

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 10 日現在

機関番号：17102

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23300003

研究課題名(和文)凸最適化の手法を用いたオンライン意思決定に関する研究

研究課題名(英文)Online Decision Making by Convex Optimization

研究代表者

灌本 英二(Takimoto, Eiji)

九州大学・システム情報科学研究科(研究院・教授)

研究者番号：50236395

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 11,000,000円

研究成果の概要(和文)：意思決定とデータの提示が交互に繰り返されるオンラインでの意思決定問題に対し、凸最適化に基づく手法が、アルゴリズムの設計と解析に対する統一的な方法論を与えることが明らかになってきたが、従来の理論モデルでは決定空間の連続性を仮定しているという問題があった。本研究ではこの理論を拡張し、ランキング、全域木、充足解集合を含む離散構造の広いクラスに対して統一的に適用可能な方法論を与えた。また、各試行における意思決定のコストが、それまでの意思決定の履歴に依存するような一般化された問題に対し、高性能、高効率なアルゴリズムが存在するための条件を与えた。

研究成果の概要(英文)：Online decision making is a process where decision making and data observation are repeated. It is widely recognized that, for various problems of decision making, convex optimization theory gives a general framework of design and analysis of algorithms. However, it is limited to those problems where the domains or the decision spaces are continuous. In this study, we extend the theory so that it can be uniformly applied to a wide class of discrete domains such as rankings, spanning trees and a set of satisfying assignments. Furthermore, we consider a generalized problem where the cost of decision making for each trial depends on the past decisions made so far, and give a condition under which the problem has an efficient and high performing algorithm.

研究分野：計算学習理論

キーワード：計算学習理論 オンライン予測 凸最適化 組合せ最適化 オンラインアルゴリズム

1. 研究開始当初の背景

意思決定とデータの提示が交互に繰り返されるオンラインでの意思決定過程は、機械学習、情報探索、ファイナンス、ルーティング、ページングなど、様々な領域に現れる普遍的なものである。このような過程の多くは、アルゴリズムと環境の間のプロトコルとして次のように記述できる。

各時刻 $t = 1, 2, \dots, T$ において、(1) アルゴリズムは決定空間からある決定 d_t を選び、(2) 環境はデータ x_t を提示する。(3) このとき、アルゴリズムはその決定の対価として、 d_t と x_t から定まるコストを被る。

アルゴリズムは、コストの総和を小さくするような決定を行うことが求められる。従って、この過程では将来のデータの予測が本質的である。多くの場合、環境は敵対的であると仮定される。このような場合、アルゴリズムの性能は、コストの総和そのものの値で絶対評価するのではなく、すべてのデータが提示された後で判明する最適な決定（オフライン最適解）によるコストの総和と比較して相対的に評価する。すなわち、アルゴリズムの目標は、任意のデータ系列に対し、オフライン最適解の性能に匹敵する決定を行うことである。

オンライン意思決定過程に関する理論は、それぞれの分野に特有の問題を動機づけとして、比較的独立に発展してきたが、そのモデルや手法には共通する部分が多く、この10年ほどの間、分野の領域を越えた議論が活発に行われてきた。その結果、主として機械学習の分野で発展してきた凸最適化理論に基づくオンライン予測の手法が、多くの問題に対する統一的な方法論を与えることが明らかになり、この分野の標準的な教科書が発行されるまでに至っている。しかし、この手法には次に述べる2つの大きな問題があり、そのことが、オンライン予測の手法をより広い問題のクラスに適用する際の障害となっている。

【問題点1】1つめの問題は、オンライン予測モデルに対する強い制約である。その制約とは、各時刻におけるコストが、それまでの決定過程（履歴）に依存しないこと、およびオフライン最適解が時刻によらず一定であることである。実際、 k サーバ問題やリストアクセス問題などに代表される多くの重要なオンライン意思決定問題は、上記の制約を満たさないため、従来のオンライン予測の手法をそのまま適用することはできない。

【問題点2】従来手法のもう1つの大きな問題点は、決定空間の連続性を仮定していることである。このため、グラフや文字列やランキングなどの離散的な構造を持った決定空間を扱う場合に困難が生じる。これを解決する素朴な方法は、決定空間を、もとの決定空間の要素の凸結合からなる集合とすることであるが、多くの場合、次元数が指数的となり、計算量が膨大になってしまう。

2. 研究の目的

凸最適化理論に基づいて、それぞれの問題点に対処することにより、オンライン意思決定問題の広いクラスを統一して扱うことのできる理論的枠組みを構築し、アルゴリズムの設計と解析に関する一般的な方法論を確立することを目的とする。

3. 研究の方法

(1) グラフの有向路や順列等のいくつかの離散決定空間に対して、これまでに開発されている効率の良いアルゴリズムを観察すると、元の離散空間の凸結合を次元数の小さい実数ベクトルで圧縮表現し、その圧縮された連続空間上でオンライン予測の手法を適用していることが分かる。本研究課題では、凸最適化理論の枠組みの元で、このスキームが適用できるための条件を明らかにすると共に、さまざまな離散決定空間に対する効率の良いアルゴリズムを開発する。

(2) k サーバ問題やリストアクセス問題などの典型的なオンライン問題に対するアルゴリズムの性能は、オフライン最適解の性能との比（競合比）によって評価される。本研究課題では、凸最適化理論の視点からこれらの解析を再構成し、競合比解析の一般的な枠組みの確立を目指す。さらに、離散構造を決定空間とする問題に対し、効率の良いアルゴリズムの開発を行う。

(3) ゲームの局面評価等のオンライン意思決定問題に対し、本研究で開発された手法を適用し、実用に耐えるシステムを開発する。

4. 研究成果

(1) 2部ランキング問題とは、正または負のラベルが付与された m 個の事例からなる集合が与えられたとき、高い AUC 値を持つ実数値関数 h を仮説として出力する問題である。ここで、 h の AUC 値とは、未知の正例 x^+ と負例 x^- のペアが与えられたとき、 $h(x^+) > h(x^-)$ が成り立つ確率として定義される。この問題は $O(m^2)$ サイズの凸最適化問題として定式化されることが知られているが、 m が大きいと効率が悪い。本研究では、2部ランキング問題を $O(m)$ サイズの非凸最適化問題として定式化し、さらにそれを近似する凸最適化問題を繰り返し解くことにより、効率よく局所最適解を求める手法を開発した〔雑誌論文⑩〕。

(2) n 個の要素の順列（ランキング）を決定空間とするオンライン予測の問題に取り組んだ。この問題は、情報検索を始め、推薦システム、倒産リスク予測など様々な応用を持つ。標準的な予測スキームでは、特徴ベクトル空間の任意の点を、与えられた凸多面体に写像する過程がボトルネックとなっている。本研究では、順列の特徴ベクトルを $O(n^2)$ 次元の比較ベクトルで表現した場合と、 n 次元の置換多面体の端点で表現した場合につ

いて、それぞれ効率の良い写像アルゴリズムを構築するとともに、提案予測方式の理論的な精度保証を与えた〔雑誌論文⑨, ⑫〕。また、このアルゴリズムを、 n 個の要素のうち上位 k 位までの部分的な順列を予測するアルゴリズムに拡張し、理論的な精度保証を与えた〔学会発表⑬〕。

(3) コンピュータ囲碁においては、オンライン予測の手法を用いたゲーム木探索（モンテカルロ木探索）が有効であることが知られているが、理論的な精度保証は弱かった。本研究では、新しいモンテカルロ木探索手法を与えると同時に、その収束回数について、初めて理論的な上界を与えることに成功した〔雑誌論文④〕。

(4) 離散的な決定空間に対し、効率の良いアルゴリズムの設計指針を与える画期的な成果を得た。従来、離散的な決定空間に対するオンライン予測の問題は、決定空間の凸包への写像という幾何的な問題に還元して解く方法が知られているが、効率の良い写像アルゴリズムが存在するための条件については何も知られておらず、アルゴリズムは決定空間ごとに個別に設計する必要があった。これに対し本研究では、決定空間の凸包が、ある劣モジュラ関数によって定義される基多面体に一致するとき、その凸包への写像が多項式時間で解けることを示した〔雑誌論文⑧, 学会発表⑰〕。これにより、順列、全域木、部分集合族などの多くの自然な決定空間に対する、統一的で効率の良いオンライン予測アルゴリズムを与えることができた。

(5) 線形分類器のオンライン学習問題に対し、次のような成果を得た。従来、線形分類器を学習する問題は、事例空間の次元を1つ増やして定数パラメータを割り当てることにより、原点を通る線形分類器の学習問題に還元する手法が用いられているが、定数パラメータを最適化するためには、すべての入力事例を予め知る必要があるため、オンライン学習の設定ではこのような還元手法が使えないという問題があった。これに対し本研究では、パラメータを必要としない新しいオンライン学習方式を提案し、最適化されたパラメータを与えたときの従来手法に匹敵する性能を持つことを、計算機実験により確認した〔学会発表⑯〕。

(6) 被覆集合族や充足割り当て集合など、線形最適化問題が NP 困難であるような離散構造のクラスに対するオンライン予測アルゴリズムの設計に取り組んだ。その線形最適化問題が緩和に基づく多項式時間近似アルゴリズムを持つとき、その近似アルゴリズムを予測性能の良い多項式時間オンライン予測アルゴリズムに変換する一般的な手法を与えた。特に、その変換アルゴリズムで重要な役割を果たすメタラウンディングが、緩和による近似問題の双対概念であることを見出し、さらにその双対構造とブースティングによるマージン最大化問題に現れる双対構造

との類似性から、ブースティングの手法を用いてメタラウンディングを実現する多項式時間アルゴリズムを与えた〔雑誌論文⑦, 学会発表⑨～⑭〕。

(7) 近年、機械学習の手法を用いてコンピュータ将棋の盤面の評価関数を自動設計する手法が成果を上げ、プロ棋士を破るほどになっている。本研究では、この問題を2部ランキング学習の概念を用いて厳密に定式化し、性能が理論的に保証された評価関数の学習方式を初めて提案した。特に、従来の2部ランキング学習に「状態」の概念を導入することにより、訓練サンプルのサイズを大幅に削減するとともに、オンライン学習の手法を用いて計算量を改善することに成功した〔雑誌論文⑤〕。

(8) オンライン予測アルゴリズムの性能解析においては、正則化項の強凸性が重要な役割を果たすことが知られている。本研究では、新しい強凸性の概念を導入することにより、従来よりもタイトな性能限界を導出する解析技法を与えることに成功した。この技法は、今後この分野の教科書に掲載されるべき画期的なものである。また、この解析技法を用いることにより、対数行列式を正則化項として持つアルゴリズムが、行列の広いクラスに対して最適な性能を与えることを示した〔雑誌論文②, 学会発表③, ⑦〕。これは、協調フィルタリングによる推薦システムなど幅広い応用が期待される結果である。

(9) 順列のオンライン予測問題に対し、学習者へのフィードバック情報が制限されたバンディット型アルゴリズムを与えた。従来手法では、データ構造から順列を取り出すために #P 困難問題を解く必要があったが、本手法では、乱択ソーティングを行うだけでよく、効率を著しく改善することに成功している〔雑誌論文①〕。

(10) メトリカルタスクシステム (MTS) 問題は、 k サーバ問題、ページング、リストアクセス問題等を特別な場合として含む一般的なオンライン意思決定問題であり、様々なアルゴリズムが提案されている。しかし、動的ルーティング問題における経路や全域木のように、決定集合が組合せ論的に定義されるような場合には、従来手法では計算量が指数的になるという問題があった。本研究では、MTS 問題が決定集合上の乱択サンプリングの問題に帰着できることを示すと同時に、経路や全域木など様々な組合せ集合が、実際に効率よくサンプリング可能であることを示した。これにより、実時間で解ける MTS 問題のクラスを飛躍的に拡大することに成功した〔学会発表④〕。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 15 件)(すべて査読有)

- ① Nir Ailon, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Bandit online optimization over permutahedron, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 8776, 215-229, 2014.
DOI: 10.1007/978-3-319-11662-4_16
- ② Ken-ichiro Moridomi, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Koji Tsuda, Online matrix prediction for sparse loss matrices, JMLR: Workshop and Conference Proceedings, 39, 250-265, 2014.
<http://www.jmlr.org/proceedings/papers/v39/moridomil4.pdf>
- ③ Yao Ma, Tingting Zhao, Kohei Hatano, Masashi Sugiyama, An online policy gradient algorithm for Markov decision processes with continuous states and actions, Lecture Notes in Computer Science, 8725, 354-369, 2014.
DOI: 10.1007/978-3-662-44851-9_23
- ④ Kazuki Teraoka, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Efficient sampling method for Monte Carlo tree search, IEICE Transactions on Information and Systems, E97-D (3), 392-38, 2014.
DOI: 10.1587/transinf.E97.D.392
- ⑤ 末廣大貴, 畑埜晃平, 坂内英夫, 瀧本英二, 竹田正幸, SVMによる2部ランキング学習を用いたコンピュータ将棋における評価関数の学習, 電子情報通信学会論文誌, J97-D (3), 593-600, 2014.
- ⑥ Eiji Takimoto, Kohei Hatano, Efficient algorithm for combinatorial online prediction, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 8139, 22-32, 2013.
DOI: 10.1007/978-3-642-40935-6_3
- ⑦ Takahiro Fujita, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Combinatorial online prediction via metarounding, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 8139, 68-82, 2013.
DOI: 10.1007/978-3-642-40935-6_6
- ⑧ Daiki Suehiro, Kohei Hatano, Shuji Kijima, Kiyohito Nagano, Eiji Takimoto, Online prediction under submodular constraints, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 7568, 260-274, 2012.
DOI: 10.1007/978-3-642-34106-9_22
- ⑨ Shota Yasutake, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Masayuki Takeda, Online rank aggregation, JMLR: Workshop and Conference Proceedings, 25, 539-553, 2012.
<http://www.jmlr.org/proceedings/papers/v25/yasutake12/yasutake12.pdf>
- ⑩ Shin-ichi Yoshida, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Masayuki Takeda, Adaptive online prediction using weighted windows, IEICE Transactions on Information and Systems, E94-D (10), 1917-1923, 2011.
DOI: 10.1587/transinf.E94.D.1917
- ⑪ Daiki Suehiro, Kohei Hatano, Eiji Takimoto, Approximate reduction from AUC maximization to 1-norm soft margin optimization, Lecture Notes in Artificial Intelligence, 6925, 324-337, 2011.
DOI: 10.1007/978-3-642-24412-4_26
- ⑫ Shota Yasutake, Kohei Hatano, Shuji Kijima, Eiji Takimoto, Masayuki Takeda, Online linear optimization over permutations, Lecture Notes in Computer Science, 7074, 534-543, 2011.
DOI: 10.1007/978-3-642-25591-5_55
- [学会発表] (計 43 件)
- ① Kohei Hatano, Online prediction with Bradley-Terry models, NIPS 2014 Workshop on Analysis of Rank Data: Confluence of Social Choice, Operations Research, and Machine Learning, 2014年12月13日, モントリオール(カナダ).
- ② Takahiro Fujita, Online linear optimization over permutations with precedence constraints, NIPS 2014 Workshop on Discrete Optimization in Machine Learning, 2014年12月13日, モントリオール(カナダ).
- ③ 森富賢一郎, 疎な損失行列に対する行列のオンライン予測, 第17回情報論的学習理論ワークショップ, 2014年11月18日, 名古屋大学(愛知県名古屋市).
- ④ 中菌拓巳, 組合せ論的MTS問題, 情報処理学会アルゴリズム研究会, 2014年11月20日, 大濱信泉記念館(沖縄県石垣市).
- ⑤ 瀧本英二, オンライン凸最適化, 京都大学数理解析研究所「組合せ最適化セミナー」(招待講演), 2014年8月1日, 京都大学(京都府京都市).
- ⑥ Issei Matsumoto, Online prediction with Bradley-Terry models and logistic models, 電子情報通信学会第16回IBISML研究会, 2014年3月7日, 奈良女子大学(奈良県奈良市).
- ⑦ Ken-ichiro Moridomi, Online matrix prediction with log-determinant regularizer, 電子情報通信学会第16回IBISML研究会, 2014年3月7日, 奈良女子大学(奈良県奈良市).
- ⑧ Eiji Takimoto, Lower bounds for linear decision trees via an energy complexity argument, Computer Science Colloquia, CSpecial Lecture (招待講演), 2013年12月16日, ハイファ(イスラエル).
- ⑨ Kohei Hatano, Combinatorial online prediction via metarounding, TCE Guest Lecture (招待講演), 2013年12月16日, ハイファ(イスラエル).

- ⑩ 畑埜晃平, 離散構造のオンライン予測, IBIS2013 企画セッション「学習理論」(招待講演), 2013 年 11 月 13 日, 東京工業大学 (東京都).
- ⑪ 畑埜晃平, オンライン離散最適化, 日本応用数学会年会オーガナイズドセッション「機械学習」(招待講演), 2013 年 9 月 11 日, アクロス福岡 (福岡県福岡市).
- ⑫ Eiji Takimoto, Efficient algorithms for combinatorial online prediction, The 24th International Conference on Algorithmic Learning Theory (ALT 2013) (招待講演), 2013 年 10 月 8 日, シンガポール (シンガポール).
- ⑬ 畑埜晃平, オンライン予測理論とその応用, FIT2013 企画セッション「ビッグデータ時代のオンライン学習アルゴリズム」(招待講演), 2013 年 9 月 4 日, 鳥取大学 (鳥取県鳥取市).
- ⑭ Eiji Takimoto, Combinatorial online prediction by continuous relaxation, The Sixth Workshop on Information Theoretic Methods in Science and Engineering (WITMSE 2013) (招待講演), 2013 年 8 月 27 日, 東京大学 (東京都).
- ⑮ 瀧本英二, オンラインアルゴリズムとストリームアルゴリズム, 計測自動制御学会ニューラルネットワークフォーラム 2013 (招待講演), 2013 年 3 月 29 日, 九州大学 (福岡県福岡市).
- ⑯ 立石大悟, バイアス付き Passive Agressive アルゴリズム, 電子情報通信学会 IBISML 研究会, 2013 年 3 月 4 日, 名古屋工業大学 (愛知県名古屋市).
- ⑰ Daiki Suehiro, Online prediction over base polyhedral, NIPS Workshop on Discrete Optimization in Machine Learning, 2012 年 12 月 7 日, レイクタホ (アメリカ).
- ⑱ 瀧本英二, 組合せ論的オンライン予測問題, 第 14 回情報論的学習理論ワークショップ (IBIS 2011) (招待講演), 2011 年 11 月 11 日, 奈良女子大学 (奈良県奈良市).
- ⑲ 安武翔太, トップ k リストのオンライン予測, 第 14 回情報論的学習理論ワークショップ (IBIS 2011), 2011 年 11 月 10 日, 奈良女子大学 (奈良県奈良市).
- ⑳ 金城瞬, k 選択多腕バンディット問題, 夏の LA シンポジウム, 2011 年 7 月 19 日, ザヴィラ浜名湖 (静岡県浜松市).

[図書] (計 1 件)

- ① 渡辺治, 西村治通, 垂井淳, 岡本吉央, 瀧本英二, 吉田悠一, 上原隆平, 日本評論社, 数学セミナー 2013 年 12 月号, 特集「P≠NP 予想最前線」, 2013, 36 ページ(28-33).

[その他]

ホームページ等

<http://www.i.kyushu-u.ac.jp/~eiji>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

瀧本 英二 (TAKIMOTO, Eiji)

九州大学・システム情報科学研究院・教授

研究者番号: 50736395

(2) 研究分担者

畑埜 晃平 (HATANO, Kohei)

九州大学・システム情報科学研究院・助教

研究者番号: 60404026