

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 5 月 29 日現在

機関番号：14401

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2011～2014

課題番号：23340036

研究課題名(和文) エネルギー散逸的非線形保存則の解の時間大域構造

研究課題名(英文) Large time behaviors of solutions of nonlinear conservation laws with dissipative structures of energy

研究代表者

松村 昭孝 (Matsumura, Akitaka)

大阪大学・情報科学研究科・教授

研究者番号：60115938

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 9,100,000円

研究成果の概要(和文)：解のアプリオリ評価を得るための様々な重み付きエネルギー法を工夫することにより、エネルギー散逸構造を持つ非線形保存則系、特に、流束関数が凸でないときの単独粘性保存則、理想気体の方程式系、消散的波動方程式、半導体方程式系、大規模力学系などの解の時間大域構造の解析に大きな進展を得た。応用上大切な量子効果を考慮した半導体方程式系については、その定常解を求める実用的な数値計算法を提案することが出来た。

研究成果の概要(英文)：Various weighted energy methods were successfully manipulated to have a priori estimates for solutions of nonlinear conservation laws with dissipative structures of energy. With the aid of these methods, has been much progressed the analysis on the large time behaviors of the solutions of scalar viscous conservation law with non-convex flux, system of equations of ideal gas, dissipative wave equations, model system of semiconductor, large scale dynamical system, etc. As for a model system of semiconductor, which is very important in practical applications, an efficient method of numerical computation to get the stationary solutions was proposed.

研究分野：解析学

キーワード：粘性保存則 時間大域解 漸近挙動 エネルギー法 圧縮性気体 非線形波動方程式 半導体方程式
大規模力学系

1. 研究開始当初の背景

私達の身近にある気体、交通流、半導体中の電子・正孔等の運動には、衝撃波や希薄波のような興味ある非線型の波が常に現れる。これらの非線型の波が現実に見せる多彩な様相は、数学的にも物理的にも重要な多くの問題を提供し、航空機の空力設計や半導体設計へ応用されるなど工学的にも重要で現実的な問題を提供している。数学的にはこれら多くの現象は、エネルギー散逸を考慮した場合、粘性項や緩和項を付加した“保存則”と呼ばれる非線形偏微分方程式系に初期条件や境界条件を付した問題として定式化され、その解の時間大域的な存在と時間に関する漸近挙動(“時間大域構造”)についてこれまで多くの研究が成されて来た。この25年間ほどの最近の進展においては、研究代表者を始め日本のグループが常に世界的な貢献を果たしてきた。特に、本研究申請の基礎となる、科学研究費補助金、基盤研究(B)平成15年度～18年度に採択された研究課題「保存則系の粘性及び緩和モデルの時間大域解とその漸近挙動に関する研究」や、平成19年度～22年度に採択された研究課題「粘性や緩和効果を考慮した非線形保存則の解の時間大域構造」においては、香港中文大学 Z. Xin、中国科学院 H. Feimin、J. Li、中国北京首都師範大学 H. Li、米国スタンフォード大学 Liu、米国インディアナ大学 D. Hoff 等との交流により、圧縮性粘性気体の方程式や半導体の流体モデルの解の漸近挙動について大きな成果を上げて来たが、未だ多くの未解決問題が山積している。

2. 研究の目的

本研究では、上記の背景を踏まえ、話題を粘性的保存則については、単独粘性保存則と圧縮性気体の方程式に、また、緩和モデルについては消散的波動方程式と半導体の方程式に関する以下のものに焦点を絞り、本分野の更なる実質的な発展を目指す。

(1)非凸な流束関数を持つ単独粘性保存則の解の漸近挙動：

単独粘性保存則の初期値問題の解の漸近挙動については、凸な流速関数を持つ場合、1960年のIlin-Oleinikの研究により、解は希薄波か粘性衝撃波に漸近することが知られている。凸性が崩れた場合には複数の波の合成波に漸近することが予想されるが、未だに良く分かっていない。半空間上の初期値境界値問題について最近開発されたエネルギー手法を進展させ、流速関数の一部が線形に退化する場合などのより一般の場合の合成波(定常波と線形拡散波、希薄波と線形拡散波など)の漸近挙動の解明を目指す。

(2)圧縮性気体の方程式の解の漸近挙動：

粘性的保存則の典型的例である一次元圧縮性粘性気体の方程式の 2×2 システム(エネルギー方程式を除いたもの)に対する初期値境界値問題に対する単一の非線形波である

粘性的衝撃波、希薄波、定常波などの漸近安定性については、これまで多くの結果が知られている。合成波についても、研究代表者は連携研究者等の協力のもと、希薄波同士、定常解と希薄波、定常解と粘性衝撃波、粘性衝撃波同士などの様々な漸近安定性の結果を得てきた。また、エネルギー方程式も含めた 3×3 システムに対しても同様の結果を得ると共に、非粘性 3×3 システムに固有な接触不連続解に対応する粘性的接触波の解析に始めて成功した。これらの議論を進展させ、 3×3 システムに対する様々な合成波の非線形挙動の分類とその解明を目指す。また、空間多次元の場合は最近のD.Hoffや中国のグループによる弱解の議論を用いて、外力が大きい場合や真空領域を含む場合の解の漸近挙動の解析を目指す。さらには、未解決である空間多次元での時間大域的古典解の存在について、存在の為の規範について考察を試みる。

(3)消散的波動方程式の解の漸近挙動：

緩和項を持つ 2×2 オイラー方程式は単独化すると移流項を持つ消散的波動方程式と同等となる。移流を表現する関数の凸性が無い場合でも、最近この時間大域解の漸近挙動の解析に(1)で述べたエネルギー法が有効であることが明らかになり、半空間での初期値境界値問題において、定常解と希薄波の合成波の漸近安定性が証明された。今後、初期値問題への拡張や移流項をより一般とし漸近形が他の非線形波の合成波である場合への拡張を試みる。

(4)半導体の量子流体モデルの定常解とその漸近安定性：

半導体中の電子や正孔の挙動は、数学的には緩和効果を考慮した保存則とポアソン方程式の連立系で記述される。研究代表者は、中国科学院 F.Huang や北京首都師範大学 H. Li との共同研究により、量子効果も入れた一次元等温度モデルの初期値問題について、定常解の漸近安定性について基本的な結果を得た。近年、より物理的な境界条件と外力場の下での初期値境界値問題が、連携研究者である東工大西畑のグループにより、定常解とその漸近安定性が確立された。これらの議論を進展させ、方程式にエネルギー輸送効果と量子効果の両方を考慮した場合や多次元への拡張を目指す。また、応用上重要である数値計算法の開発も試みる。

3. 研究の方法

基本解評価を参考にしつつも、より巧みに重み関数を構成することでエネルギー法の見直しを行い、最小限の基本解の性質と組み合わせることで必要なアプリオリ評価を導出することを試みる。

(1)単独粘性保存則に対する初期値境界値問題に対し、重み付きエネルギー法を流束関数が部分的に線形退化する場合に適用することを試みる。

(2)一次元粘性気体の方程式の 3×3 システムの解の漸近挙動の分類を確認し、 3×3 システム固有の波である粘性接触波が絡んだ問題を最近の論文の手法を利用して詳細に調べる。特に、未解決である初期値問題における粘性接触波と2つの粘性衝撃波の合成波の漸近安定性の証明を試みる。

(3)空間多次元での、圧縮性粘性気体の方程式の時間大域的弱解については、D.Hoffの最近の議論を参考に、未解決である外力が大きいときの場合や真空領域が存在する場合の解の漸近挙動の解析を試みる。また、未解決である大域的古典解の存在のための規範については、解が球対称である場合から初めて考察する。これらについては中国科学院との共同研究を行う。

(4)移流項を持つ消散的波動方程式の解の漸近挙動の研究については、より一般の移流項について、解の漸近挙動、特に解の漸近形からの擾乱の詳細な減衰の評価を重み付きエネルギー法を利用して試みる。

(5)半導体の流体モデルの研究に対しては、ホットキャリアの問題として工学的にも重要なエネルギー方程式を加えた半導体の方程式を、量子効果も考慮に入れて、その定常解の存在と漸近安定性を考察する。また、その数値計算法を開発する。

(6)研究代表者および関西地区の分担者、連携研究者が常に参加するセミナーを毎週定期的に大阪大学で行う。

(7)毎年、数人の海外研究協力者を研究打ち合わせのため招聘すると共に、国内外の関連研究集會に積極的に参加し、討論・発表・交流を行う。

4. 研究成果

(1)一次元単独粘性保存則の解の時間大域構造：

研究代表者松村は、研究協力者の大学院生吉田夏海との共同研究において、単独粘性保存則の初期値問題に対する時間大域解の漸近挙動の問題を、移流項の関数が一部区間で線形でありその他では一様な凸性を持つ場合について考察し、適当な初期値の条件の下に、粘性保存則の解は希薄波と粘性接触波で構成される多重波パターンに漸近することを示した。携研究者甲斐は、空間多次元での外領域におけるパーガーズ方程式の球対称解に対し、定常解や希薄波の漸近安定性を示した。

(2)一次元圧縮性気体方程式系の解の時間大域構造：

研究代表者松村は武漢工芸大学のL.Fanとの共同研究において、熱伝導性を持つが粘性を持たない理想気体の一次元方程式系の初期値問題を考察し、非粘性部分のオイラー方程式のリーマン問題が二つの衝撃波で構成される場合、対応する二つの粘性衝撃波の一次結合の合成波がその波の強さが適当に小さければ漸近安定であることを証明した。連

携研究者柘植は、ノズル内を流れる非粘性圧縮性気体の運動を表す方程式を研究し、音速状態を含む時間大域的弱解の存在を示すことに成功した。

(3)空間多次元粘性気体の方程式の解の時間大域構造：

研究代表者松村は、中国科学院応用数学研究所のJ.Liとの共同研究において、空間3次元における粘性気体の等エントロピーモデルに対する初期値問題をポテンシャル外力下で考察し、対応する定常解が真空を持たなければ、この定常解の周りに弱い解が時間大域的に存在して、定常解に漸近することを証明した。また、粘性気体の等温モデルに対し、気体が一様に真空に漸近して行くような特殊解の漸近安定性を特性曲線の方法と時間についての重み付きエネルギー法を用いて証明した。さらに、中国科学院のX.Huangとの共同研究において、空間3次元における粘性気体の等エントロピーモデルの初期値問題に対する球対称解の古典解について考察し、時間大域解が存在しなくなる時間には必ず原点での無限小近傍で質量が発散することを示した。

(4)半導体方程式系の解の漸近挙動：

連携研究者西畑は、双曲・楕円型方程式系及び双曲・放物型方程式系の解の時間大域的構造について考察し、半導体の流体力学モデルやプラズマのオイラー・ポアソン方程式系に対し時間大域解が存在して、定常解に収束する事を示した。また、プラズマが固定壁に接する境界周辺に構成されるシースと呼ばれる境界層について研究し、Bohm条件のもとで定常解の存在と時間安定性を証明した。連携研究者柳沢は、非斉次境界条件下の定常磁気流体方程式に対する境界値問題を考察し、定常解の存在定理と、得られた定常解の安定性に関する新たな結果を得た。連携研究者の小田中は、半導体における量子流体モデルについて、量子エネルギー輸送モデルを導出し、それに対する数値スキームと反復解法を開発、定常問題に対する数値シミュレーションを実現した。

(5)消散型非線形波動方程式の解の時間大域構造：

研究代表者松村は、和歌山大学片山聡一郎と大阪大学砂川秀明との共同研究において、3次の非線形項を持つ空間2次元での非線形波動方程式系を考察し、非線形項の満たすある構造条件の下、小初期値に対し時間大域解が存在すること及びその減衰評価を示した。連携研究者西原はある種の半線形消散型波動方程式の時間大域解を考察し、大域存在と爆発を分かつ非線形性についての臨界指数を得た。携研究者甲斐は、凸性を持たない移流項を持つ消散型一次元波動方程式の半空間での初期値境界値問題を考察し、定常解や希薄波の漸近安定性を従来より一般の移流項の場合に示した。

(6)大規模力学系の解の時間大域構造：

研究分担者茶碗谷は、散逸的な大自由度カオス系の漸近的挙動について解析し、微視的なカオスによるノイズ的な揺らぎと巨視的な集団運動による構造をもった揺らぎの共存により、広い時間スケールにわたる間欠的な状態変化が発生する機構の存在を示した。また、非自律系における分岐現象について考察し、準周期系においてアトラクターがトラスからカオスへと変化する2つの代表的な分岐経路の違いが、比較的簡単に観測できるアトラクターの大きさの変化の連続性の違いとして現れること及びこれらの2種類の分岐がぶつかる分岐点近傍においてアトラクターの大きさが特異的な変化を示すことを明らかにした。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計33件)

L.Fan, A.Matsumura, Asymptotic stability of a composite wave of two viscous shock waves for the equation of non-viscous and heat-conductive ideal gas, J. Differential Equations, 査読有, Vol.258,2015,1129-1157.

DOI:10.1016/j.jde.2014.10.010

X.Huang, A.Matsumura, A characterization on breakdown of smooth spherically symmetric solutions of the isentropic system of compressible Navier-Stokes equations, Osaka J. Math., 査読有, Vol.52,2014,271-283.

<https://projecteuclid.org/euclid.ojm/1427202881>

I.Hashimoto, Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for the Burgers equation in several space dimensions, Nonlinear Anal., 査読有, Vol.100,2014,43-58.

DOI: 10.1016/j.na.2014.01.004

S.Sho, S.Odanaka, A quantum energy transport model for semiconductor device simulations, J. Comp. Phys., 査読有, Vol.235,2013,486-496.

DOI:10.1016/j.jcp.2012.10.051

A.Matsumura, N.Yoshida, Asymptotic behavior of solutions to the Cauchy problem for the scalar viscous conservation law with partially linearly degenerate flux, SIAM J. Math. Anal., 査読有, Vol.44,2012,2526-2544.

DOI: 10.1137/110839448

K.Matsushita, M.Sasaki, T.Chawanya, Chaos in AC-Driven Motion of Confined Magnetic Domain Wall, J. Phys. Soc. Jpn., 査読有, Vol.81,2012,063801-1,-4.

DOI:10.1143/JPSJ.81.063801

K.Nishihara, Asymptotic behavior of solutions for a system of semilinear heat equations and the corresponding damped wave system, Osaka J. Math., 査読有,

Vol.49,2012, 331-348.

<https://projecteuclid.org/euclid.ojm/1340197929>

M.Ohnawa, M.Suzuki, S.Nishibata, Asymptotic stability of boundary layers to the Euler-Poisson equations arising in plasma physics, SIAM J. Math. Anal., 査読有, Vol.44,2012,761-790.

DOI:10.1137/110835657

N.Tsuge, Existence of global solutions for unsteady isentropic gas flow in a Laval nozzle, Arch. Ration. Mech. Anal., 査読有, Vol.205,2012,151-193.

DOI: 10.1007/s00205-012-0503-x

R.Farwig, H.Kozono, T.Yanagisawa, Leray's inequality in general multi-connected domains in R^n , Math. Ann., 査読有, Vol.354,2012,137-145.

DOI:10.1007/s00208-011-0716-6

〔学会発表〕(計76件)

橋本伊都子、Asymptotic behavior of radially symmetric solutions for Burgers equation in several space dimensions、第11回日独流体数学国際研究集会、2015年3月、早稲田大学

小田中紳二、A simulation study of short channel effects with a QET model based on Fermi-Dirac statistics for Si, Ge, and III-V MOSFETs、2015 Joint International EUROS01 Workshop and International Conference on、2015年1月26日、Bologna (イタリア)

松村昭孝、A blowup criterion of spherically symmetric classical solutions for an isentropic model system of viscous gas、Mathematical Analysis on Fluid Dynamics and Conservation Laws、2015年1月23日、東京工業大学

西原健二、On the Cauchy problem for weakly coupled system of damped wave equations、“The 10th AIMS Conference on Dynamical Systems, Differential Equations and Applications”、2014年7月9日、Madrid (スペイン)

柳沢卓、The stability of stationary solutions to the MHD equations under the inhomogeneous boundary condition、Fluid Dynamics and Electromagnetism: Theory and Numerical Approximation、2014年6月5日、Trento (イタリア)

西畑伸也、Asymptotic stability of stationary solutions to the Euler-Poisson equation arising in plasma physics、IMS Workshop on Nonlinear PDEs from Fluids and related Topics、2014年3月25日、香港城市大学(香港)

松村昭孝、Asymptotic behavior toward a multi-wave pattern for the scalar viscous conservation law、“Recent Advances in PDEs and Applications”、2014年2月21日、Trento

(イタリア)

茶碗谷毅、Characteristic features of the heteroclinic networks with a child-cycle、The 9th AIMS Conference、2012年7月3日、Orlando (アメリカ)

柘植直樹、Existence of Global Solutions for Unsteady Isentropic Gas Flow in a Laval Nozzle、第7回日独流体数学国際研究集会、2012年11月7日、早稲田大学

6. 研究組織

(1) 研究代表者

松村 昭孝 (MATSUMURA AKITAKA)
大阪大学・大学院情報科学研究科・教授
研究者番号：60115938

(2) 研究分担者

茶碗谷 毅 (CHAWANYA TAKESHI)
大阪大学・大学院情報科学研究科・准教授
研究者番号：80294148

(3) 連携研究者

小田中 紳二 (ODANAKA SHINJI)
大阪大学・サイバーメディアセンター・
教授
研究者番号：20324858

(4) 連携研究者

西原 健二 (NISHIHARA KENJI)
早稲田大学・政治経済学部・教授
研究者番号：60141876

(5) 連携研究者

西畑 伸也 (NISHIBATA SHINYA)
東京工業大学・大学院情報理工学研究科・
教授
研究者番号：80279299

(6) 連携研究者

柳沢 卓 (YANAGISAWA TAKU)
奈良女子大学・大学院自然科学研究科・
教授
研究者番号：30192389

(7) 連携研究者

柘植 直樹 (TSUGE NAOKI)
岐阜大学・教育学部・准教授
研究者番号：30449897

(8) 連携研究者

庵原 隆雄 (IOHARA TAKAO)
大阪大学・大学院理学研究科・助教
研究者番号：00294140

(9) 連携研究者

甲斐 伊都子 (KAI ITSUKO)
(旧姓 橋本 (HASHIMOTO))
富山工業高等専門学校・一般教育科・
准教授
研究者番号：30449897