

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 5 月 16 日現在

機関番号：15301

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2013

課題番号：23540235

研究課題名(和文) 反応拡散方程式における回転非対称な3次元進行波解

研究課題名(英文) Three-dimensional cylindrically non-symmetric traveling fronts in reaction-diffusion equations

研究代表者

谷口 雅治 (Taniguchi, Masaharu)

岡山大学・自然科学研究科・教授

研究者番号：30260623

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,900,000円、(間接経費) 1,170,000円

研究成果の概要(和文)：研究成果は以下の通りである。(1) Allen-Cahn方程式(Nagumo方程式)においてN次元角錐型進行波の存在および安定性を証明した。(2) 3次元空間においてAllen-Cahn方程式(Nagumo方程式)を考え、進行軸に対し非対称な進行波の存在および安定性を証明した。この進行波は切断面が例えば楕円形のような凸図形をなしている。(3) 競争系においてN次元角錐型進行波の存在を証明した。(4) 単独の反応拡散方程式においては速度がゼロでない局在進行波は、ある条件のもとでは存在しないことを証明した。

研究成果の概要(英文)：The results are as follows. (1) We proved N-dimensional pyramidal traveling fronts in the Allen-Cahn (Nagumo) equation. (2) We consider the Allen-Cahn (Nagumo) equation in the three-dimensional space, and proved the existence and stability of cylindrically non-symmetric traveling fronts. The cross sections of these traveling fronts are smooth convex shapes, say, ellipses. (3) We prove the existence of N-dimensional pyramidal traveling fronts in competition-diffusion systems. (4) We prove the non-existence of localized traveling spots with non-zero speed in a single reaction-diffusion equation under some condition.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・大域解析学

キーワード：進行波 多次元 反応拡散方程式 非対称

科学研究費助成事業 研究成果報告書

1. 研究開始当初の背景

双安定な反応項をもつ反応拡散方程式における多次元進行波の研究は、Ninomiya-Taniguchi (JDE2005, DCDS2006) による2次元V字型進行波の研究および Hamel-Monneau-Roques (DCDS2005) によるN次元軸対称進行波の研究に始まる。Taniguchi (SIAM J. Math. Anal. 2007) により3次元空間における角錐型進行波の存在および安定性証明が行われた。これは進行軸に対して非対称な進行波、すなわち切断面が円でない進行波が存在することを始めて示したもので、この研究以降、未知の軸非対称進行波を発見することが期待されていた。

2. 研究の目的

反応拡散方程式において、進行軸に対して非対称な進行波の存在を証明することが研究の目的である。従来このような非対称性は異方性、すなわち拡散または非線形性が方向によって異なる状況に起因すると考えられてきた。本研究では異方性のない等方的モデルを表す Allen-Cahn方程式 (Nagumo方程式) において、N次元空間で軸非対称な進行波の存在および性質を解明する。また Lotka-Volterra 競争系など比較定理の成立する反応拡散系にたいしても同様の研究を行う。本研究により、軸非対称な進行波は、必ずしも異方性がなくても存在することを証明することを研究の目的とする。

3. 研究の方法

研究の方法は以下の通りである。

- (1) N次元角錐型進行波の存在を証明し、角錐の側面の数を無限大にする極限をとって軸対称進行波の存在およびその性質を詳しく解明する。
- (2) 上記(1)の極限操作をとるためには、角錐の側面の数に対して一様な評価が必要であり、これを証明する。
- (3) 上記(2)のためには Wei-Ming Ni 教授

(Minnesota大学, East China Normal University) と議論を行うことが必要であり、2012年に私は中華人民共和国上海市の East China Normal University に Ni 教授を訪問し、同大学で集中講義 (2012年6月 毎週月曜日 (6/4, 6/11, 6/18, 6/25) の午後1:30から午後4:30) を行うとともに議論をおこなった。この準備のもとで研究を遂行した。

4. 研究成果

得られた研究成果は以下の通りである。

- (1) Allen-Cahn 方程式 (Nagumo 方程式) を N 次元全体で考え、N 次元角錐型進行波の存在を証明した。この事実は、N 次元空間において軸非対称な進行波の構成に成功したことを意味し、今後の様々な形の進行波の存在を証明する基礎となるものである。
- (2) Allen-Cahn 方程式 (Nagumo 方程式) を 3 次元空間において考え、切断面がなめらかな凸図形をなす進行波の存在および安定性を証明した。なめらかな凸図形の例として楕円があり、これが円である場合が軸対称進行波である。これにより軸対称進行波とそれをシフトさせたもの間に軸非対称進行波が存在することが証明された。
- (3) Lotka-Volterra 競争系を含む一般の競争系の反応項をもつ反応拡散方程式系において、N 次元角錐型進行波の存在を証明した。
- (4) 未知関数が1個の反応拡散方程式においては、反応項にある条件を課すと、局在化された進行波 (localized traveling spot) はその速度がゼロのものを除いて存在しないことを証明した。

5. 主な発表論文等

〔雑誌論文〕(計5件)

- (1) Wei-Ming Ni and Masaharu Taniguchi
"Traveling fronts of pyramidal shapes in competition-diffusion systems"
Networks and Heterogeneous Media, Vol. 8, No. 1 (2013) pp. 379-395.
doi:10.3934/nhm.2013.8.379
査読有

(2) Yong Jung Kim, Wei-Ming Ni and Masaharu Taniguchi

"Non-existence of localized travelling waves with non-zero speed in single reaction-diffusion equations"

Discrete and Continuous Dynamical Systems, Vol. 33, No 8 (2013) pp. 3707–3718.

doi:10.3934/dcds.2013.33.3707

査読有

(3) Masaharu Taniguchi

"Multi-dimensional traveling fronts in bistable reaction-diffusion equations"

Discrete and Continuous Dynamical Systems, Vol. 32, No. 3 (2012) pp.1011–1046.

doi:10.3934/dcds.2012.32.1011

査読有

(4) Masaharu Taniguchi

"Traveling fronts in perturbed multistable reaction-diffusion equations"

Dynamical Systems and Differential Equations and Applications, Volume II, pp. 1368–1377 (2011) Am. Inst. Math. Sci. (AIMS), USA

査読有

(5) Yu Kurokawa and Masaharu Taniguchi

"Multi-dimensional pyramidal travelling fronts in the Allen-Cahn equations"

Proceeding of the Royal Society of Edinburgh, Vol. 141, Issue 05 (2011) pp. 1031–1054.

査読有

[学会発表](計 19 件)

(1) 谷口雅治

"An $(N-1)$ -dimensional convex compact set gives an N -dimensional traveling front in the Allen-Cahn equation"

明治非線型数理 one day seminar

2014 年 3 月 11 日(火), 明治大学

(2) Masaharu Taniguchi

"An $(N-1)$ -dimensional convex compact set gives an N -dimensional traveling front in the Allen-Cahn equation"

国際研究集会 "PDEs and related topics in Nonlinear Problems" (非線形問題における偏微分方程式とその周辺)

2014 年 2 月 11 日(火)から 15 日(土)まで, 広島大学

(3) 谷口雅治

"An $(N-1)$ -dimensional convex compact

set gives an N -dimensional traveling front in the Allen-Cahn equation"

第 31 回九州における偏微分方程式研究集会
2014 年 1 月 27 日(月)から 29 日(水)まで,
福岡大学 メディカルホール

発表は 1 月 28 日(火)

(4) 谷口雅治

" $(N-2)$ 次元曲面の与える Allen-Cahn 方程式の N 次元進行波"

研究集会「第 4 回拡散と移流」, 北九州国際会議場 22 会議室

2013 年 11 月 23 日(土)

(5) Masaharu Taniguchi

"An $(N-1)$ -dimensional strictly convex compact set gives an N -dimensional traveling front in the Allen-Cahn equation"

2013 年 11 月 13 日(水) 北海道大学 偏微分方程式セミナー

(6) Masaharu Taniguchi

"An $(N-2)$ -dimensional surface with positive principal curvatures gives an N -dimensional traveling front in the Allen-Cahn equation"

RIMS 研究集会「非線形現象に現れるパターン形成の数理解析」

日程: 2013 年 10 月 30 日(水) ~ 11 月 1 日(金)

場所: 京都大学数理解析研究所 420 号室
(発表は 10/30(水))

(7) 谷口雅治

" $(N-2)$ 次元曲面の与える Allen-Cahn 方程式の N 次元進行波解"

日本数学会秋季総合分科会函数方程式分科会, 愛媛大学, 2013 年 9 月 24 日から 27 日

(発表は 9/26(木))

(8) 谷口雅治

"反応拡散方程式における多次元進行波"

数電機特別連携セミナー, 首都大学東京, 2013 年 9 月 21 日

(9) 谷口雅治

" $(N-2)$ 次元曲面の与える Allen-Cahn 方程式の N 次元進行波"

岡山理科大学における微分方程式セミナー

2013 年 9 月 9 日(月)から 10 日(火)(発表は 9/9(月))

(10) Masaharu Taniguchi

"Multi-dimensional traveling fronts in bistable reaction-diffusion equations"

The Second Pacific Rim Mathematical

Association Congress, Special Session
“Geometric Aspects of Semilinear
Elliptic Equations: Recent Advances &
Future Perspectives”
Shanghai Jiao Tong University, June 24-28,
2013

(11) 谷口雅治

「Allen-Cahn 方程式における軸非対称な進行波」
東北大学大学院理学研究科数学教室 応用
数学セミナー, 2013年6月20日

(12) Masaharu Taniguchi

“Multi-dimensional traveling fronts in
bistable reaction-diffusion
equations in \mathbb{R}^N ”
AMS Southeastern Fall Section Meeting,
Tulane University at New Orleans, October
13-14, 2012 (発表は 10/13)

(13) Masaharu Taniguchi

“Traveling fronts of pyramidal shapes in
competition-diffusion equations”
AMS 2012 Spring Eastern Sectional Meeting,
George Washington University, Washington,
DC, March 17-18, 2012 (Saturday - Sunday)
Meeting #1080 (発表は 3/17)

(14) 谷口雅治

“Multi-dimensional traveling fronts in
bistable reaction-diffusion equations”
非線形問題に現れる特異性の解析(SNP2011)
関西セミナーハウス 2011年12月3日から
12月4日まで(発表は 12/4)

(15) 谷口雅治

“Multi-dimensional traveling fronts in
bistable reaction-diffusion equations”
第11回盛岡応用数学小研究集会, 2011年11
月12日から13日(発表は 11/13)
岩手大学人文社会科学部1号館2階の第1会
議室

(16) 谷口雅治

“Multi-dimensional traveling fronts in
bistable reaction-diffusion equations”
RDS セミナー, 明治大学生田キャンパス,
2011年11月7日(月)

(17) Masaharu Taniguchi

“Multi-dimensional traveling fronts in
bistable reaction-diffusion equations”
International Workshop on Modeling and
Analysis of PDE Systems of Biological
Processes, 18-21 October 2011, School of

Mathematical Sciences, Capital Normal
University, Beijing, China
(発表は 10/20(木))

(18) Masaharu Taniguchi

“Multi-dimensional traveling fronts in
bistable reaction-diffusion equations”
'The 8th East China Partial Differential
Equations Conference' and 'The 2nd
International Workshop on
Reaction-Diffusion Models and Mathematical
Biology,'11-14 July 2011, Shaanxi Normal
University, P.R.China

(19) 谷口雅治

「単独の反応拡散方程式における局在進行
波解の非存在」
日本数学会秋季総合分科会函数方程式分科
会, 信州大学松本キャンパス, 2011年9月
28日から10月1日(発表は 9月30日)

〔図書〕なし

〔産業財産権〕なし

〔その他〕なし

6. 研究組織

(1) 研究代表者

谷口 雅治 (TANIGUCHI MASAHARU)

岡山大学・大学院自然科学研究科・教授

研究者番号: 30260623