

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 27 日現在

機関番号：24403

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2010～2013

課題番号：22540397

研究課題名(和文) 不活性素子を含む結合振動子系のダイナミクスと時空カオスのコントロール

研究課題名(英文) Dynamics of coupled oscillators including inactive elements and the control of spatiotemporal chaos

研究代表者

大同 寛明(Daido, Hiroaki)

大阪府立大学・工学(系)研究科(研究院)・教授

研究者番号：70188465

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は互いに相互作用する振動子の集団における「エイジング」の効果を理論的に調べるものである。ここで、エイジングとは、何らかの理由によって自律的に振動できなくなった素子が集団内で増加することを意味し、物理や工学のみならず生物においても重要な役割を担う時間的なリズムの頑健さを調べる上で重要な概念である。本研究では我々のこれまでの研究をエイジング転移(エイジングの進行によって系全体が動的活動性を失う転移)に焦点をあてて拡張し、一般化したものである。具体的には、局所結合系におけるエイジング転移の性質を解明し、興奮性素子を含む場合についても様々な結果を得た。

研究成果の概要(英文)：The present theoretical study deals with effects of aging in large ensembles of coupled oscillators, where "aging" means an increase in the number of those elements which have lost their self-oscillatory activity for some reasons. This subject is crucial because it is related to the robustness of the rhythmic activity of living creatures as well as physical and technological systems. Here, our earlier studies have been extended and generalized, in particular, as to an important transition caused by aging, which is called an aging transition (AT), i.e., a transition from the dynamic phase to the static. More specifically, the nature of an AT in a locally coupled system has been elucidated numerically and analytically. Moreover, this study has shown that three model populations of coupled oscillatory and excitable elements possess some common features, which include the existence of three different regimes and bistability near the AT boundary.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学 数理物理・物性基礎

キーワード：結合振動子系 振動子集団 エイジング転移 リミットサイクル振動子 減衰振動子 大域結合 局所結合 興奮性

1. 研究開始当初の背景

大自由度結合振動子系(振動子集団)のダイナミクスは、本研究の申請時においても現在においても、非線形動力学の分野においてきわめて活発に研究されており、様々な応用の可能性も模索されている。新しい動向としては、カオスや同期をコントロールする方法や、複雑ネットワーク上での振動子のダイナミクスに関心が集まっていることが挙げられる。

こうした状況のなかで、振動子集団の振る舞いに関するきわめて重要な課題が未だに十分に研究されることなく残っていた。この課題とは、集団を構成する素子の劣化に対する系の振る舞い(動的活動性)の変化や頑健さを調べることである。結合振動子系は物理化学的な系の研究や、機械・電気等の工学的な研究において重要な役割を果たしていることは言うまでもないが、とりわけ重要な例は生物に関連した系に数多く見られ、概日リズム、心臓の拍動、胃腸の蠕動などの生物が生命を維持する上で欠くことのできないリズムを生み出している。このような結合振動子系の経年変化や事故、病気などによる劣化に対する頑健さは、生物にとって文字通り致命的に重要である。同じことは結合振動子系の工学的応用についても、そのまま当てはまる。

このような大自由度結合振動子系の素子の劣化に対する頑健さの問題は我々のグループが世界で最初に研究を開始し(H. Daido and K. Nakanishi, Phys. Rev. Lett. **93**, 104101 (2004))素子の劣化の進行によって起こるエイジング転移の発見と解析などで世界の先駆けとなる研究成果を上げていた。また、この方向の研究に対して、国の内外で追隨する研究グループも登場していた。

2. 研究の目的

本研究の目的は以下の二つである。

(1) 不活性素子を含む結合振動子系のダイナミクスに関するこれまでの研究を局所結合系を中心にさらに発展させること。

(2) 局所結合系における時空ダイナミクスに対する不活性素子の効果を調べ、時空カオスをコントロールする新しい手法を開発すること。

目的(1)は、ようやく大きな発展のきざしを見せ始めたこの新しいテーマの研究における優位を確実なものにするためであり、目的(2)は、時空ダイナミクスの素子の劣化に対する頑健さを調べるのみでなく、ネガティブな捉え方をされることの多い不活性素子のポジティブな側面を明らかにすることを目指すものである。

3. 研究の方法

まず、非線形動力学分野で標準的なモデルとして頻繁に用いられる Stuart-Landau 方程式、Morris-Lecar 方程式および興奮型位相振動子などを用いて数値シミュレーションを行い、その結果を理論的に得られた結果と比較した。理論的な手法は、局所結合系におけるエイジング転移の研究においては、自明な固定点(不活性相で実現する解であり、すべての複素振幅が 0 の状態)の安定性を決定する固有値が満たす方程式を、システムサイズ N が無限大の極限で理論的に求め、これを数値的に解いて、シミュレーションの結果と比べた。また、興奮性素子を含む大域結合の集団の場合は、自己無撞着方程式をたてることにより、様々な理論的結果を導いた。

4. 研究成果

(1)~(5)では研究期間内に論文として発表した成果について述べる。また、(6)では、研究中の課題について触れる。

(1) 1次元局所結合系におけるエイジング転移の理論

多数の Stuart-Landau (SL) 振動子をリング状に配置し、再隣接結合させた集団におけるエイジング転移についてはすでに数値的な結果を発表済みであった。その結果の要点は、(a) N が有限のときはエイジング転移境界が相図(横軸は結合強度 K 、縦軸は不活性振動子の割合 p)に存在する。(b) (a)において、臨界結合強度 K_c が存在し、 K がこの値以下ではエイジング転移は起こらない。(c) N が大きくなるにつれ、エイジング転移境界 p_c は上方に移動し、 N に関してべき則に従いながら 1 に収束する。これらの結果を 3. で述べた方法により理論的に説明し、数値計算の結果ともよく一致することを示した(論文 5,3)。

(2) 1次元局所結合系における disorder-induced coherence (DIC) の理論

DIC は(1)と同じ系において数値的に見出された現象であり、本研究期間が始まる前に報告していたものであるが、理論的説明はなされていなかった。不活性素子の割合が 0 から増えるにつれて系内の活性素子と不活性素子の配置に関する乱雑さは強くなるが、 p のある値で振動子の同期の強さが最大になるとというのが、ここでいう DIC である。この現象は、ある意味で、素子の劣化(エイジング)のメリットを示唆するものである。本研究では、この現象について理論的な説明を与えた(論文 5)。

(3) エイジング概念の一般化

これまでのエイジング(素子の劣化の進行)の効果の研究は分岐パラメーターの値が 2 値の振動子集団に限定されていた。これは、研究の第 1 段階として、もっとも取り扱いや

すい場合を選んだためである。本研究期間内において、エイジングの概念を分岐パラメーターが任意の分布に従う力学系素子（振動子とは限らない）の集団へと拡張した。具体的にいえば、分岐の種類は問わず、集団内における分岐パラメーターの分布が変化することを「エイジング」と定義したのである（論文4,2）。

（4）強結合極限におけるエイジング転移境界の一般的理論

集団内において分岐パラメーターが2値に限られる場合のエイジングの研究において、不活性素子の割合 p の臨界値 p_c が強結合の極限で、ある経験則に従うことが他の研究者によって指摘されていた。本研究では(3)と同じ一般化された枠組みのもとで、強結合極限において p_c を決定する条件式を導き、その特別の場合として、従来の経験則を説明した（論文4）。

（5）興奮性素子を含む大域結合振動子集団におけるエイジング転移の機構の解明（弱結合の場合）

（3）の一般化された見方に立つと、これまでの研究は Hopf 分岐を対象とし、分岐パラメーターが2値分布をする場合のエイジングの効果を調べるものであった。ここでは、SNIC（不変閉曲線上のサドル・ノード分岐）を取り上げ、大域結合の場合の集団の振る舞いを調べた。SNIC の場合については、Pazo'らによる2値分布の場合の研究が存在する。ここではこれを一般化し、分岐パラメーターが一樣分布に従う場合を扱った。結合強度と分岐パラメーターの平均値をコントロールパラメーターとして相図を描いたところ、調べた範囲でモデルによらない特徴（三つの相からなること、三重臨界点の存在など）が存在することが分かった。また、弱結合の領域において、ヒステリシスの存在やオーダーパラメーターの臨界挙動を理論的に導き、数値シミュレーションの結果を説明した（論文1）。

（6）まだ研究中の課題

目的（2）に含まれる時空カオスのコントロールの研究については、当初の予定に含めていなかったエイジングの概念の一般化やSNICの場合の研究に時間を割いたため、まだ準備段階である。この課題については、すでに本研究期間が始まる前に予備的な研究成果は発表済みであるため、今後はこれをもとにして研究を進める予定である。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計5件)

Hiroaki Daido, Akira Kasama, and Kazuho

Nishio, Physical Review E, 査読有り, Vol. 88, 2013, art. no. 052907, pp. 1-5.

Hiroaki Daido, Dynamics of heterogeneous populations of coupled oscillators, AIP Conference Proceedings, 査読無し, Vol. 1468, 2012, pp. 127-136.

Hiroaki Daido, Dynamics of large ensembles of coupled active and inactive oscillators, Procedia IUTAM, 査読無し, Vol. 5, 2012, pp. 220-226.

Hiroaki Daido, Strong-coupling limit in heterogeneous populations of coupled oscillators, Physical Review E, 査読有り, Vol. 84, 2011, art. no. 016215, pp. 1-7.

Hiroaki Daido, Dynamics of a large ring of coupled active and inactive oscillators, Physical Review E, 査読有り, Vol.83, 2011, art. no. 026209, pp. 1-11.

〔学会発表〕(計14件)

大同寛明, Dynamics of large populations of qualitatively different units: Effect of "aging" and a rich variety of behaviors, 研究集会「力学系・振動子系・非一様性」, 2014年3月18日, 大阪府立大学 I-site なんば, 大阪市.

笠間晃, 大同寛明, 分岐パラメーターが一樣分布に従う大域結合 Morris-Lecar 系のダイナミクス, 研究集会「力学系・振動子系・非一様性」, 2014年3月17日, 大阪府立大学 I-site なんば, 大阪市.

大同寛明, 笠間晃, 西尾一穂, 振動子と興奮性素子の混在する集団のダイナミクス, 日本物理学会第69回年次大会, 2014年3月29日, 東海大学, 平塚市.

西尾一穂, 大同寛明, 非一様な大域結合興奮型位相振動子系のダイナミクス, 日本物理学会2013年秋季大会, 2013年9月26日, 徳島大学, 徳島市.

笠間晃, 大同寛明, 非一様な大域結合 Morris-Lecar 系のダイナミクス, 日本物理学会2013年秋季大会, 2013年9月26日, 徳島大学, 徳島市.

Hiroaki Daido, Akira Kasama, and Kazuho Nishio, Aging Transition in a Population of Excitable and Oscillatory Units, STATPHYS25 (第25回統計物理学国際会議), July 26, 2013, Seoul National University, Seoul, Korea.

大同寛明, 1次元 Stuart-Landau 振動子結合系におけるエイジング転移, 日本物理学会第67回年次大会, 2012年3月27日, 関西学院大学, 西宮市.

Hiroaki Daido, Dynamics of large ensembles of coupled active and inactive oscillators, IUTAM Symposium on 50 Years of Chaos: Applied and Theoretical, December 2, 2011, Kyoto University, Kyoto, Japan.

Hiroaki Daido, Dynamics of heterogeneous populations of locally coupled oscillators, International Workshop on Nonlinear Dynamics in Science, September 26, 2011, Kyoto University, Kyoto, Japan.

Hiroaki Daido, Dynamics of heterogeneous populations of coupled oscillators, 8th International Summer School/ Conference "Let's Face Chaos through Nonlinear Dynamics, July 4, 2011, University of Maribor, Maribor, Slovenia.

大同寛明, 1次元 Stuart-Landau 振動子結合系におけるエイジング転移, 日本物理学会第66回年次大会, 震災のため中止(発表は成立).

Hiroaki Daido, Aging transition and spatiotemporal dynamics in coupled qualitatively different oscillators, 9th Christmas Symposium of Physicists, December 9, 2010, Hotel Piramida, Maribor, Slovenia.

Hiroaki Daido, Dynamics of locally coupled active and inactive oscillators, 13th Slovenia-Japan Seminar on Nonlinear Science, November 6, 2010, Waseda University, Tokyo, Japan.

Hiroaki Daido, Dynamics of large populations of coupled active and inactive oscillators: Aging transition and spatiotemporal chaos, International workshop: Nonlinear Dynamics on Networks, July 6, 2010, National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev, Ukraine.

〔図書〕(計0件)

〔産業財産権〕
出願状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

大同寛明 (Daido Hiroaki)
大阪府立大学・工学研究科・教授

研究者番号：70188465

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし