様　式　Ｃ－１９、Ｆ－１９、Ｚ－１９　（共通）

科学研究費助成事業　　研究成果報告書

平成 ２６ 年　 ５ 月 ２３ 日現在

機関番号：１２１０２
研究種目：基盤研究(B)
研究期間：2011～2013
課題番号：２３３４００５４
研究課題名（和文）格子ＱＣＤによるＫ中間子崩壊振幅の研究

研究課題名（英文）Study of K meson decay amplitudes from the lattice QCD

研究代表者
石塚　成人（Ishizuka, Naruhito）

筑波大学・数理物質系・准教授

研究者番号：７０２５１０３０

交付決定額（研究期間全体）：（直接経費）　10,300,000円、（間接経費）　3,090,000円

研究成果の概要（和文）：本研究の目的は、K中間子崩壊振幅を格子QCDにより数値計算し、中性K中間子系でのΔI=1/2則の解明と、CP非保存パラメータを標準模型から求めることである。本研究では、K中間子がゼロ運動量の2つのπ中間子に崩壊する場合の崩壊振幅を計算した。計算はπ中間子質量=280MeV の元で行った。Re(A0),Re(A2) に関して、我々の方法が有効であることが分かった。我々の結果は Re(A0)/Re(A2)=24.7±14.7 であり、A0 の増大性がみられた。これにより、我々の計算方法を用いて、現実のクォーク質量に近い点で計算を行うことにより、将来 ΔI=1/2則の解明がなされる可能性が示された。

研究成果の概要（英文）：An aim of this project is a study of the Delta I=1/2 rule in the neutral K meson system and a calculation of the CP violation parameter from the Standard model of the particle physics by a lattice calculation of the K meson decay amplitudes. We consider the K meson decay process to the zero momentum two pion. Our calculations are carried out at the pion mass 280 MeV. We found that our methods are efficient for a calculation of the decay amplitudes Re(A0) and Re(A2). Our result is Re(A0)/Re(A2)=24.7(14.7) and the enhancement of Delta I=1/2 process is shown. From this, understanding of the Delta I=1/2 rule by calculations with our method at near physical point is expected in the future.

研究分野：素粒子物理学

科研費の分科・細目：物理学・素粒子・宇宙線・宇宙物理

キーワード：格子場の理論　素粒子標準模型　K中間子崩壊振幅　ΔI=1/2則　CP非保存パラメータ

１．研究開始当初の背景

素粒子標準模型には昔からの未解決問題で、かつ理論の検証において極めて重要な問題が残されている。中性K中間子崩壊でのΔI=1/2則の解明と、CP非保存パラメータの理論からの予測である。これらの問題にはK中間子が二つのπ中間子に崩壊する過程の崩壊振幅を求める必要がある。崩壊振幅を格子 QCD により第一原理から計算することは、問題解決に極めて重要である。

K 中間子崩壊過程には、終状態のアイソスピンが 0 と 2 の二つの場合があり、それぞれの振幅を A_0 と A_2 と呼ぶ。格子 QCD で計算する場合、A_0 の計算が非常に難しい。その理由は、「非連結グラフ」と呼ばれるグラフが存在し、そのため統計誤差が非常に大きくなるからである。そのため、A_0の計算は有効理論を基礎とした計算しかなかったが、ようやく 2010 年、RBC-UKQCD グループによって直接計算の結果が発表された。これは、初の有効理論によらない第一原理計算であり、画期的な成果であった。しかし、計算が現実のクォーク質量よりかなり重い点で行われていたことと、A_0の統計精度が非常に悪かったために、最終結果の信頼性に問題が残っていた。

２．研究の目的

本研究の目的は、 A_0 と A_2 両方の K 中間子崩壊振幅を格子QCDにより数値計算し、素粒子理論において未解決問題であるΔI=1/2則の解明と、CP非保存パラメータの理論から予測を行うことである。そのために、数値計算上最大の問題である非連結グラフを含むハドロン伝搬関数の計算方法の開発を、より問題が簡単な一体ハドロンの問題である η' 中間子の質量の問題(U(1)問題)から始める。次に、そこで開発された計算方法を応用し、確率振幅の計算方法の確立を目指す。

３．研究の方法

(1) η' 中間子の質量の問題(U(1)問題)

崩壊振幅を計算する上で最大の障壁になっている非連結グラフの計算方法の開発を目的とする。質量は時間相関の時間依存性から求める。 η' 中間子は η中間子 と同じ量子数を持つため混合が起きる。その混合を解くために、以下の二つの演算子を考える。

$$\mathcal{O}_1 = \bar{u}\gamma_5 u + \bar{d}\gamma_5 d$$
$$\mathcal{O}_2 = \bar{s}\gamma_5 s$$

これら二つの演算子から相関関数行列

$$G_{ij} = \langle\, \mathcal{O}_i(t)\mathcal{O}_j(0) \,\rangle$$

を作る。そして、この行列の固有値を計算し、基底状態と第一励起状態の相関関数を求める。それらの相関関数の時間 t が大きい領域での時間依存性 ： exp(-M t) から、η中間子(基底状態) と η' 中間子(第一励起状態)の質量を求める。相関関数の計算には図１のグラフの計算を必要とするが、第二項目が非連結グラフである。このグラフの計算には stochastic noise 法を試みた。

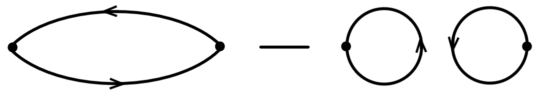

図.1

(2) K中間子崩壊振幅

η' 中間子の質量の問題で開発された計算方法を崩壊振幅の計算に応用する。この研究では、K 中間子の質量がπ中間子の質量のほぼ二倍の場合について考え、K 中間子が二つのゼロ空間運動量を持つπ中間子へ崩壊する場合の崩壊振幅: A_0, A_2を計算する。

崩壊振幅を計算するためには、10個のΔS=1演算子(Q_j)と、K中間子と二体π中間子状態からなる行列要素 M_I を求める必要がある：

$$M_I(Q_j) = \langle K |\, Q_j \,| \pi\pi; I \rangle$$

ここで、I は終状態のアイソスピンを表す。崩壊振幅はこれらの行列要素に係数関数をかけ、A_0の場合は $M_0(Q_j)$、A_2 の場合は$M_2(Q_j)$の線形結合をとって得られる。行列要素 M_I を求めるために、K中間子の演算子(K)、２体π中間子の演算子($(\pi\pi)^I$)、ΔS=1 演算子(Q_j)からなる時間相関関数 G_I を計算する ：

$$G_I(Q_j)(t) = \langle\, K(t_K)\, Q_j(t)\, (\pi\pi)^I(t_\pi) \,\rangle \qquad \text{-(1)}$$

時間領域 $t_K >> t >> t_\pi$ ではこの関数は以下の様に振る舞う。

$$= M_I(Q_j) \cdot \mathrm{e}^{-E_{\pi\pi}(t-t_\pi)-m_K(t_k-t)} \qquad \text{-(2)}$$

ここで、$E_{\pi\pi}$は二体π中間子のエネルギーである。この時間依存性から行列要素 M_I を計算する。

時間相関関数は、図.2で示される４つのグラフの線形結合で表される。 M_2 の場合は type1 のみが寄与するが、M_0の場合は全てのグラフが寄与する。4番目(type4)が非連結グラフである。このグラフには、始点終点が弱演算子であるクォークループが存在する。この部分の計算に先の stochastic noise 法を用いる。更に、ホッピング定数展開法と不完全収束法を合わせて用いることによって統計誤差を押さえることを考えた。

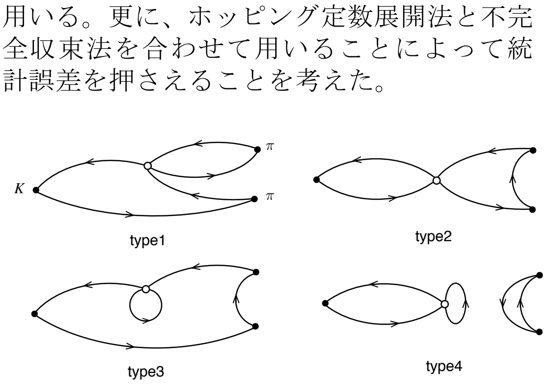

図.2

4．研究成果

(1)η' 中間子の質量の問題(U(1)問題)

計算は、二つのクォーク質量（π中間子質量 m(π)=410MeV と 280MeV に対応)で、格子間隔 a=0.091fm, 格子サイズ L=2.9fm の元で行った。ゲージ配位はPACS-CS グループによって生成された配位と、それをもとに更に生成したものを用いた。前節で説明した方法により時間相関関数を計算した。m(π)=280MeV での結果を図.3にのせた。

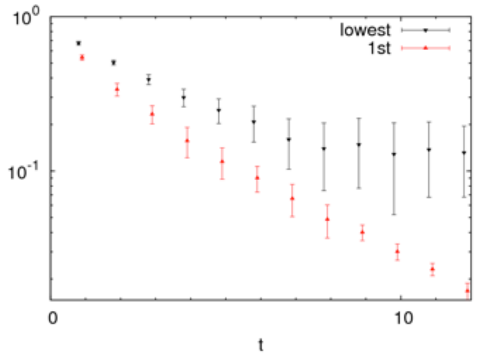

図.3

図では、黒丸が η中間子(基底状態)で、赤丸が η'中間子(第一励起状態)の相関関数である。両方の状態ともにきれいな指数関数減少がみられる。

相関関数から得た η' 中間子の質量 m(η')の結果は以下である。

m(η')= 850(68)MeV for m(π)=410MeV
m(η')=1050(240)MeV for m(π)=280MeV

これらは実験値 m(η')=958 MeV を、おおむね再現している。問題の完全な理解のためには、現実のクォーク質量に近い点で計算を行い、クォーク質量依存性を詳細に調査する必要がある。これは将来やるべき問題として残された。しかし、計算方法自体は非常に有効な方法であることが分かった。これにより、この方法 : stochastic noise 法 が崩壊振幅計算に対しても有効であることが期待された。

(2) K 中間子崩壊振幅

計算は、π中間子質量 m(π)= 280MeV、格子間隔 a=0.091fm、格子サイズ L=2.9fm の元で行った。ゲージ配位はPACS-CS グループによって生成された配位と、それをもとに更に生成したものを用いた。配位数の総計は元々のPACS-CS の4倍である。これらのパラメータのもと、K 中間子が二つのゼロ空間運動量をもつπ中間子へ崩壊する場合の崩壊振幅 A_0 ,A_2 を計算した。

時間相関関数 $G_I(Q_j)$は前節の式(1)で定義されるが、この研究では、K 中間子の演算子を t_K=24、2体π中間子の演算子を t_π=0 に固定し、ΔS=1 演算子 Q_j の時間 t を動かして計算した。行列要素 $M_I(Q_j)$は $t_K >> t >> t_\pi$ での時間依存性(前節の式(2))から求められる。

時間相関関数の時間依存性を直接解析する代わりに、以下で定義される関数から行う方が便利である。

$$M_I(Q_j)(t) = G_I(Q_j)(t)\cdot e^{E_{\pi\pi}(t-r_\pi)+m_K(t_K-t)}$$

この関数は式(2)より、$t_K >> t >> t_\pi$ では一定値をとり、その値は行列要素 $M_I(Q_j)$ である。以下この関数を「局所行列要素」と呼ぶことにする。

はじめに、終状態のアイソスピンが2である場合($M_2(Q_j)$)について結果を示す。この場合、独立な行列要素は Q_1, Q_7, Q_8 についての3つである。これらの演算子の局所行列要素 $M_2(Q_j)$(t) を図.4 に載せた。

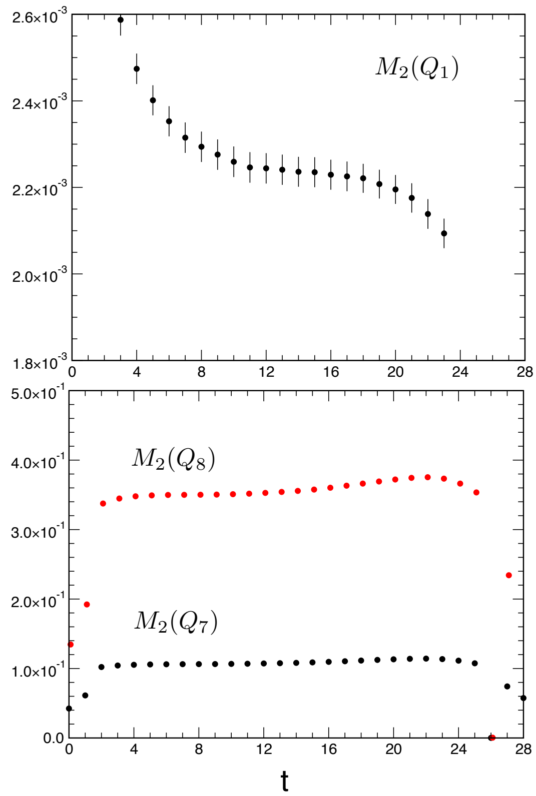

図.4

図では、格子間隔の3乗をかけて無次元化した局所行列要素をプロットした。横軸がΔS=1 演算子(Q_j)の時間 t である。図から分かるように、何れの演算子についても、t=9 から 14 付近で一定値をとっている。この時間領域で定数フィットすることにより行列要素を求めた。

次に終状態のアイソスピンが0である場合($M_0(Q_j)$)について結果を示す。この場合、前節で述べた様に非連結グラフが存在する。このグラフの計算には、η' 中間子の質量の問題で使われ、その有効性が示された stochastic noise 法を用いる。更に、ホッピング定数展開法と不完全収束法を合わせて用いた。

アイソスピンが0の場合、10個のΔS=1 演算子(Q_j)のうち7個の演算子が独立な行列要素演算子をあたえる。この中で特に重要な演算子は、Re(A_0)に主な寄与をあたえる演算子

Q_2 と、$\mathrm{Im}(A_0)$に与える Q_6 である。よって、これらの演算子は K 中間子崩壊での$\Delta I=1/2$ 則の解明と、CP 非保存パラメータの予測にとって重要な演算子である。これらの演算子の局所行列要素 $M_0(Q_j)(t)$ を図.5 に載せた。

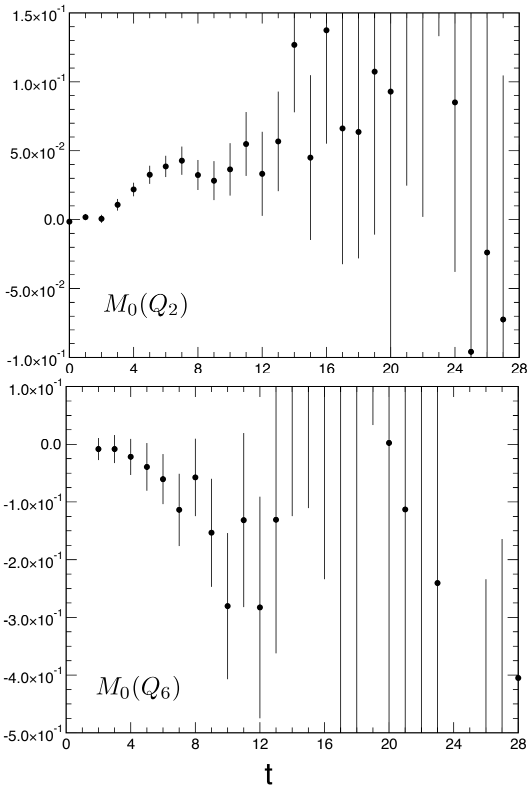

図.5

図では格子間隔の 3 乗をかけて無次元化した局所行列要素をプロットした。横軸が$\Delta S=1$ 演算子(Q_j)の時間 t である。先ほどの終状態のアイソスピンが 2 の場合 $(M_2(Q_j))$に比べ統計誤差が大きいことが分かる。これは、非連結グラフから大きな統計揺らぎが生まれるためである。しかし、局所行列要素は t=9 から 14 付近で一定値をとっており、統計的に有意な行列要素を引き出せることを示している。この時間領域で定数フィットすることにより行列要素を求めた。

連続理論での行列要素は、格子 QCD で得られた行列要素に対し、繰り込み定数による補正を行って得られる。この研究では 1 loop オーダーで摂動論を用いて計算された繰り込み定数を用いた。この得られた行列要素に係数関数を掛ければ、崩壊振幅 A_0 ,A_2 が求められる。このようにして得られた崩壊振幅の結果は以下である。

	今回	実験値
$\mathrm{Re}A_2$ ($\times 10^{-8}$ GeV)	2.426 ± 0.038	1.479 ± 0.004
$\mathrm{Re}A_0$ ($\times 10^{-8}$ GeV)	59.9 ± 36.0	33.2 ± 0.2
$\mathrm{Re}A_0/\mathrm{Re}A_2$	24.7 ± 14.7	22.45 ± 0.06

ここで、3 列目が実験値である。$\mathrm{Re}A_2$ は小さい統計誤差で求められているが、値が実験値より大きい値をとっていることが分かる。崩壊振幅の質量依存性は有効理論より

$$A_I \propto (m_k^2 - m_\pi^2) \qquad -(3)$$

の形をしていることが予想されている。よって、我々が求めた A_2 が実験値より大きい値をとるのは、計算が実際のクォーク質量より重い点（ π中間子質量 m(π)=280MeV に対応 ）で行われた為と考えられる。より現実の質量に近い点で計算し、有効理論で予測されている質量依存性を確認することが次の問題として残された。

それぞれの崩壊振幅 A_I は式(3)の質量依存性をもつが、その比をとれば依存性が小さくなり現実のクォーク質量での値が見積もれると考えられる。我々の結果は統計誤差が大きいものの、$\mathrm{Re}A_0/\mathrm{Re}A_2$ が 1 よりも非常に大きい値をとるという「$\Delta I=1/2$ 則」を示唆する結果となっている。格子 QCD による崩壊振幅の計算により、$\Delta I=1/2$ 則を示唆する結果を得られたのは、これが初めてである。

CP 非保存パラメータの結果は以下である。

$$\mathrm{Re}(\epsilon'/\epsilon) = (0.80 \pm 2.54) \times 10^{-3}$$

これに対し実験値は $1.65(26)\mathrm{x}10^{-3}$ である。残念ながら、統計誤差が悪く有限値が出せていない。

この研究では、K 中間子崩壊振幅を格子 QCD により計算した。計算では、一体ハドロンの問題である η' 中間子の質量の問題(U(1)問題)で開発された計算方法を、崩壊振幅の計算に応用した。実際の計算により、我々の計算方法の有効性が示された。$\Delta I=1/2$ 則に関しては、$\mathrm{Re}A_0/\mathrm{Re}A_2$ が 1 よりも非常に大きい値をとるという「$\Delta I=1/2$ 則」を示唆する結果が初めて得られた。これは、問題解決の重要な一歩である。将来、我々の計算方法を用いて、現実のクォーク質量に近い点で計算を行い、クォーク質量依存性を調べることによって、問題が解決される可能性を示した。

しかし、CP 非保存パラメータに対しては、統計誤差が未だ大きく、更なる計算の改良が必要であることが明らかとなり、将来の課題として残された。

本研究の研究成果は、2014 年 8 月に論文投稿予定である。

５．主な発表論文等
（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計１件）

N.Ishizuka, K.I.Ishikawa, A.Ukawa, T.Yoshie、
Calculation of K->ππ decay amplitudes with improved Wilson fermion、
Proceeding of Science (LATTICE 2013) 474(1-7)、査読有り、2013年、
URL:http://pos.sissa.it/cgi-bin/reader/conf.cgi?confid=187

６．研究組織
(1)研究代表者
石塚　成人（ ISHIZUKA, Naruhito ）
筑波大学･数理物質系･准教授
研究者番号： 70251030

(2)研究分担者
宇川　彰（ UKAWA, Akira ）
筑波大学･数理物質系･教授
研究者番号： 10143538

吉江　友照（ YOSHIE, Tomoteru ）
筑波大学･数理物質系･准教授
研究者番号： 40183991

(3)連携研究者
石川　健一（ ISHIKAWA, Kennichi ）
広島大学･理学研究科･准教授
研究者番号： 60334041