

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 29 日現在

機関番号：14401

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22740020

研究課題名(和文) 正標数の非可換特異点解消とその応用

研究課題名(英文) Noncommutative resolution of singularities in positive characteristic and its applications

研究代表者

安田 健彦 (Yasuda, Takehiko)

大阪大学・理学(系)研究科(研究院)・准教授

研究者番号：30507166

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円、(間接経費) 990,000円

研究成果の概要(和文)：原伸生、澤田宰一両氏との共同研究において、有理2重点や単純楕円特異点のF爆発についての詳細がさらに明らかになった。非可換特異点解消のフロベニウス関手を研究し、その応用として余次元1で自由な野生的な有限群作用による商特異点は、強F正則にはならないという定理を発見し証明した。簡単に言うと、野生的特異点は弱い仮定の下で、常に悪い特異点であるという結果である。また、新しい展開として、モチーフ積分を用いMcKay対応を正標数に一般化する研究を開始し、その中で特異点と整数論の関係を明らかにした。

研究成果の概要(英文)：In a joint work with Nobuo Hara and Tadakazu Sawada, I studied F-blowups of rational double points and simple elliptic singularities in detail. As a byproduct of studies of Frobenius functors of noncommutative resolutions, I proved that concerning a wild finite group action which is free in codimension one, the associated quotient singularity is not strongly F-regular. Roughly, this means that under a mild condition, wild quotient singularities are always bad. Also I started a research on a generalization of the McKay correspondence to positive characteristics by using motivic integration. It has turned out that singularities and the number theory are closely related.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：代数学

キーワード：特異点 特異点解消 非可換代数幾何 正標数 モチーフ積分 野生商特異点

1. 研究開始当初の背景

代数多様体の特異点を理解することは、代数幾何・数論幾何などにおいて重要であるが、正標数の特異点は標数0の場合に比べ理解が遅れている。特に重要な特異点解消定理が成り立つかどうか、まだ分かっていない。新しいアプローチで正標数の特異点の理解を深めることが求められていた。

2. 研究の目的

非可換幾何の視点(非可換環やスタック、圏の使用)と正標数の手法(フロベニウス写像など)を組み合わせ、正標数の特異点に新しいアプローチを試み、特異点の理解を深める。

3. 研究の方法

F 爆発という新しい双有理変換を詳しく調べることで、正標数の特異点解消への新しいアプローチを試みる。理論と計算機を用いて、F 爆発を具体的に計算する。非可換特異点解消に対し、圏の自己関手としてフロベニウス写像を一般化し、それを用いて特異点を調べる。モチーフ積分と代数的スタックを用いて、McKay 対応を正標数に一般化することで、野生的商特異点を理解する。

4. 研究成果

原伸生、澤田宰一両氏との共同研究において、有理 2 重点や単純楕円特異点の F 爆発についての詳細が明らかになった。有理 2 重点については、F 正則で無い場合に、F 爆発で最小特異点解消が得られる場合と得られない場合の両方が起こりうる事が分かった。単純楕円特異点については、F 爆発で最小特異点を得られる場合もあれば、F 爆発列が安定せず、最悪の場合には単調性も成り立たないことが分かった。

非可換特異点解消のフロベニウス関手を研究し、その応用として余次元 1 で自由な野性的な有限群作用による商特異点は、強 F 正則にはならないという定理を発見し証明した。非可換環に対してはフロベニウス写像をそのまま一般化することが出来ないで、加群の圏の自己関手として一般化した。この手法を野生的商特異点に付随する非可

換特異点解消に応用した。野生的商特異点は一般に非常に悪い性質を持ちうることは広く知られていたが、常に悪いかどうかはよく分かっていなかった。今回、非可換フロベニウス写像の応用として、弱い仮定の下で常に悪い(強 F 正則で無い)ことを示した。

また、新しい展開として、モチーフ積分を用い McKay 対応を正標数に一般化する研究を開始し、その中で特異点と整数論の関係を明らかにした。正標数における McKay 対応は、余り研究されていなかったが、モチーフ積分を用いたアプローチは、正標数でも有効なことに気がつき、その方向で研究を進めた。その結果、特異点の弦理論的不変量とある種の整数論的な数え上げ(局所ガロア表現の数え上げ)を結びつける等式として、McKay 対応の一般化を定式化することが出来た。また、幾つかの特別な場合にこれを証明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 4 件)

1. Takehiko Yasuda, Toward motivic integration over wild Deligne-Mumford stacks, 研究集会 "Higher Dimensional Algebraic Geometry" 報告集に掲載決定, 査読有り
2. Takehiko Yasuda, The p-cyclic McKay correspondence via motivic integration, Compositio Mathematica に掲載決定, 査読有り
3. Nobuo Hara, Tadakazu Swada and Takehiko Yasuda, F-blowups of normal surface singularities, Algebra & Number Theory, 7-3 (2013), 733--763, 査読有り
4. Takehiko Yasuda, Pure subrings of regular local rings, endomorphism rings and Frobenius morphisms, Journal of Algebra, 370 (2012), 15-31, 査読有り

〔学会発表〕(計 22 件)

1. Takehiko Yasuda, 野生 McKay 対応の展望, 日本数学会年会, 2014 年 3 月 15 日, 学習院大学
2. Takehiko Yasuda, A brief guide to the wild McKay correspondence, 九州代数的整数論 2014, 2014 年 2 月 6 日, 九州大学
3. Takehiko Yasuda, Quotient singularities and local Galois representations, Motives in Tokyo 2013, 2013 年 11 月 26 日, 東京大学
4. Takehiko Yasuda, Motivic integration and wild ramification, 1st Franco-Japanese-Vietnamese Symposium on Singularities, 2013 年 9 月 16 日, ニース(フランス)
5. Takehiko Yasuda, A survey on wild quotient singularities, Workshop on Algebraic Geometry in Sapporo, 2013 年 8 月 27 日, 北海道大学
6. Takehiko Yasuda, An invitation to the wild McKay correspondence, Noncommutative Algebraic Geometry and Related Topics, 2013 年 7 月 1 日, 京都大学
7. Takehiko Yasuda, The Hilbert Scheme of Points and Extensions of Local Fields, PRIMA 2013, 2013 年 6 月 27 日, 上海(中国)
8. Takehiko Yasuda, Bhargava's formula and the Hilbert scheme of points, Complex Algebraic Geometry, 2013 年 5 月 30 日, Oberwolfach(ドイツ)
9. Takehiko Yasuda, Stringy invariants of p -cyclic quotient singularities, Arithmetic and Algebraic Geometry 2013, 2013 年 1 月 28 日, 東京大学
10. Takehiko Yasuda, The wild McKay correspondence, Higher Dimensional Algebraic Geometry, 2013 年 1 月 8 日, 東京大学
11. Takehiko Yasuda, p -cyclic quotient singularities and motivic integration, Motives in Tokyo, 2012 年 12 月 11 日, 東京大学
12. Takehiko Yasuda, p 巡回 McKay 対応, 城崎代数幾何学シンポジウム 2012, 2012 年 10 月 23 日, 城崎
13. Takehiko Yasuda, Higher Nash blowups and F -blowups, Clay Mathematics Institute Summer School 2012, 2012 年 6 月 25 日から 29 日, Obergurgl(オーストリア)
14. Takehiko Yasuda, Computing F -blowups, Computational Workshop on Frobenius singularities and invariants, 2012 年 6 月 1 日, Ann Arbor(アメリカ)

15. Takehiko Yasuda, Motivic integration and modular representations of a cyclic group of prime order, 第 7 回代数解析幾何学セミナー, 2012 年 2 月 15 日, 鹿児島大学
16. Takehiko Yasuda, Higher Nash blowups, Artin approximation and arcs, 2011 年 11 月 23 日, シュレーディングガー研究所(オーストリア)
17. Takehiko Yasuda, Quotient-like singularities in positive characteristic and noncommutative rings, 第 6 回日仏特異点シンポジウム, 2011 年 9 月 7 日, 九州大学西陣プラザ
18. Takehiko Yasuda, 2 次元特異点の F 爆発, 南九州代数系集会, 2011 年 8 月 28 日, 鹿児島大学
19. Takehiko Yasuda, F -blowups in dimension two, 特異点とそのひろがり, 2011 年 8 月 23 日, 京都大学
20. Takehiko Yasuda, Noncommutative resolution of pure subrings and Frobenius morphisms, Workshop on non-commutative geometry and the McKay correspondence, 2011 年 3 月 15 日, 名古屋大学
21. Takehiko Yasuda, Introduction to F -blowups, 特異点と多様体の幾何学, 2010 年 9 月 16 日, 山形大学
22. Takehiko Yasuda, Commutative and noncommutative desingularizations via Frobenius morphisms, Workshop on Higher Dimensional Algebraic Geometry 2010, 2010 年 4 月 1 日, National Taiwan University, 台北(台湾)

〔図書〕(計 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
出願年月日:
国内外の別:

取得状況(計 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

安田健彦 (YASUDA, Takehiko)
大阪大学・大学院理学研究科・准教授
研究者番号：30507166

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：