポロジカル超伝導体特有の現象が記述できることを示した。

f) バルク・エッジ対応の証明

バルク・エッジ対応と呼ばれる量子秩序相の性質を調べた。量子秩序相の一つであるトポロジカル相では、基底状態の波動関数がゼロでないトポロジカル数をもつと、その境界にはギャップレス状態が現れることが知られており、バルク・エッジ対応と呼ばれている。ところが、このバルク・エッジ対応は、その重要性にも関わらず、ディラックハミルトニアンなど特殊な系を除いて、一般的証明が知られていなかった。このバルク・エッジ対応の一般的証明を与えた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 15 件)

すべて査読あり

1. T. Hashimoto, K. Yada, A. Yamakage, M. Sato, and Y. Tanaka, Bulk Electronic State of Superconducting Topological Insulator, *Journal of the Physical Society of Japan* **82** (2013) 044704.
2. Masatoshi Sato, Majorana fermions in topological superconductors with spin-orbit interaction, *Journal of Physics: Conference Series* **391** (2012) 012150.

3. T. Mizushima, M. Sato, K. Machida, Symmetry Protected Topological Order and Spin Susceptibility in Superfluid $^3\text{He-B}$, *Physical Review Letters* **109** (2012) 165301.
 4. M. Sato, K. Hasebe, K. Esaki, M. Kohmoto, Time-Reversal Symmetry in Non-Hermitian Systems, *Progress of Theoretical Physics*, **127** (2012) 937-974.
 5. T H Hansson, A. Karlhede, M. Sato, Topological field theory for p-wave superconductors, *New Journal of Physics* **14**, (2012) 063017.
 6. Y. Tanaka, M. Sato, N. Nagaosa, Symmetry and Topology in Superconductors -Odd-Frequency Pairing and Edge States-, *Journal of the Physical Society of Japan*, **81**, (2011) 011013.
 7. S.Sasaki, M. Kriener, K. Segawa, K. Yada, Y. Tanaka, M. Sato, Y. Ando, Topological Superconductivity in $\text{Cu}_x\text{Bi}_2\text{Se}_3$, *Physical Review Letters* **107** (2011) 217001.
 8. K. Esaki, M. Sato, K. Hasebe, M. Kohmoto, Edge states and topological phases in non-Hermitian systems, *Physical Review* **B84** (2011) 205128.
 9. A.Ii, K.Yada, M. Sato, Y. Tanaka, Theory of edge states in a quantum anomalous Hall insulator/spin-singlet s-wave superconductor hybrid system, *Physical Review* **B83** (2011) 224524.
 10. M.Sato, Y. Tanaka, K. Yada, T. Yokoyama, Topology of Andreev bound states with flat dispersion, *Physical Review* **B83** (2011) 224511.
 11. K.Yada, M.Sato, Y.Tanaka, T. Yokoyama, Surface density of states and topological edge states in noncentrosymmetric superconductors, *Physical Review* **B83** (2011) 064505.
 12. M.Sato, S. Fujimoto, Existence of Majorana fermions and Topological order in nodal superconductors with spin-orbit interactions in external magnetic field, *Physical Review Letter*, **105** (2010) 217001.
 13. M.Sato, Y. Takahashi, S. Fujimoto, Non-Abelian topological orders and Majorana fermions in spin-singlet superconductors, *Physical Review* **B82** (2010) 134521.
 14. Y.Tanaka, Y.Mizuno, T.Yokoyama, K.Yada, M.Sato, Anomalous Andreev Bound State in Noncentrosymmetric Superconductors, *Physical Review Letters* **105** (2010) 097002
 15. Masatoshi Sato, Topological odd-parity superconductors, *Physical Review* **B81**,(2010) 220504(R).
- [学会発表] (計 27 件)
1. Masatoshi Sato, Symmetry Protected Majorana Fermions in Topological Superconductors, QS2C Theory Forum: International Symposium on “Strongly Correlated Quantum Science” (招待講演) 2013 年 1 月 28 日, University of Tokyo, Tokyo.
 2. Masatoshi Sato, Symmetry Protected Majorana Fermions in Topological Superconductors IAS Program on Topological Materials and Strongly Correlated Electronic Systems (招待講演) 2012 年 12 月 05 日, Hong-Kong University of Science and Technology, Hong-Kong, China.
 3. 佐藤昌利, トポロジカル絶縁体・超伝導体の渦と非可換統計, 日本物理学会第 67 回年次大会 (招待講演), 2012 年 3 月 27 日, 関西学院大学.
 4. Masatoshi Sato, Surface Majorana Fermions in Topological Superconductors, APCTP Focus Program on Quantum Condensation (QC12) (招待講演) 2012 年 8 月 20 日, APCTP, Pohang, Korea.
 5. Masatoshi Sato, Surface Majorana Fermions in Topological Superconductors, Topological State of Matters: Insulators, Superconductors, and Quantum Hall Liquids (招待講演) 2012 年 8 月 8 日, Nordita, Stockholm, Sweden.
 6. Masatoshi Sato, Surface Majorana Fermions in Topological Superconductors, Material and Mechanism of Superconductivity (M2S) (招待講演) 2012 年 7 月 30 日, Omni Shoreham Hotel, Washington D.C., USA.
 7. Masatoshi Sato, Topological Superconductors, TQP2012, International Conference on Topological Quantum Phenomena (招待講演) 2012 年 05 月 17 日, Nagoya University, Nagoya.
 8. Masatoshi Sato, Surface Majorana fermions in topological superconductors

- 2012 Hangzhou Workshop on Quantum Matter(招待講演),
2012年4月5日, Zhejiang University, Hangzhou, China.
9. 佐藤昌利,
トポロジカル超伝導体とその周辺
USS-2012 Ultracold Gases: Superfluidity and Strong Correlations (招待講演)
2012年1月13日, 東京理科大学神楽坂キャンパス森戸記念会館.
10. 佐藤昌利
トポロジカル超伝導体/超流動体とマヨナラフェルミオン,
ISSP 短期研究会:「量子凝縮系における defect と topology」(招待講演),
2012年1月6日, 東京大学物性研究所.
11. Masatoshi Sato,
Non-Abelian topological orders in superconducting states,
KITP program, Topological Insulators and Superconductors (招待講演),
2011年11月29日, Kavli Institute for Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, USA.
12. Masatoshi Sato,
Non-Abelian topological orders in superconducting states,
The 26th Nishinomiya-Yukawa Memorial International Workshop “Novel Quantum States in Condensed Matter (NQS2011): Correlation, Frustration and Topology (招待講演),
2011年11月25日, Kyoto University.
13. Masatoshi Sato,
Topological superconductors,
2nd International Workshop on Quarks and Hadrons under Extreme Conditions - Lattice QCD, Holography, Topology, and Physics at RHIC/LHC (招待講演),
2011年11月18日, Keio University.
14. Masatoshi Sato,
Topological superconductors, International Workshop for Young Researchers on

- Topological Quantum Phenomena in Condensed Matter with Broken Symmetries (招待講演),
2011年11月3日, Laforet Biwako, Shiga, Japan.
15. Masatoshi Sato
Majorana Fermions in Topological Superconductors with Spin-Orbit Interaction, SCES 2011 - Commemorating 100 Years of Superconductivity
2011年9月1日, Cambridge, UK.
16. Masatoshi Sato,
Topology of Andreev bound state, Workshop on Quantum Condensation (招待講演),
2011年7月5日, Hong-Kong University of Science and Technology.

[図書] (計0件)

[産業財産権]

- 出願状況 (計0件)
- 取得状況 (計0件)

[その他]

ホームページ等 なし

6. 研究組織

(1)研究代表者

佐藤 昌利 (SATO MASATOSHI)
名古屋大学・工学研究科・准教授
研究者番号: 30313117

(2)研究分担者 なし

(3)連携研究者 なし