

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 16 日現在

機関番号：24506

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23510177

研究課題名(和文)有限グラフ上の探索問題の数理解析とその周辺

研究課題名(英文)Mathematical Analysis of Search Problems on Finite Graphs

研究代表者

菊田 健作(Kikuta, Kensaku)

兵庫県立大学・経営学部・教授

研究者番号：30126487

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 4,000,000円、(間接経費) 1,200,000円

研究成果の概要(和文)：有限グラフ上の探索問題において、探索者の初期位置が特定されていない場合の数理解析を行い最適戦略やゲームの値を求めた。また、同じグラフ上の複数の探索問題を総合的に考えて、協力ゲームのコアを応用する事により、統合による探索費用の節約額の再分配を考えた。費用が非加法的であるような探索問題の解析を新しく始めた。一方、分散システムにおける故障発見への応用をもつ偵察問題を輸送船とテロリストの間の多段階2人ゼロ和ゲームとして定式化した。輸送船は偵察ボートを備えていて機雷を発見・除去できるが、費用が小さくなるように偵察ボートを出す時期を決定する。テロリストの機雷の仕掛け方を二通り想定しそれぞれを考察した。

研究成果の概要(英文)：In a search problem on a finite graph, we calculated the value of the game and found the optimal strategies by mathematical analysis in the case where the initial position of the searcher has not been identified. In addition, by thinking in a comprehensive manner search problems on a graph, we applied the core of a cooperative game, considering the redistribution of savings of search costs through consolidation. We started a new analysis of a search problem with a non-additive cost. On the other hand, we formulated as a two-person zero-sum game with multi-steps a reconnaissance problem between the terrorist and the transport ship with an application to fault-finding in a distributed system. Transport ship is equipped with a reconnaissance boat to discover and remove the mines, and it must determine when to issue a reconnaissance boat so that the cost is smaller. We considered two cases, depending on how and when the terrorist sets the mine.

研究分野：ゲーム理論、経営科学

科研費の分科・細目：社会・安全システム科学、社会システム工学・安全システム

キーワード：探索理論 最適戦略 ゼロ和ゲーム

1. 研究開始当初の背景

(1): 切り換え費用を要するグラフ上の探索の問題: これまでに以下の(i)~(iv)のような成果を得ていた。研究開始頃に、他海外研究者によって、新しい視点からこの問題の分析がなされ、グラフが根付き木の場合に最適解が与えられていた。

(i)リニヤ・グラフの場合にベイズ解(探索目標の存在確率を与えて探索者の期待費用の最小化)について見通しが得られていた。(ii)グラフが根付き木である場合に、ミニマックス解(ゲームモデルの最適戦略)を求めた成果が公表されていた。(iii)構造が簡単な根付き木の場合に最適値の性質等を調べた。(iv)根付き木はサイクルを含まないので、主体の戦略等について、リニヤ・グラフの場合から予想できる点がある。グラフが一つの閉路のみからなりノードの調査費用に制約がある場合、ミニマックス解を得ていた。

(2): Accumulation Game : 査察・検証のモデルであり、海外研究者との共同研究の中で構築されたモデルである。それ以来、成果を数編の論文として公表してきた。その中には探索者の行動がグラフ上に制約された状況でのミニマックス解に関する成果もある。これに類似したモデルとして待ち伏せゲームがあり海外研究者との共同研究によって成果が得られていた。

(3): ランデブー探索: Alpern 氏の平成7年の論文以来、氏や他海外研究者を中心にして多数の論文が発表されている。研究代表者は、平成9年に半年程 Baston 氏の所に滞在しランデブー探索について学んだ。その後、ランデブー探索について他海外研究者との共同研究によって成果が得られて公表した。

(4): 安全管理問題: 研究分担者を中心にして、ネットワークで表現される分散システムの最適な安全管理について平成10年以来研究を続けてきた。特に分散相互排除問題における故障の発生について、従来はまったくのランダム性を仮定するしかなかったが、悪意のある故障に対してゲーム理論を適用することで、より実際的なアプローチができるようになった。

(5): 探索問題と協力ゲーム: いくつかの探索問題が、似たような構造を持つネットワーク上の探索問題としてモデル化できる場合、それぞれの問題の意思決定者が集まって相談し総合的に意思決定することができる。と想定して、問題解決後のコスト分配に協力ゲーム理論を応用することを考える。本研究課題においては新しいモデルである。

2. 研究の目的

以下の研究を随時進めていく。

(1)または(5): これまでの研究により、一般のグラフの場合に解析的に解くのは困難であることがわかっている。2つの問題が同じ構造を持つグラフ上の探索問題としてモデル化できる場合、これらの問題を統合した新しい問題にすれば、探索費用を節約できるのではないか、ということが考えられる。この場合、探索問題を解くことに加えて、統合による節約額の再分配を考えることになる。今回は、この問題を考えてみたい。

(2): Quiet Case (情報が不完全な場合)で、探索者の行動領域がリニヤ・グラフ上に制限されているようにモデル化できるときに探索者の最適戦略を解析的に求めることについては部分的な成果が得られた。前回に引き続き Noisy Case (情報量が大きい場合)において、星型グラフ等の簡単な構造のグラフに関して最適戦略を得ることを目指したい。

(3): 星型グラフの場合に、探索に要する時間だけでなく探索主体の移動費用をも考慮したモデル構築し数理的解析を行った。他のグラフの場合に最適戦略を得ることを目指す等、研究を継続させたい。

(4): 現時点ではまだ特殊なケースでの考察にとどまっているが、より一般的なケースに適用できるような方法論として確立し、最終的には任意のネットワークに適用可能なゲーム理論的な解の発見を目標とする。一方、協力ゲームとしてのモデル化が可能かどうか検討する。

3. 研究の方法

(1)または(5): 基本的モデル(ノードの調査費用のみを考えるような有限グラフ上の探索問題)の分析はほぼなされている。これと比較すると、調査費用に加えて切り換え費用をも考慮したモデルに関しては、数理的解析が困難なため、部分的に結果が得られているに過ぎない。本研究では、調査費用と切り換え費用を考慮し、探索者の初期位置が特定されており、かつ見逃し確率を考慮しない場合に、ミニマックス解、ベイズ解を求めようとするものでは(1)の開始以来継続する課題である。これに関連する話題として(5)として、今回は、あるグラフ上の2つの探索問題において諸費用のみが異なる場合に、統合による総探索費用の節約を検討する。グラフが簡単な場合には(1)によって得られたこれまでの知見を利用し、探索問題の最適解を求め、さらに協力ゲーム理論を応用して費用の節約の再分配を計算できると予想している。完全グラフの場合から始めて、他の簡単なグラフの場合に研究を拡張していく。

(2): 参加者が得る情報の量に課する仮定

によって、解析の難易が異なる。Quiet Case は情報の量が最も中途半端な場合で、解析が困難である。また、探索者の行動領域がグラフ上に制限されるとさらに分析は難しくなる。探索者の行動領域がリニア・グラフでモデル化できる場合、成果の一部を公表した。引き続き分析がより容易である Noisy Case の場合を検討したい。

(3): Alpern 氏によって、(i)すべての player が同じ戦略を持たなければならない場合と、(ii)そうでない場合の二つに分類されている。おおまかに言って、(ii)の方が分析は容易であり、(i)の研究は遅れている。Baston 氏と Gal 氏は、相手の初期位置を認識可能であるという仮定をおくと、(i)においても解析できることを見つけた。これらの研究では、少なくとも表面上は、調査費用は考慮されていないといえる。本研究は調査費用や移動費用を考慮した有限グラフ上のランデブー探索モデルの構築、解析を意図している。引き続き検討を行う。

(4): 従来分散システムにおける自己安定化問題にゲーム理論を適用した例は少なかったが、今後は増えてくると思われる。この研究では 2 人ゼロ和ゲームモデルとして管理者の戦略を解析する点に新奇性がある。そのためには同一問題に対して二種類のアルゴリズムが必要となる。他の様々な問題に対しても同様な方法が可能かどうか調べる必要がある。またその他の方向性としては協力ゲームを含んだモデルを構築することも考えられる。

4. 研究成果

以下の点で成果が得られた。なお、上記 2. 研究目的に挙げた項目のうちここにはないものは研究継続中である。

(5): 探索問題と協力ゲーム: 複数の最適化問題の構造が同じでパラメータの一部が異なるのみであれば、それぞれの問題の意思決定者が集まって相談し総合的に意思決定することが考えられ、これらの問題を統合して 1 つの問題を考えることになる。こうすることによって各意思決定者において費用の節約が生じるならばこれは意味のある考察であり、最適化問題を解くことに加えて統合による節約額の再分配を考えることになる。まず、最適化問題として(1)で扱うグラフ上の探索問題を取り上げ、統合モデルを提案した。(1)において、グラフがツリーの場合と円グラフの場合には、パラメータである調査費用や移動費用がある条件を満たす場合に探索ゲームが解かれている。これらの知識を利用して、まず、円グラフ上の探索問題の場合に数理的解析を行い、協力ゲームのコアの存在等を述べた(雑誌論文⁵)。さらに、リニアグラフ上の探索問題の場合に同様の解析を試みた(雑誌論文⁶)。

(1): グラフ上の探索問題: 探索者の移動費用やノードの調査費用を考慮した、連結な有限グラフ上の探索ゲームでは探索者の初期位置は決まっているのが、従来から分析を続けてきたモデルである。初期位置を選ぶことも探索者の戦略に含むような探索ゲームを解析し成果が得られた。つまり、探索者の特別な戦略を定義し、それを使うと hider(目標物)がどこに潜んだとしても探索費用をそれ以下にできるという意味での上界が得られた。また、hider が各ノードに存在する確率をノードの調査費用に関連づけて与えると、探索者が hider を見つけるまでの期待費用が少なくともこれだけであるという意味での下界が得られた。これらの考察から、グラフがハミルトン閉路を含む場合にはそれぞれのプレイヤーの最適戦略およびゲームの値が得られた。一方、ハミルトン路を含みかつすべての辺の長さが 1、すべてのノードの調査費用が等しいときにゲームの値が得られた。これらの成果を踏まえてリニアグラフ上の探索ゲームの場合にプレイヤーの最適戦略やゲームの値がどうなるかの検討を始めた。(雑誌論文¹)

さらに、次のようなモデルを解析した。初期位置を選ぶことも探索者の戦略に含むような探索ゲームであるが、探索者の移動費用やノードの調査費用を考慮した、有限グラフ上の探索ゲームの従来研究では無向グラフ上の探索を扱う事が主であった。本研究では有向グラフ上の探索ゲームを解析した。有向グラフ上の探索ゲームになると、枝の向きによっては、探索者がすべての点を調べる事ができない場合も生じる。このような事が生じないようなグラフの特徴を考察した後、ゲームの値やプレイヤーの最適戦略の性質等について成果を得て国際誌に投稿した。

(6) high-low探索問題: 研究期間中に海外研究者と意見交換しながら始めた共同研究である。数直線上の閉区間上に 1 個の目標物がある。Searcher はこの閉区間上の点を次のように有限回選ぶ。つまり searcher は各点の選択の後、目標物との位置関係を告げられ、この情報を基にして次の点を選ぶ。searcher は自分の各選択と目標物との位置の差の和ができるだけ小さくなるように点列を選びたい。目標物の位置の事前分布を与えたうえで、従来からある期待選択回数かわりに選択回数のメディアンをできるだけ小さくするという最適化モデルの構築を行い、基本的な性質を調べた。得られた成果をライデン大学で行われたシンポジウムで発表した(関連する雑誌論文³)。

(7) 経済的活動をするエージェントをノードとし、エージェント間に張られるネットワークを考えて、ネットワーク上におけるエージェントの購買活動によって価格がどのよう

に安定化するかを議論した。エージェントは自ノードと隣接ノードのみから物を買うとし、価格は各期におけるオークションによって決定されるとする。このとき、ある条件が満たされれば全体の価格が最初のような分布であったとしても最終的に均衡することを証明し、理論的に特定の形状(ライン、サークル)における安定時間を示し、さらにシミュレーションによって様々な形状のネットワークでの価格安定の特徴を調べた。

(8) 偵察問題: 分散システムにおける故障発見への応用をもつ偵察問題を考えた。この問題は多段階2人ゼロ和ゲームとして定式化される。プレイヤーAを輸送船、プレイヤーBをテロリストとする。輸送船は港を何度も周回するが、その間テロリストが輸送船のルート上に機雷を仕掛ける可能性があるとする。輸送船は無人偵察ボートを備えていて、テロリストの設置する機雷を発見・除去できるが、テロリストが機雷をしかけることはまれであり、偵察ボートの周回には非常にコストがかかる。そこで輸送船はいつ偵察ボートを出すかを期待利得が最大となるように決定するものとする。輸送船がある港を出発して次の港に着くまでを1段階として、テロリストが各段階の最初に機雷を仕掛ける場合と、任意の時点で機雷を仕掛ける場合について考察した。

(9) 費用が非加法的であるような探索問題: この研究期間中に、海外研究者と意見交換しながら始めた共同研究である。探索領域が有限個の点として表現されるような探索問題において、例えば2個の点を探索するのに要する費用がそれぞれの点の調査費用の単純和であるようなモデルは散見される。しかし、最初から2個を総合的に考える事により段取り費用等の節約を考えに入れると、2個の点の調査費用の単純和よりも小さくなることが考えられる。このようにして、点の集合に対する調査費用が意味を持つようなモデルを考える。そうすると、点全体の集合の部分集合全体で定義された費用関数を定義できる。このような費用をもつ探索ゲームモデルの解析を始めた。特殊ケースについては最適戦略やゲームの値等が得られた。さらに、費用が部分集合内での探索順序にも依存するようなモデルを考え、特殊ケースの場合を解析した。これを、雑誌に投稿した。今後は、より一般的な費用の場合に研究対象を拡げて行きたい。費用面で各点がどの程度手間がかかっているかを示す指標の計算に、協力ゲーム理論を適用する可能性も考えている。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

{雑誌論文}(計8件)

1 V.Baston and K.Kikuta, Search games on networks with travelling and search costs and with arbitrary searcher starting points. Networks Vol.62, pp.216-226. (査読あり) 2013年。

2 J.Kiniwa, K.Kikuta and T.Hamada, Effective search for a naval mine with application to distributed failure detection. Search Theory: A Game Theoretic Perspective, S.Alpern, R.Fokkink, L.Gsieniec, R.Lindelauf and V.S.Subrahmanian(eds.), Springer, pp.119-134. (査読あり) 2013年。

3 R.Fokkink, L.Geupel and K.Kikuta, Open problems on search games, Search Theory: A Game Theoretic Perspective, S.Alpern, R.Fokkink, L.Gsieniec, R.Lindelauf and V.S.Subrahmanian(eds.), Springer, pp.75-81. 2013年。

4 K.Kikuta, A search game with unknown examination costs and travel times, Asia-Pacific Journal of Operations Research, (査読あり) DOI:10.1142/S0217595914500134, 2013年。

5 J.Kiniwa and K.Kikuta, Price stabilization in networks --- what is an appropriate model?, X.Defago, F.Petit, and V.Villain (eds.): SSS 2011, LNCS 6976, pp.283-295, (査読あり) 2011年。

6 菊田健作, On an operations research game related to a search problem on a linear graph, 京都大学数理解析研究所講究録.1864, pp.90-99. 2013年11月。(査読無し)

7 菊田健作, Marginal worth vectors for TU games, 京都大学数理解析研究所講究録.1857, pp.30-40. 2013年10月。(査読無し)

8 菊田健作, グラフ上の探索問題の合成について, 京都大学数理解析研究所講究録 1802, pp.153-158. 2012年7月。(査読無し)

{学会発表}(計10件)

1 菊田健作, 協力ゲームの解と意思決定、愛知大学経営学会主催ワークショップ「数理的意思決定モデルの新たな展開と応用」平成26年2月22日 愛知大学名古屋校舎厚生棟3階会議室(W31)

2 菊田健作, A search game on a finite graph with arbitrary searcher starting points、数理解析研究所研究集会平成25年11月13日

3 菊田健作, 有限ネットワーク上の探索問題の数理的解析~所在が不明あるいは不確実なものを効率的に探す~、平成25年9月24日兵庫県立大学シンポジウム 経済再生に向けた産学公連携の新たな取り組み!!、神戸市産業振興センター

4 V.Baston and K.Kikuta, (Invited Session)A search game on a finite graph with arbitrary searcher starting points, 26TH EUROPIAN CONFERENCE ON OPERATIONAL RESEARCH, EURO/INFORMS (International

Federation of Operational Research Societies)「Search Game II」,平成26年7月3日、ローマ大学、イタリア

⁵ 菊田健作、ネットワーク上の探索問題、日本オペレーションズ・リサーチ学会研究部会「不確実性システムにおける意思決定」研究部会、平成25年6月15日

⁶ 菊田健作、Marginal worth vectors for TU games,「決定過程に関わる数理モデルの新たな展開と応用」京都大学数理解析研究所研究集会、平成25年2月18日

⁷ J.Kiniwa, K.Kikuta and T.Hamada, Effective search for a naval mine with application to distributed failure detection, Search and Rendezvous, Lorentz Center, Leiden, Netherlands, Thursday 1 May 2012. 登壇者:木庭淳

⁸ 菊田健作,(Invited Session) A merger of search games on a finite graph,ドイツ・オペレーションズ・リサーチ学会主催の国際会議 OR2012、2012年9月6日、ハノーバー大学、ドイツ

⁹ 菊田健作,ある探索問題について,日本オペレーションズ・リサーチ学会研究部会「確率最適化モデルとその応用」第5回研究会、第6回DP部会研究会平成23年10月15日、千葉大学西千葉キャンパス

¹⁰ K.Kikuta,(Invited Session) A Search Problem on a Finite Network with Traveling and Examination Costs. IFORS (International Federation of Operational Research Societies)主催の国際会議 IFORS2011、平成23年7月12日、メルボルン・コンベンション・センター、オーストラリア

〔図書〕(計 1件)

菊田健作、(著書)「文科系のゲーム理論」、牧野書店、平成24年4月、172頁。

〔その他〕

ホームページ等

Kikuta,K.and Fokkink,R. A note on the high-low search problem.

<http://www.lorentzcenter.nl/lc/web/2012/506/presentations/index.php3?wsid=506&type=presentations&venue=0ort>

6. 研究組織

(1)研究代表者

菊田健作 (KIKUTA, KENSAKU)

兵庫県立大学・経営学部・教授

研究者番号:30126487

(2)研究分担者

木庭 淳 (KINIWA, JUN)

兵庫県立大学・経済学部・教授

研究者番号:90177882