

科学研究費助成事業（科学研究費補助金）研究成果報告書

平成24年 5月30日現在

機関番号：16401

研究種目：研究活動スタート支援

研究期間：2010～2011

課題番号：22840031

研究課題名（和文） 汎関数繰りこみ群による動的臨界現象の研究

研究課題名（英文） Functional renormalization group approach to dynamic critical phenomena

研究代表者

仲野 英司 (NAKANO EIJI)

高知大学・教育研究部自然科学系・助教

研究者番号：70582477

研究成果の概要（和文）：流体方程式は、水や水蒸気などの液体や気体が時間・空間的にどのように振る舞うかを記述することが出来る。特に取り扱う系の密度やエネルギーの時間と空間における変化が小さい場合に有効である。流体方程式は、幾つかのパラメータを持っているが、これらは系の微視的ラグランジアンから計算することが出来る。本研究では、臨界点や相転移を含む相図の全領域において、これらのパラメータを温度や密度などの関数として系統的に評価するフロー方程式の構築を試みた。

研究成果の概要（英文）：Fluid equation describes space-time evolutions of systems of liquids and gasses such as water. Especially it works well when, e.g., the number and energy densities of the systems vary moderately. The fluid equation possesses some input parameters, which can, in principle, be calculated from microscopic Lagrangian. In our study we tried to build up a renormalization flow equation for evaluating these parameters systematically as functions of, e.g., temperature and density in the whole region of the phase diagram including critical or transition points.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
2010年度	790,000	237,000	1,027,000
2011年度	460,000	138,000	598,000
年度			
年度			
年度			
総計	1,250,000	375,000	1,625,000

研究分野：非平衡系の場の理論

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・原子核・宇宙線・宇宙物理

キーワード：繰り込み群、輸送係数、臨界現象

1. 研究開始当初の背景

米国ブルックヘブン国立研究所 (BNL) において2000年から相対論的重イオン衝突実験 (RHIC) が稼働している。そこでは、重イオン同士を核子あたり約200 GeVの高エネルギーで衝突させ、その中心部に高温 (約200 MeV以上) のクォーク・グルオン・プラズマ (QGP)

を生成する。実験系は、衝突直後から熱平衡化に向かい、膨張冷却しながら QGP からハドロン相へと転移する。最終的に観測される量は、ハドロンの種類とそのエネルギー・運動量分布であり、これらを解析することにより実験における一連の動的な過程の詳細が推量される。衝突エネルギーなどのセットアップに依

存して、実験系がハドロンの微視的理論である量子色力学 (QCD) の相図 (温度・密度平面) において辿る経路が決まる。関連する実験として、ドイツ GSI における FAIR (有限密度領域) や、ヨーロッパ共同体の LHC (超高エネルギー領域) においても将来計画が進められている。

実験で得られたデータから QCD 相図における相境界や臨界点を探り出すことが重要な課題である。その解析手段の一つとして、相対論的流体方程式が用いられている。これは衝突後すぐに系がほぼ熱平衡化し、後の過程は流体的運動として良く記述できると考えられるからである。流体方程式には、手で与えなければならない幾つかの重要なパラメタがある：1) 状態方程式と 2) 輸送係数である。1) はエネルギー (温度) と圧力の関係であり、相転移に対する熱力学的情報を含む。2) は粘性や熱伝導度などの系の動的な性質を表す。両方とも温度や密度などの熱力学パラメタの関数であり、系によってその振る舞いは異なる。一般に輸送係数の評価はその非摂動性によって困難である。

2. 研究の目的

輸送係数は熱力学パラメタの関数であり、それらが相図においてどのように振る舞うかに興味がある。相図が相境界や臨界点を含む場合、輸送係数は発散などの異常性を示す場合がある。これは、比熱の発散などの熱力学物理量がそうであることと事情は似ており、輸送係数の種類や扱う系の違いに依存する。これらの異常性は、特に連続相転移がある場合、秩序変数の低エネルギーモードとそれらの非線形相互作用による寄与が大きく発展することに起因する。従って、相境界や臨界点近傍では単純な摂動的手法は破綻し、物理量を評価するには非摂動的手法が必要となる。

本研究では、汎関数繰り込み群の方法を用いて、相境界や臨界点などを含む相図の全領域で輸送係数を評価できる非摂動的定式化を試みる。得られた方程式を簡単なモデルにおける輸送係数の評価に適用し、従来の方法による結果との比較や系の対称性からの要請との整合性を確認する。また、QCD や量子液体などの輸送係数の評価に適用する。具体的な目標を以下に挙げる：

(1) 各種輸送係数は、それぞれ対応する運動モードの実時間相関関数から求められる。その生成汎関数を場の理論 (有限温度・密度) における経路積分表示で与え、FRG を用いて一

般的な定式化を与える。

- (2) 定式化から得られた相関関数の満たす運動方程式が、対称性などの基本的要請を満たしているかを確かめる。特に現象論的に成功している既存の確率論的方程式と比較し、各運動モード間の結合などの構造を分析する。
- (3) 得られた方程式の試験として、まず、 $O(N)$ スカラー理論に適用する。相転移領域において各輸送係数を温度の関数として評価し、動的臨界指数およびスケール則を導く。これによって動的普遍性を決定する (一般に複数の系が同じ静的普遍性に属していても、動的なそれは異なる)。この結果を従来計算された輸送係数と比較検討する。
- (4) 定式化の有用性を確認した後、QCD のカイラル有効理論に適用する。特に臨界点近傍での輸送係数の定量的振る舞いを評価する。非普遍量である各輸送係数の臨界領域の大きさがどのように決定されるのかを解析する。また、実験における観測量への影響を見積もる。段階的にゲージ理論 (QCD) にも適用する。
- (5) 同様の計算をヘリウム液体の相互作用にも適用し、既存の計算結果や実験との比較を行う。

3. 研究の方法

実時間相関関数の生成汎関数に対する経路積分表示において、汎関数繰り込み群の処方を適用し、その厳密なフロー方程式を導出する。この一般的な定式化を具体的な物理系に適用する。その際、フロー方程式を解くために幾つかの実践的な近似法を施し、系の対称性に基づく要請との整合性を図る。このようにして、興味ある運動モードの実時間相関関数が満たす運動方程式を解くことで、その運動モードに対応する輸送係数を解析的・数値的に評価する。定式化を進める上での要点を幾つか示す：

- (1) 輸送係数は、関連する運動モードの実時間相関関数の低エネルギー及び低運動量リミットで与えられる。流体方程式が記述する運動モードは保存量であるから、例えば、エネルギー・運動量テンソルの自己相関関数は粘性係数、カレントのそれは伝導度など、各種の輸送係数を与える。よって、それらの生成汎関数を導入し (熱平衡及び非平衡の双方に対応出来る形式で)、FRG を適用することで、生成汎関数を評価する為の

- 厳密なフロー方程式を導く。
- (2) 上記のフロー方程式は、厳密であるが故に解くことが出来ない。つまり、生成汎関数に対する方程式は2点関数を含み、2点関数の方程式は3点関数及び4点関数を含む、というように無限の階層になっている。よって、適切な近似法を施すことでFlow方程式を閉じた形にしなければならない。本研究では、通常良く応用されている以下の2つ方法を適用し、比較する：
- ① 1つ目は局所ポテンシャル近似(LPA)を用いる。これは通常、生成汎関数からルジャンドル変換して得られる有効作用(一様系では有効ポテンシャル)を評価する際に用いられるもので、任意のN点関数を微分展開の最低次までで評価する。このとき、N点関数の第ゼロ次項は未知の局所ポテンシャルのN階汎関数微分として与えられるので、方程式が閉じる。ただし、LPAは相関関数の外線のエネルギ・運動量がゼロのときに有効である。上に述べたように、輸送係数は外線のゼロエネルギ及びゼロ運動量リミットで与えられるので、この近似は都合が良い。
- ② もう1つの方法は、実時間相関関数のフロー方程式が持つ無限の階層を有限個で切断し、フロー方程式を閉じるというものである。ただし、ここで注意すべきことは、高次の相関関数を完全に無視している訳ではなく、それらが低次の相関関数の汎関数微分で与えられるということである。従って、定式化の上での非摂動性は失われていない。かつ、方程式が閉じているという点が重要である。難点は、切断が一見どのような近似になっているかわからないことである。これを理解する為に、得られた方程式をファインマン・ダイアグラムで書き下すなどして寄与している項を整理し、また切断を施す階層を変化させることで、高次の階層に対する依存性(収束性)を調べる必要がある。
- (3) 輸送係数は流体方程式(対称性に基づく保存則)のパラメタであるので、近似を施した後も相関関数の満たす方程式が、系の持つ対称性から要請される一般化ワルド恒等式を満たす必要がある。運動方程式が系の持つ対称性を満たすことは、その生成子である運動モードの間に結合

があることを示唆している。例えば、エネルギーモードと運動量モード間の有効相互作用がこれに相当する。これは、従来、現象論的に提案されたモード・モード結合理論であり、本研究ではこれを徹視的に導出する。モード・モード結合は動的臨界指数を導く上で決定的に重要であると同時に、臨界領域外においてもモード間結合の主要な(第ゼロ近似)部分を与える。

4. 研究成果

- (1) 本研究では、平衡状態から僅かにずれた非平衡状態を扱うので、計算の基底に用いる平衡状態を求めるために、系の熱力学的ポテンシャルを評価した。汎関数繰り込み群に微分展開および局所ポテンシャル近似を適用し、フェルミオンを含む $O(N)$ 対称モデル($N=4$:カイラルモデル)の有効ポテンシャルを求めた。このモデルは、QCDの低エネルギー有効理論の一つである。この有効ポテンシャルをもとに相図を作成し、エントロピーおよびバリオン密度の等高線の振る舞いを調べた。これらは、重イオン衝突実験に対する系の完全流体的時間発展が辿る経路に一致する。解析の結果、ある等高線は臨界点に対して接線になっていることが分かった。
- (2) 繰り込み群によって種々の相関関数を評価する際に、一般に形式的なフロー方程式を立てることが出来るが、問題はそれに対して実践的で本質的な効果を逃さないような近似法を見つけることである。まず、本研究の課題の実時間相関関数に対する運動方程式がどのような構造になっているかを調べるために、従来現象論的に用いられてきたランジュバン型の方程式を調べた。その結果、臨界領域で特に重要になる各運動モード間の非線形結合項がワルド・高橋型の対称性による関係式から系統的に導出できることがわかった。これは、注目する運動モードとそれに関する輸送係数を評価する際、対称性に関わる他の運動モードも同時に考慮しなければならないことを意味する。従来の場合の理論的計算では、これらのモード間結合を系統的に取り入れる方法が考慮されていなかった。
- (3) 次に各運動モード間結合(非線形相互作用)を含んだ方程式を $O(N)$ スカ

ラー理論に適用し、その系のすべての流体力学的モードを取り込んだ連立運動方程式を導出した。これを従来のウィルソン流線り込み群で解析し、全ての輸送係数の相転移点における異常性を調べた。その結果、 $N=1$ の場合の体積粘性係数だけが発散し（3次元空間においてコヒーレンス長の2乗で発散）、それ以外の輸送係数は有限に留まることを示した。この結果は動的臨界現象における普遍性であり、汎関数線り込み群によって計算を行う際にも再現されるべき定性的振る舞いとなる。 $O(N)$ スカラー理論における輸送係数、特にずり粘性係数と体積粘性係数は、相対論的重イオン衝突実験を背景として、場の理論を適用するためのプロトタイプとしてこれまでに多くの計算と議論が成されてきた。しかし、これまでの研究は臨界点から離れた高温領域における輸送係数の評価であり、本研究において初めて臨界領域における粘性係数を含む全ての輸送係数の臨界指数とスケールリング関係を導くことができた。

今回の研究では、汎関数線り込み群による実時間相関関数に対する形式的なフロー方程式を導出することが出来たが、いろいろな系に適用できる汎用性のある近似法を見つけることが出来なかった。ただ、 $O(N)$ スカラーモデルを用いた研究において、対称性による要請を系統的に導入する方法や、相転移近傍における輸送係数の臨界指数などを導出することが出来た。このような対称性を満たす運動方程式の構造や臨界点における動的普遍性は、汎関数線り込み群に対して近似を施す際にも保全されるべき結果であり、これから研究を進める上で有用な指針が得られた。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計2件)

- ① Eiji Nakano, Bengt Friman, and Vladimir Skokov, Transport coefficients of $O(N)$ scalar field theories close to the critical point, Physical Review D、査読有、85号、

2012年、096007_1-18

- ② 仲野英司、汎関数線り込み群 ---相転移に対する応用---、素粒子論研究、査読無、11号、2011年、p.119-p.129

[学会発表] (計3件)

- ① 仲野英司、Functional renormalization group approach、基礎物理学研究所研究会「熱場の量子論2011」及び国際モレキュール型研究会「Renormalization Group Approach from Ultra Cold Atoms to the Hot QGP」、2011年8月23日、京都
- ② 仲野英司、Status of QCD phase structure、京都大学 GCOE シンポジウム「フロンティア開拓」、2011年2月23日、京都
- ③ 仲野英司、Critical statics and dynamics on QCD critical end point、筑波大学「次代を担う若手大学人育成イニシアティブ」、2010年11月8日、つくば

[図書] (計0件)

[産業財産権]

○出願状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況 (計0件)

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
取得年月日：
国内外の別：

[その他]
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

仲野 英司 (NAKANO EIJI)
高知大学・教育研究部自然科学系・助教
研究者番号：70582477

(2) 研究分担者

なし

(3) 連携研究者

なし

(4) 研究協力者

Bengt Friman 博士,
GSI(独)・Theory division・Professor

Vladimir Skokov 博士,
BNL(米)・Theory group・Research
associate