

令和 7 年 6 月 19 日現在

機関番号：32660

研究種目：若手研究

研究期間：2022～2024

課題番号：22K14443

研究課題名（和文）DEAにおける不確実性の導入

研究課題名（英文）Introduction of Uncertainty into Data Envelopment Analysis

研究代表者

趙 宇 (Zhao, Yu)

東京理科大学・経営学部経営学科・講師

研究者番号：40879384

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費） 3,000,000円

研究成果の概要（和文）：本研究では、Data Envelopment Analysis (DEA) を基盤として、多入力多出力システムにおける不確実性を考慮した新たな生産フロンティア推定手法を開発した。従来のDEAモデルでは、データに含まれる確率的変動や観測誤差が十分に考慮されておらず、フロンティア推定の精度に課題があった。これに対して本研究では、統計的学習理論や機械学習、情報理論を組み合わせた新たなアプローチを導入し、効率性とフロンティアのより正確な推定を実現した。シミュレーションや実データを用いた検証により、提案手法が既存手法に比べて高精度かつ柔軟性に優れることを示した。

研究成果の学術的意義や社会的意義

本研究は、DEAに不確実性を導入することで、従来の決定論的モデルでは捉えきれなかったデータの確率的変動や観測誤差に対応可能な理論的枠組みを提示した点で学術的意義がある。統計的学習理論や機械学習との融合により、効率性評価の精度と汎用性を高めた。また、提案手法は、医療、金融、公共部門など、実社会での意思決定支援にも応用可能であり、限られた資源の有効活用やサービスの質の向上に貢献する社会的意義を有する。

研究成果の概要（英文）：This study develops a novel method for estimating production frontiers under uncertainty in multi-input, multi-output systems, based on Data Envelopment Analysis (DEA). Traditional DEA models often fail to adequately account for stochastic fluctuations and measurement errors in the data, resulting in limited accuracy in frontier estimation. To address this issue, the proposed approach integrates statistical learning theory, machine learning, and information theory to enhance the precision and flexibility of both frontier and efficiency estimation. Simulation studies and empirical applications demonstrate that the proposed method outperforms existing DEA models in terms of accuracy and robustness.

研究分野：オペレーションズ・リサーチ、統計学

キーワード：不確実性 効率性の評価 フロンティア推定法 データ包絡分析法

科研費による研究は、研究者の自覚と責任において実施するものです。そのため、研究の実施や研究成果の公表等については、国の要請等に基づくものではなく、その研究成果に関する見解や責任は、研究者個人に帰属します。

様式 C - 19、F - 19 - 1 (共通)

1. 研究開始当初の背景

現代の情報化社会においては、生産や経営管理の現場で多種多様なデータを活用し、業務の効率化を図ることが求められている。その中で、データ包絡分析法(Data Envelopment Analysis; DEA)は、生産活動や組織の相対的な効率性を評価する手法として、幅広い分野(農業、金融、サプライチェーン、運輸、公共政策など)で活用されてきた。DEAは、観測された入出力データに基づいて、現時点で実現可能な最も効率的な生産活動のフロンティアを構築し、そこからの乖離をもって非効率性を定量化するものである。

しかしながら、現実のデータには観測誤差や測定ノイズといった不確実性が不可避免的に含まれているにもかかわらず、従来のDEAモデルの多くはデータの確率的な変動を考慮しておらず、その結果として、非効率性の過大あるいは過小評価を招く可能性がある。したがって、入出力データに内在する不確実性を適切に反映したフロンティアの構築手法の開発は、喫緊の課題である。

不確実性を考慮した既存のアプローチとしては、確率的計画法の枠組みに基づく確率的DEA法や、非パラメトリック手法に確率的要素を組み込んだ確率的ノンパラメトリック包絡法(Stochastic Nonparametric Envelopment of Data: StoNED)などが提案されている。しかし、前者はデータの確率分布に関する事前情報を必要とする点が実務上の制約となり、後者は評価対象が単一出力に限られるという限界を有する。そのため、多入力多出力システムにおいてデータの不確実性を反映したフロンティア推定のための汎用的かつ実用的な手法は、依然として確立されていないのが現状である。

2. 研究の目的

本研究の目的は、DEAを分析の基盤とし、多入力多出力システムにおける不確実性を考慮した新たなフロンティアの構築方法を開発することである。具体的には、入出力データの確率的変動を理論的に取り込む手法として、乗法型距離関数に確率的要素を導入することにより、生産可能集合およびフロンティアの新たな定式化を目指す。この枠組みは、方向ベクトルを必要としないという構造上の特徴をもち、効率性尺度に求められる理論的公理系を損なうことなく、不確実性を伴う現実の生産活動をよりの確に捉えることが可能となる。

さらに、構築されたフロンティアに基づく確率的効率性尺度が、統計的に望ましい性質を有しているかどうか、すなわち推定量としての不偏性や一致性を満たしているかを理論的・実証的に検証する。これは、確率的変動の大きい環境下においても信頼できる効率性評価を行うために不可欠な検討である。また、より実用的かつ柔軟なモデルの構築に向けて、多変量解析手法によって得られた情報を、効率性評価モデルにおける制約条件として統合する方法についても考察を行う。

以上のように、本研究はDEAに確率的視点を取り入れ、不確実性を内包する環境における効率性評価の理論的基盤を拡張するものであり、現実の意思決定支援に資する新たな分析手法の構築を目的とする。

3. 研究の方法

本研究は、確率的乗法型距離関数を用いた新たなDEAフロンティア構築手法の理論的整備と実用的展開を目的とし、3年間にわたって段階的に方法論の開発と検証を進める。

初年度には、申請者が提案した確率的乗法型距離関数の中でも、最も基本的な入力指向型の関数に注目し、それを用いて生産可能集合の定式化を行う。具体的には、入力指向のDEAモデルとして数理的にモデル化し、数値実験を通じて確率的変動を伴う状況下におけるフロンティア構築の有用性を検証する。同時に、距離関数に関する国内外の最新研究を幅広く調査し、出力指向やグラフ指向といった他の距離関数への応用可能性を検討することで、確率的乗法型距離関数の一般化を図る。さらに、DEAにおける効率性尺度の公理系との整合性に関する理論的検討を行い、確率的変動を導入する際に公理系が保持される条件を明らかにすることを目指す。

第2年度では、開発したフロンティアが確率的変動に対してどの程度頑健であるかを、統計的手法および数値シミュレーションにより検証する。人工的に生成した不確実性を含む入出力データを用いて、所定の信頼領域内でフロンティアの安定性を評価し、実務において信頼性の高い確率的効率性尺度の特性を明らかにする。また、こうした確率的効率性尺度が推定量として一致性を有するための理論的条件を導出し、提案手法の統計的妥当性を保証する。

最終年度には、確率的乗法型距離関数に基づく生産可能集合を、DEAの乗数形式モデルとして定式化する。過去の研究成果を基盤とし、重回帰分析や主成分分析、因子分析などの多変量解析手法により得られた知見を、DEAにおける乗数制約として統合する。こうした拡張により、不確実性を含む複雑な生産環境への柔軟な対応が可能となることを目指す。あわせて、複数のモデル

について実際のデータを用いた事例分析を実施し、それぞれのモデルの実用性と拡張性を検証する。

4. 研究成果

本研究では、DEA を分析基盤とし、多入力・多出力システムにおける不確実性を考慮した新たな生産フロンティアの構築手法を開発した。従来の DEA に基づくモデルでは、生産フロンティアの推定においてデータの確率的変動や観測誤差が十分に考慮されておらず、その結果、推定されたフロンティアが真のフロンティアから大きく乖離する可能性があることを、複数のシミュレーション実験を通じて実証した。

こうした課題に対処するため、本研究では、効率性の測定において、不確実な環境下での生産活動の想定と観測データの変動性という 2 つの視点から手法を検討した。不確実な環境を前提とする設定については、統計的アプローチに基づく区分線形 DEA 法を提案し、極値理論を用いた数理的基盤を与えることで、推定されるフロンティアの正当性を保証した。また、観測データに確率的なノイズが含まれる場合には、機械学習的手法を導入することで、従来の DEA モデルと比較して高速かつ高精度な推定が可能となることを示した。

さらに、確率的乗法型距離関数を用いて、多入力・多出力システムにおける確率的変動と非効率性を同時に扱うフロンティア推定手法を構築した。この関数は、入力指向型、出力指向型、グラフ指向型、方向ベクトル型といったさまざまな距離関数の枠組みに拡張可能であり、DEA 型の生産可能集合を柔軟に特徴づけることができる。構築されたフロンティアをもとに、確率的効率性尺度を定義し、データの確率的変動に対して拡張された効率性評価が可能であることを確認した。

また、提案手法の統計的な特性についても検証を行い、効率性のみを確率変数とするモデルにおいては、サンプルサイズの増加に応じて推定されたフロンティアが真のフロンティアに漸近的に近づく性質を示した。さらに、効率性と観測誤差の双方を確率変数とするモデルにおいても、推定されたフロンティアが統計的に妥当な構造を持つことを証明した。これらの結果は、シミュレーション実験および実データを用いた応用によって検証され、理論的な整合性と実用上の有効性の両面で高い評価が得られた。

加えて、本研究では、確率的環境における DEA モデルの拡張として、決定木理論および情報理論に基づくクラスタリング手法を導入した。この手法は、確率的変動に対応するデータ生成過程のモデリングに柔軟性を与えるものであり、従来のブートストラップ DEA 法に比べ、より高い汎用性と推定精度を実現する方法として位置づけられる。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕 計5件（うち査読付論文 4件 / うち国際共著 0件 / うちオープンアクセス 4件）

1. 著者名 Zhao Yu, Morita Hiroshi	4. 巻 250
2. 論文標題 Estimating Malmquist-type indices with StoNED	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Expert Systems with Applications	6. 最初と最後の頁 123877 ~ 123877
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.eswa.2024.123877	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Zhao Yu	4. 巻 -
2. 論文標題 Empirical Estimation of the Production Frontier	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 Advances in Theory and Applications of Performance Measurement and Management - Proceedings of DEA45 - International Conference on Data Envelopment Analysis	6. 最初と最後の頁 -
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスではない、又はオープンアクセスが困難	国際共著 -

1. 著者名 国友直人, 趙宇	4. 巻 21
2. 論文標題 統計的DEA法: 理論と応用	5. 発行年 2024年
3. 雑誌名 統計数理研究所共同研究レポート471-極値理論の工学への応用 (21)	6. 最初と最後の頁 52-57
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) なし	査読の有無 無
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Kazuyuki Sekitani, Yu Zhao	4. 巻 306
2. 論文標題 Least-distance approach for efficiency analysis: A framework for nonlinear DEA models	5. 発行年 2023年
3. 雑誌名 European Journal of Operational Research	6. 最初と最後の頁 1296 ~ 1310
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.1016/j.ejor.2022.09.001	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている (また、その予定である)	国際共著 -

1. 著者名 Yu Zhao	4. 巻 352
2. 論文標題 Nonparametric Estimation of the Production Frontier Using a Data-Fitting Technique	5. 発行年 2022年
3. 雑誌名 Frontiers in Artificial Intelligence and Applications	6. 最初と最後の頁 9~20
掲載論文のDOI (デジタルオブジェクト識別子) 10.3233/faia220079	査読の有無 有
オープンアクセス オープンアクセスとしている(また、その予定である)	国際共著 -

[学会発表] 計12件(うち招待講演 3件/うち国際学会 3件)

1. 発表者名 関谷和之, 趙宇
2. 発表標題 A Maximum Russell Graph Measure with Strong Monotonicity and Closest Targets
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2024年春季研究発表会
4. 発表年 2024年

1. 発表者名 Zhao Yu
2. 発表標題 An empirical data-fitting approach to estimate the production frontier
3. 学会等名 DEA45: International Conference on Data Envelopment Analysis (国際学会)
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 Yu Zhao
2. 発表標題 Strongly Monotonic Efficiency Measures in Data Envelopment Analysis
3. 学会等名 2022 INFORMS Annual Meeting (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yu Zhao
2. 発表標題 Nonparametric Estimation of the Production Frontier Using a Data-Fitting Technique
3. 学会等名 The 3rd International Conference on Modern Management based on Big Data (MMBD2022) (国際学会)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 趙宇
2. 発表標題 統計的 DEA 法とその応用について
3. 学会等名 東京理科大学総合研究院統計科学部門第 15 回統計科学セミナー (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 関谷和之, 趙宇
2. 発表標題 Maximum Russell graph measures and extended production possibility sets
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2023年春季研究発表会
4. 発表年 2023年

1. 発表者名 趙宇
2. 発表標題 不確実性を考慮した生産フロンティアの推定手法とその応用について
3. 学会等名 スケジューリング学会リスクマネジメント研究部会 (招待講演)
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 関谷和之, 趙宇
2. 発表標題 A well-defined extended production possibility set and strongly monotonic efficiency measures
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2022年秋季研究発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 趙宇
2. 発表標題 ノンパラメトリックなアプローチによる生産フロンティアの推定
3. 学会等名 日本OR学会九州支部2022年度第1回講演会・研究会（招待講演）
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 趙宇, 国友直人
2. 発表標題 統計的DEA法
3. 学会等名 2022年度統計関連学会連合大会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 関谷和之, 趙宇
2. 発表標題 LP approach to the least-distance efficiency of nonlinear DEA models
3. 学会等名 日本オペレーションズ・リサーチ学会2022年春季研究発表会
4. 発表年 2022年

1. 発表者名 Yu Zhao, Kazuyuki Sekitani
2. 発表標題 LP approach to the least-distance efficiency measures
3. 学会等名 京都大学数理解析研究所共同研究（公開型）「数理最適化の理論と応用の深化」
4. 発表年 2022年

〔図書〕 計1件

1. 著者名 Yu Zhao	4. 発行年 2023年
2. 出版社 IntechOpen	5. 総ページ数 222
3. 書名 Operations Management and Management Science (Chapter 5: Performance measurement using deterministic and stochastic multiplicative directional distance functions)	

〔産業財産権〕

〔その他〕

-

6. 研究組織	氏名 (ローマ字氏名) (研究者番号)	所属研究機関・部局・職 (機関番号)	備考
---------	---------------------------	-----------------------	----

7. 科研費を使用して開催した国際研究集会

〔国際研究集会〕 計0件

8. 本研究に関連して実施した国際共同研究の実施状況

共同研究相手国	相手方研究機関
---------	---------