

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 6月 5日現在

機関番号：13901
 研究種目：研究活動スタート支援
 研究期間：2010～2011
 課題番号：22840023
 研究課題名（和文）
 モジュライ理論とホール代数
 研究課題名（英文）
 Moduli theory and Hall algebra
 研究代表者
 長尾 健太郎（KENTARO NAGAO）
 名古屋大学・多元数理科学研究科・助教
 研究者番号：10585574

研究成果の概要（和文）：

モチーフ的 Donaldson-Thomas 理論の壁越え公式の証明を与え、モチーフ的 Donaldson-Thomas 不変量の生成関数の明示的計算に応用した。また、点つき曲面に対応する Donaldson-Thomas 理論及び団代数について、特に写像類群作用の立場から研究を進めた。

研究成果の概要（英文）：

We provide a proof of wall-crossing formula for motivic Donaldson-Thomas theory with its application to computations of generating functions. We also study Donaldson-Thomas theory and cluster algebras associated to punctured surfaces, in particular from the view point of mapping class group action.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	1,250,000	375,000	1,625,000
2011年度	1,150,000	345,000	1,495,000
総計	2,400,000	720,000	3,120,000

研究分野：数学

科研費の分科・細目：代数幾何学

キーワード：ドナルドソン・トーマス理論，壁越え，団代数

1. 研究開始当初の背景

Donaldson-Thomas 理論は 3 次元カラビ・ヤウ圏の対象の数え上げ理論であり、Gromov-Witten 理論との等価性（MNOP 予

想）が提唱されて以降、盛んに研究が行われてきた。一方、団代数は量子群の標準基底の研究において Fomin-Zelevinsky によって 2000 年に発見された代数系である。

研究代表者は本研究開始前年度に Donaldson-Thomas 理論の壁越え理論が団代数の圏化を与えることを発見した。団代数の構造は数学の様々な分野において発見されている。団代数の構造が現れるところには、背後に 3次元カラビ・ヤウ圏が潜んでいると期待される。

2. 研究の目的

団代数の理論において、その量子化（量子団代数）が重要である。Donaldson-Thomas 理論の精密化として、モチーフ的 Donaldson-Thomas 理論と呼ばれる理論の存在が期待されており、その（特に壁越え公式の）定式化が重要であった。

また、前項で示した期待を確認すべく、団代数の更なる具体例を模索することも課題であった。

3. 研究の方法

モチーフ的 Donaldson-Thomas 理論は多くの研究者によって定式化が進められており、彼らと共同で研究を進めた。

研究代表者個人は、特に点つき曲面に付随する Donaldson-Thomas 理論及び団代数に着目した。

4. 研究成果

A. Morrison, S. Mozgovoy, B. Szendroi 各氏との共同研究において、モチーフ的 Donaldson-Thomas 理論の壁越え公式の証明を与え、モチーフ的 Donaldson-Thomas 不変量の生成関数の明示的計算に応用した。

点つき曲面に対応する Donaldson-Thomas 理論の持つ写像類群作用に関する「保型性」を発見した。

3次元双曲幾何学において団代数の構造が現れることを発見した。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

(1)

〔雑誌論文〕（計 6 件）

①

Kentaro Nagao, Hiraku Nakajima, Counting invariant of perverse coherent sheaves and its wall-crossing, Int. Math. Res. Notices (2011) 2011 (17): 3885-3938. doi: 10.1093/imrn/rnq195, 査読有

②

Kentaro Nagao, Derived categories of small toric Calabi-Yau 3-folds and counting invariants, The Quarterly Journal of Mathematics 2012; doi: 10.1093/qmath/har025, 査読有

③

Kentaro Nagao, Refine open noncommutative Donaldson-Thomas invariants for small crepant resolution, Pacific Journal of Mathematics 254-1 (2011), 173--209. DOI 10.2140/pjm.2011.254.173, 査読有

④

Kentaro Nagao, Non-commutative Donaldson-Thomas invariants and vertex operators, Geometry & Topology 15 (2011) 1509--1543, DOI: 10.2140/gt.2011.15.1509, 査読有

⑤

Kentaro Nagao, Masahito Yamazaki Non-commutative topological vertex and wall crossing phenomena, Adv. Theor. Math. Phys. Volume 14, Number

4 (2010), 1147-1181, 査読有

⑥

Andrew Morrison, Sergey Mozgovoy,
Kentaro Nagao, Balazs Szendroi,
Motivic Donaldson-Thomas invariants of
the conifold and the refined
topological vertex, *Advances in
Mathematics* 230 (2012), 2065-2093
DOI information: 10.1016/j.aim.2012.03.030,
査読有

[学会発表] (計 19 件)

2011 年度

①

Refined topological vertex and matrix
counting,
組合せ論的表現論の拓がり, RIMS
2011年10月13日

②

Motivic Hall algebras,
Cluster algebras, representation theory, and
Poisson geometry, BIRS, 2011 年 9 月 5 日

③

Motivic Donaldson-Thomas invariants and
wall-crossing
Workshop on Derived Categories, Newton
Institute, Cambridge, 2011 年 4 月 16 日
2010 年度

④

*Refined topological vertex via motivic
Donaldson-Thomas theory*
Mini-workshop on Moduli of Instantons, 名
古屋大学, 2011 年 3 月 29 日

⑤

Motivic Donaldson-Thomas invariants and

wall-crossing

WORKSHOP ON NON-COMMUTATIVE
GEOMETRY AND THE MCKAY
CORRESPONDENCE 名古屋大学,
2011年3月16日

⑥

Donaldson-Thomas theory and cluster
algebras
Representation Theory of Quivers and Finite
Dimensional Algebras, MFO, Oberwolfach,
2011年2月23日

⑦

Donaldson-Thomas theory for triangulated
surfaces
Derived Categories 2011 Tokyo, 東京大
学, 2011 年 1 月 27 日

⑧

Donaldson-Thomas理論と壁越え公式
量子可積分系の新展開, 富士教育研修
所, 2010 年12月21日

⑨

Donaldson-Thomas theory for triangulated
surfaces
(多元環セミナー @多元数理 2010年
12月9日)

⑩

Donaldson-Thomas theory and cluster
algebras
代数幾何シンポジウム, 城崎, 2010 年10
月26日

⑪

クラスター変換とその周辺
重力・幾何・素粒子, 大阪市立大学,
2010年9月29日

⑫

Cluster transformations and their quantization
日中幾何学研究会，西安，2010年9月7日

⑬

Donaldson-Thomas theory and cluster algebras
Representation Theory of Algebraic Groups
and quantum groups, 名古屋大学, 2010年8月4日

⑭

Non-commutative Donaldson-Thomas
invariants and vertex operators
5-th Pacific Rim Complex and Symplectic
Geometry Conference 2010, 名古屋大学,
2010年7月27日

⑮

Donaldson-Thomas theory and cluster algebras
DMM セミナー, IPMU, 2010年6月28日

⑯

Instanton counting with adjoint matters via
affine Lie algebras

量子可積分系の展開, RIMS, 2010年6月16日

⑰

Donaldson-Thomas theory and cluster algebras
第13回代数群と量子群の表現論研究集会,
すいとぴあ江南, 2010年6月6日

⑱

Instanton counting with adjoint matters via
affine Lie algebras

幾何学セミナー, 名古屋大学, 2010年4月27日

⑲

Donaldson-Thomas theory and cluster algebras

代数幾何セミナー, 名古屋大学, 2010年4月19日

〔図書〕 (計 0 件)

〔産業財産権〕

○出願状況 (計 0 件)

○取得状況 (計 0 件)

〔その他〕

6. 研究組織

(1) 研究代表者

長尾 健太郎 (Nagao Kentaro)

名古屋大学多元数理科学研究科 助教

研究者番号: 10585574

