

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 27 日現在

機関番号：13901

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2010～2013

課題番号：22740061

研究課題名(和文)ラフパス理論の研究

研究課題名(英文)Study of rough path theory

研究代表者

稲浜 譲 (Inahama, Yuzuru)

名古屋大学・多元数理科学研究科・准教授

研究者番号：80431998

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円、(間接経費) 870,000円

研究成果の概要(和文)：4年間の研究期間を通じてラフパス理論を研究した。この理論は伊藤の確率微分方程式の理論を「脱ランダム化」するもので、むしろ解析の色が強い分野である。最近、急速に発展しているこの分野であるが、筆者は特にこの理論の確率論的な側面を研究した。特に、確率論において重要な位置をしめる極限定理(大偏差原理やラプラス型の漸近定理)が、ラフパス理論という枠組みの内ではどのようなようになるのかに興味を持ち、主にマリアヴァン解析を道具として使って、このテーマに関していくつかの論文を書いた。

研究成果の概要(英文)：I have studied rough path theory for these four years. This theory is a "de-randomization" of Ito's theory of stochastic differential equation and looks like real analysis, rather than probability theory. I studied probabilistic aspects of this rapidly growing research area, in particular, asymptotic theorems such as large deviation principle and Laplace-type asymptotic expansions. Using Malliavin calculus as a tool, I write a few papers on this topic.

研究分野：確率論

科研費の分科・細目：数学一般(含確率論・統計数学)

キーワード：ラフパス理論 確率微分方程式 マリアヴァン解析 大偏差原理 漸近展開

1. 研究開始当初の背景

題目にもなっているラフパス理論とは 1998 年ごろに T. Lyons が創始したもので、伊藤流の確率微分方程式の脱ランダム化にあたる理論である。当初はそれほど研究者人口は多くなかったので、ゆっくりとしたペースで論文が生産されていた。しかし研究開始時点の 2009 年ごろからじわりじわりと論文生産量が増え始めた。私の個人的な判断では、当研究の遂行中である 2010 年から 11 年ごろにラフパス理論は完全に「離陸」して、一人前の理論に育ったように思う。

研究開始当時は主に非整数ブラウン運動のようなガウス過程で駆動されるラフパスの意味での確率微分方程式を考えるという路線が本格的に始まったところで、私個人はそのような対象に関するさまざまな極限定理、漸近定理などを主に調べていた(調べるつもり)だったと記憶している。

なお、当時はまだガウス過程に対する最強の道具であるマリアヴァン解析をラフパス理論に持ち込むという研究はほとんど存在せず、どうやったらそれができるかという競争が行われている時代であった。

別の話題になるが、ラフパス理論の考え方を確率偏微分方程式に応用するという試みは当時すでいくつか提案されていたが、ハッキリとした成功例はまだなく、いろいろな人が試行錯誤を繰り返していた。

2. 研究の目的

勃興しつつあったラフパス理論が確率論コミュニティのなかで市民権を得られるように、なるべく通常確率論における有名な結果を一般化した形で、ラフパス理論の定理を定式化かつ証明することが目的であった。確率論の華は諸々の漸近定理なので、特に私個人としては、通常確率微分方程式に対する有名な漸近定理をラフパス化かつ一般化するにはどうすればいいかと考えていた。

当時はまだラフパス理論の離陸前で、様々な技術的困難が解決するメドがたっていなかったため、そんなに大それたことを考えていたわけではないのだが、この研究期間中にラフパス理論は驚くほどの発展をしたのは、私個人としては嬉しい驚きである。

3. 研究の方法

この研究は数学の個人研究として、ごく標準的な方法でおこなった。本や論文等を読み、当該分野の情報をコツコツと収集する。思いついた計算を暇をみつけては、計算用紙に書いて確認する。ある程度まとまったら、論文にすべく、タイプする。共同研究者がいる場合には、その人とときどき連絡をとり、情報

交換をする、などである。もちろん計算や証明するのが一番大変な作業なのであるが、地味な作業なので、詳細をうまく書くこうにも書けないのが残念である。

次は発表に関して。発表は自分の研究の成果を宣伝し、フィードバックが得られるという意味で重要であるし、普段は会う機会の少ない同分野の研究者と会って情報交換するためにも重要である。私はこの研究期間の 4 年間で(私にしては)かなりの出張および講演をこなしてきたつもりである。この大部分はいただいた科研費でまかなわれたので、科研費には大変感謝している。特に私の研究分野は日本では研究している人は非常に少ないので、海外の研究集会に参加できたのはありがたかった。

4. 研究成果

(1) まずガウス・ラフパスのなかで最も重要な例である非整数ブラウン・ラフパスに駆動されるラフパス理論の意味での確率微分方程式の解を考え、非整数ブラウン・ラフパスの前に挿入した小さな正のパラメーターがゼロに収束する場合に解がどう漸近的にふるまうか、という問題を考察した。私が考えたのは正確にはラプラス近似法といわれる問題で、大偏差原理という極限定理の精密化に相当する。この定理の証明でラフパスの意味での伊藤写像が決定的に重要な役割を果たすので、その部分を一般化した形で独立した論文として発表したのが 2010 年の論文である。それを利用して、本来の目標であったラプラス近似を証明したのが 2013 年の論文である。比較的きれいな結果であり、その価値については個人的には満足しているし、有名な雑誌に掲載されたという世俗的な意味でも満足している。

(2) 通常確率微分方程式を研究する場合と同じく、ラフパス理論の意味での確率微分方程式の場合でも、付随するヤコビアン過程の研究は非常に重要である。2012 年に発表した論文において、駆動するノイズがブラウン・ラフパスの場合にヤコビアン過程の可積分性を証明した。意外なことに、ラフパス理論ではこの種のことは高度に非自明な問題である。もっと一般のガウス・ラフパスの場合にも証明したかったのだが、イギリスの研究チームに先を越されてしまい残念であった。

(3) ラフパス理論の応用のなかで、おそらく一番成功しているのは、Freidlin-Wentzell 型の大偏差原理の(別)証明であろう。ここではラフパスの意味での伊藤写像の連続性が本質的に効いている。しばらく前に掲載が確定した論文のなかで、この手法を延長して、

Freidlin-Wentzell 型の大偏差原理をピン留めされた拡散過程で楕円性条件を持つものに対して証明した。これは新しい結果であると思う。証明ではラフパス理論以外には、マリアヴァン解析のなかでのポテンシャル理論的な位置を占める quasi-sure 解析が重要な役割を果たしている。ラフパス理論を使って、通常確率論の定理に別証明を与えた例はいろいろあるが、新しい結果を証明した例はまれなので、その意味では非常に満足している。

5. 主な発表論文等
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 5 件)

以下、全て査読あり

Yuzuru Inahama

A stochastic Taylor-like expansion in the rough path theory,
J. Theoret. Probab. 23 (2010), Issue 3, 671--714.

Yuzuru Inahama

A note on rough differential equations with unbounded coefficients,
Probabilistic approach to geometry, 155--170, Adv. Stud. Pure Math., 57, Math. Soc. Japan, Tokyo, 2010.

Yuzuru Inahama

Laplace approximation for rough differential equation driven by fractional Brownian motion,
Ann. Probab. 41 (2013), No. 1, 170-205.

Yuzuru Inahama

A moment estimate for the derivative process in rough path theory,
Proc. Amer. Math. Soc. 140 (2012), 2183-2191.

Yuzuru Inahama

Large deviation principle of Freidlin-Wentzell type for pinned diffusion processes,
To appear in Trans. Amer. Math. Soc., 35 pages. arXiv:1203.5177

[学会発表](計 15 件)

Yuzuru Inahama

2009年6月29日,
The 1st IMS-APRM (Institute of

Mathematical Statistics, Asia-Pacific Rim Meeting) at Seoul National University:
"Rough path analysis for an infinite dimensional diffusion"

Yuzuru Inahama

2009年11月5日, 東北大学「確率解析とその周辺」において.
"Laplace approximation for rough differential equation driven by fractional Brownian motion"

Yuzuru Inahama

2010年2月18日, 城崎地区公民館「城崎新人セミナー」において「ラフパス理論の紹介」

Yuzuru Inahama

2010年8月16日, ICM satellite conference on probability and stochastic processes at Indian Institute of Statistics (Bangalore).
"Laplace-type asymptotics for rough differential equation driven by fractional Brownian motion"
(Invited talk)

Yuzuru Inahama

2010年9月9日, The 34th conference on stochastic processes and their applications at Senri Life Center (Osaka).
"Laplace-type asymptotics for rough differential equation driven by fractional Brownian motion"
(Invited talk)

Yuzuru Inahama

2011年11月12日, 佐賀大学「確率解析とその周辺」において.
"Short time kernel asymptotics for Young SDE driven by fractional Brownian motion by means of Watanabe distribution theory"

Yuzuru Inahama

2012年1月26日, 名古屋大学「ラフパス解析とその周辺」において.
"Large deviation principle of Freidlin-Wentzell type for pinned diffusion processes"

Yuzuru Inahama

2012年8月24日, Oberwolfach workshop 1234b (Rough Path and PDEs) at Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Germany.
"Large deviation principle of Freidlin-Wentzell type for pinned diffusion processes"

Yuzuru Inahama

2012年12月18日, 京都大学「確率論シンポジウム」において.
"Large deviation principle of Freidlin-Wentzell type for

pinned diffusion processes"

Yuzuru Inahama

2013年1月12日, 京都大学「マルコフ過程と確率解析」において. "Large deviation principle for certain spatially lifted Gaussian rough path"

Yuzuru Inahama

2013年1月26日, 新潟大学「新潟確率論ワークショップ」において. "Large deviation principle for certain spatially lifted Gaussian rough path"

Yuzuru Inahama

2013年3月20日, 日本数学会年会企画講演(京都大学)において. "ラフパス理論--反復積分の(確率)解析学--"

Yuzuru Inahama

2013年9月20日 ~ 京都大学「確率解析とその周辺」において、 "Large deviation principle for certain spatially lifted Gaussian rough path"

Yuzuru Inahama

2013年12月20日, 京都大学「確率論シンポジウム」において. "Large deviation principle for certain spatially lifted Gaussian rough path"

Yuzuru Inahama

2014年1月30日 ~ Rough Paths: Theory and Applications. Institute for Pure and Applied Mathematics, UCLA, Los Angeles, USA. "Large deviation principle for certain spatially lifted Gaussian rough path"

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況(計 0 件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

取得状況(計 0 件)

名称：

発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等
<http://www.math.nagoya-u.ac.jp/~inahama/index.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

稲浜 譲 (INAHAMA, Yuzuru)
名古屋大学大学院多元数理科学研究科・准教授
研究者番号： 80431998

(2) 研究分担者

()

研究者番号：

(3) 連携研究者

()

研究者番号：