

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 16 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23501019

研究課題名(和文) デザイン実験による算数を数学に接続する授業・カリキュラムの開発研究

研究課題名(英文) The developmental study of classroom lessons and curriculums for connecting between elementary and secondary mathematics through design experiments

研究代表者

岡崎 正和 (Okazaki, Masakazu)

岡山大学・教育学研究科(研究院)・准教授

研究者番号：40303193

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,200,000円、(間接経費) 960,000円

研究成果の概要(和文)：本研究は、算数と数学の接続を図る授業とカリキュラムを、小中学校の授業に関するデザイン実験を通して開発することを目的とした。理論的には、授業構成を支える認識論、数学教育学における理論形成、記号論的視点の検討を行った。実践的には、主として図形の包含関係、図形の定義、中学1年での比例に関して実験授業を行い、その質的分析を通して、算数と数学の接続に関する理論的・実践的な知見を抽出し、概念化を図っていった。

研究成果の概要(英文)：This study aimed at developing classroom lessons and curriculum for connecting between elementary and secondary mathematics through a design experiment methodology. We first examined several theoretical viewpoints of the epistemological studies sustaining mathematics classroom practices, the theory building in mathematics education, and the semiotic views. Next, we analyzed the experimental lessons we designed and implemented on inclusion relations between geometric figures, geometrical definitions in the elementary school, and proportion in the junior high school by using the grounded theory approach. Last, we conceptualized our findings from the data analysis towards constituting theory and practice bridging between elementary and secondary mathematics.

研究分野：数学教育学

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学，科学教育

キーワード：科学教育 算数と数学の接続 デザイン実験

科学研究費助成事業 研究成果報告書

1. 研究開始当初の背景

算数と中学数学との乖離は、戦後以来の数学教育の問題であり、生徒が文字式、関数、証明といった内容の理解に困難を示すこととして意識される。現行学習指導要領では、小学校と中学校の接続に言及されるなど、算数と中学数学の接続に関する研究の必要性は益々高まっている。特に、算数を中学数学の目から見直し、算数の充実を図る研究は世界的に開始されていて、本研究でもこれまで算数と中学数学の両方で授業開発と理論構築に関する研究を実施してきた。

算数と中学数学に乖離が生じる理由の一つは、算数から数学への接続を促す授業とは何か、またいかなるカリキュラム教材が接続に機能するかということが十分に明らかになっていないことが挙げられる。現行学習指導要領では算数・数学の内容が増加したが、過去の学習指導要領の時にも算数と数学の乖離が起きていたことに鑑みれば、むしろ授業の質的な充実が課題になると考える。

筆者はこれまでに、単元を総合的に展開できる学習環境の中で、子どもたちが活動を通して知識を身に付け、その知識を活用させる中で、中学数学との確かなつながりを確保するという視点から、理論的枠組みの構築を行ってきた。また、デザイン実験の方法論を援用し、小学校、中学校の教師の協力を得て、小学校高学年の小数除法、図形の包摂関係、中学校1年の正負の数の加減乗除、図形の移動と作図の授業開発研究をすすめてきた。さらに、その質的分析研究を通して、算数から数学への移行を促す理論的視点や実践的知見を導出してきた。

本研究は、こうした研究の経緯のもと、算数を数学に接続する「実践」により軸足を置いて、そうした実践をより確かなものにすることを目指し、算数を数学に接続する授業の

実際および実践研究に根ざしたカリキュラム構成を推し進めるものである。

2. 研究の目的

本研究で構想する算数と数学の接続過程は、中学2年の一次関数と証明へつながる小学校高学年の算数、中学校1年の数学の学習指導である。これらへの接続を図る上で、高学年の算数および中学1年の学習指導をどのように改善することができるか、ということが本研究の主な関心にある。

本研究の目的は次の通りである。

- ・ これまでの理論的・実践的研究の成果をもとに、上記の接続を成し遂げる為の教材、指導法、単元構成を、小学校と中学校で使用可能な形に再構成する(意図したカリキュラム)
- ・ 小中学校でデザイン実験を実施して、子どもたちの学習を質的に評価しながら、授業構成の内実を明らかにする(実施したカリキュラム)
- ・ さらに、実験クラスの子供達の学習を、他のクラスの子供達の学習と比較して、その学習効果を見極めつつ、授業構成全体をふり返って、多くの学校で使用可能な形にカリキュラム化を図る(達成したカリキュラム)

また、実践研究に基づきながら、算数と数学の接続を促す理論的枠組みの構築を進めることや、デザイン実験の方法論自体を洗練させることも目的とするところである。

3. 研究の方法

研究方法として、デザイン実験の方法論に基づいて、理論的研究と実践的研究を往復させながら、知見を抽出し、理論化する方法をとる。

「理論から実践へ」は、まず授業を全体論

的に展開する上で、授業実践を行う為の理論的視座や授業実践を支える根本的な原理を明らかにするとともに、以前に実施した授業や調査のデータを再分析し、授業設計に必要な視点を確認する。これらを踏まえて、実際に授業設計を行っていく。

実践面では、小学校で図形の包含関係・定義の構成に関する授業を設計して実施する。また中学校では、中学1年の比例と中学2年の一次関数に関する授業を設計し実施する。いずれも単元レベルでの授業設計を行い、10～15時間程度の授業を実施する。授業の記録として、ビデオカメラ、ICレコーダ、フィールドノートによる記録を行い、あわせてビデオや音声記録に関しては、テープ起こしを行う。また、過去の研究の中で収集した授業データとして、小学5年生の小数除法の授業データと中学1年の図形の移動・作図のデータも参照する。

次に、「実践から理論へ」の流れでは、データに関して質的研究法、とりわけグラウンデッドセオリーアプローチを用いて、授業における児童・生徒の学習過程の特徴を分析し、カテゴリー化しながら理論的要素を抽出していく。また、教師による手だてや学習環境が果たした役割も分析する。さらに、授業開発研究から明らかになったことを、教師達と総合的に検討しながら、教材、指導法、単元構成を作り上げ、カリキュラム化していく。また、これらをもとに、算数を数学に接続する理論的枠組みを洗練させていく。

4. 研究成果

(1) 授業を構成する上での基盤となる理論的視座の検討

授業構成の背景をなす認識論

まず、算数から数学への移行を意図した授業デザインを構成する上で、授業構成の背景

となる認識論について吟味した。ここでは、教室での様々なパラドキシカルな状況が客観主義の認識論によって引き起こされていることを確認し、次に急進的構成主義と社会文化主義の論争を吟味することによって、「社会的」「間主観性」に異なる見方が存在すること、各々の認識論が基礎におくメカニズムである反省的抽象と内面化のとらえ方を明らかにした。最後に、小文字の意味での様々な現実に対処する必要性と、認識論研究の今後の課題に言及した。

数学教育学の理論形成についての検討

次に、数学教育学の理論形成に関する問題を、認識論と研究方法論を視点として吟味した。まず、課題と研究、研究と実践、課題と実践のそれぞれを媒介する理論の役割を示し、グランド理論と中範囲の理論の区別をしつつ、中範囲の理論形成の重要性を指摘した。次に、理論と実践の往還、とりわけ実践の理論化における諸問題を考察し、理論形成における認識論、パラダイム、数学観、目標論の効果や影響を制御する視座をもつことと、授業に基づいて理論形成を行う研究方法論とその質保証の基準を整備することが、数学教育の理論形成において重要であることを指摘した。

記号論的視座、特にジェスチャーと概念ブレンドの理論の検討

生徒の学習過程、とりわけ関数学習を分析する上で、記号論的アプローチ、ジェスチャー、概念ブレンドの理論を検討した。

記号論的アプローチでは、記号使用に関する困難性や記号の役割を吟味した。まず、表現の多様性に関して、数学学習で中心的に現れる表現（表、式、グラフ）とその他の表現（絵図など）、表現を説明する為の言葉、表現と事象との関係を説明する言葉等が数学学習で現れることに着目した。さらに、表現

から表現への変換として、同種の表現への変換（内 - 記号的変換）と異種の表現への変換（間 - 記号的変換）で必要となる考え方を吟味した。ここでは、同種のまたは異種の表現間の変換の過程で、表現が同じ対象を表すことを保持する、ということ、生徒はどのように認識したり判断したりできるかということ、を、中心的な課題として考えた。

これを解明すべく、概念ブレンドの理論とジェスチャーについて検討した。概念ブレンドは、新しく融合されたメンタル・スペースを生み出すための、2 つまたはそれ以上の心的な過程の概念的統合として定義される。上記の課題は、いかにして異なる表現が意味を伴って融合されうるか、ということに言い換えられる。2つの入力空間とその融合空間の関係がどのように生じるかを、関数学習に関して吟味した。その際、少なくとも一方の入力空間がジェスチャー化され、馴染み深いものであるときに、融合が促進されるとするグラウンデッドブレンドの考えが有効に働きうることを、調査の分析から明らかにした。

また、データ分析の結果として、記号的変換を行う際に、記号の意味を一貫させる基礎的な見方をジェスチャーを用いて明らかにすることで、表現と表現や、表現と事象の一体化が図られ得ることが明確になった。

(2) 算数と数学を結ぶ実践的研究

図形の包含関係における子どもの論理の発達についての検討

一つ目の実践的研究として、小学校高学年における中学校論証への接続過程として、図形の包含関係の学習を想定し、児童がどのような推論を発達させ得るかを、デザイン実験を通して明らかにすることを試みた。

四角形の包含関係の授業を構想し、実践を行い、その結果に関して児童が示した推論を

抽出し、カテゴリー化した。その結果、(1) 図形の性質間の類似性と相違性に基づく論拠、(2) 一般と特殊の関係に基づく論拠、(3) 関係間の整合性と他者の説得に基づく論拠、としての推論発達の様相が見いだされた。いずれも動的な見方を基礎にして生じていることが特徴として挙げられる。また、図形の包含関係の学習が論証へ向けての道筋に位置づくことと、一方でその学習だけでは図形の定義を機能させるまでには至らないことも示唆された。

図形の定義の構成過程の研究

この研究は、小学 5 年生が図形の定義を、その決定条件としてどのように構成できるかという点から、経験的認識から論理的認識への移行の諸側面を明らかにすることを目指したものである。デザイン実験を通して、こうした定義の認識を児童が高めた 5 つの状況を同定した。(a) 図形を決定するというものの意味を理解する状況、(b) 負事例をもとに正事例の構成の仕方を示すことと、比較によってその構成を正当化する状況、(3) 同値な組み合わせを認識する状況、(4) 反例を通して未決定な場合を吟味する状況、(5) 図形を、与えられた現実性を越えて、関係として捉える状況、の 5 つである。これらの状況は、演繹的証明を理解することへ向けた道筋に沿って、児童の図形認識能力を高めるのに機能する重要な段階をなしていると考えられる。

関数領域における算数と数学との接続に関する検討

この実践的研究は、小学 4、5 年の授業観察からの知見と、中学 1 年「比例」における教授実験をもとに、小中接続期の児童・生徒の関数概念の発達の様相を吟味するものである。教授実験の分析からの主な知見をまとめれば次のようになる。第一に、小中接続期の児童・生徒の関数概念の発達を捉える上で、

シンボル化・シグナル化の理論的視点が機能する。第二に、事象の動きのイメージをもち、アナログの見方からデジタルの見方に切り替えながら依存関係を捉えることが、関数学習の基盤となる。第三に、表記を用いた活動を、事象に関する言葉で語ることによって、シンボル化が促される。第四に、事象を媒介にして複数の表記を関連づけることによって、シンボル化が促進されるとともに、シグナル化への契機となる。また、事象の変化の様子を核にして相互に表記を結びつけることを通して、表、グラフ、式の間表記間の相互の連絡がつき、一体的に捉えられるようになるとともに、関数的概念における変化の割合の意味を深めていくことができる。

数学学習における文化的視点の検討

この研究は、算数と中学数学の接続に関連の深い、日常生活と数学との接続について、文化的視点から高等学校数学の学習指導に関して探究したものである。とりわけ自信や意欲を失いがちな高等学校の一つのクラスに焦点をあてて、その授業観察と質的分析研究を通して、彼らの自己効力感を高める学習を吟味した。

理論的視点として、数学的活動と価値、教授学的状況論や記号論的連鎖に基づく学習軌道、生徒の自己効力感とそれが高められる学習環境について吟味した。

次に、高等学校の数学の授業観察とその分析を行うとともに、理論的視点を加味して実践を再構成した。これらを通して我々は数学教育における文化的視点の本質は数学を人間の生きた活動としての地位に引き戻す努力にあると捉えた。分析から得られた示唆としては、生徒と数学を結ぶ学習指導を行うためには、常に生徒の日常的思考と数学的な思考のギャップに目を向けて、生徒の問題意識を把握し、文脈性を重視した授業展開が必要

であることと、生徒が自ら活動した良さを感じることが自己効力感の向上に繋がっていることを述べた。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計13件)

Masakazu Okazaki、Fifth graders' arguments fostered in the learning of inclusion relations between geometric figures、Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education、査読有、Vol.3、2011、pp.281-288

岡崎正和、数学教育における認識論が実践、学習指導、研究方法論に与える影響について、日本数学教育学会、第44回数学教育論文発表会論文集、査読無、2011、pp.21-30

岡崎正和、岩崎秀樹、影山和也、和田信哉、図形の動的な見方の構造について：比喩的認識の視点から、日本教科教育学会誌、査読有、Vol.35、No.2、2012、pp.53-62

岡崎正和、数学教育における認識論研究の展開と課題の明確化 - 認識論が学習指導と研究に及ぼす影響を視点として -、全国数学教育学会、数学教育学研究、査読有、Vol.18、No.2、2012、pp.1-12

Masakazu Okazaki、Exploring the nature of the transition to geometric proof through design experiments from the holistic perspective、ICME12 Pre-Proceedings、査読無、2012、pp.1102-1121

岡崎正和、数学教育学の理論とその形成に関する課題 - 認識論、研究方法論との関わりを視点として -、日本数学教育学会、第45回数学教育論文発表会論文集、査読無、2012、pp.21-26

小野田愛、岡崎正和、関数学習における表現の変換を通じた理解過程の研究 - 記号論

的アプローチと概念ブレンドの理論を基にして -、日本数学教育学会誌、数学教育學論究、査読有、第 95 卷臨時増刊、2013、pp.81-88

久保拓也、岡崎正和、小中接続期における関数概念の発達の様相に関する研究、全国数学教育学会、数学教育學研究、査読有、第 19 卷、第 2 号、2013、pp.175-183

秋山真理、岡崎正和、文化的視点から生徒と数学を結ぶ高等学校数学科の学習指導のあり方に関する研究、全国数学教育学会、数学教育學研究、査読有、第 19 卷、第 2 号、2013、pp.89-99

Masakazu Okazaki、Identifying situations for fifth graders to construct definitions as conditions for determining geometric figures、Proceedings of the 37th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education、査読有、Vol. 3、2013、pp.409-416

Masakazu Okazaki、Development from empirical to deductive reasoning in the learning of inclusion relations between geometric figures、Proceedings of the 6th East Asia Regional Conference on Mathematics Education、査読有、2013、Vol.3、pp.30-40

小野田愛、岡崎正和、関数の学習過程を分析するための記号論的アプローチについて、日本教科教育学会全国大会論文集、査読無、2013、pp.230-231

岡崎正和、算数・数学科教材研究に含まれる教師の知識の様相について 数学教育學研究の課題にする為に、日本数学教育学会、第 1 回春期研究大会論文集、査読無、2013、pp.195-200

〔学会発表〕(計 5 件)

岡崎正和、数学教育における認識論が学習指導と研究に及ぼす影響 - 認識論研究の展開と課題を中心として -、全国数学教育学会、第 35 回研究発表会、2012 年 1 月 21 日 22 日、愛知教育大学。

秋山真理、岡崎正和、文化的視点からの数学学習に関する研究(2) - 価値と自己効力感に着目して -、全国数学教育学会、第 36 回研究発表会、2012 年 6 月 23 日 24 日、岡山大学教育学部・大学院教育學研究科

秋山真理、岡崎正和、文化的視点から生徒と数学を結ぶ学習指導のあり方に関する研究、全国数学教育学会、第 37 回研究発表会、2013 年 2 月 2 日 3 日、広島大学教育学部・大学院教育學研究科

久保拓也、岡崎正和、小中接続期における関数概念の発達の様相に関する研究、全国数学教育学会、第 37 回研究発表会、2013 年 2 月 2 日 3 日、広島大学教育学部・大学院教育學研究科

岡崎正和、小野田愛、関数学習における記号論的変換プロセスに関する研究 - 概念ブレンドの理論をもとにして -、全国数学教育学会、第 39 回研究発表会、2014 年 2 月 1 日 2 日、広島大学教育学部・大学院教育學研究科

〔図書〕(計 1 件)

中原忠男、岡崎正和、他、ミネルヴァ書房、算数的活動を活かした授業づくり、2011、245

6. 研究組織

(1) 研究代表者

岡崎 正和 (OKAZAKI MASAKAZU)

岡山大学・大学院教育學研究科・准教授

研究者番号：40303193