

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 7 日現在

機関番号：14301

研究種目：基盤研究(C) (一般)

研究期間：2011～2016

課題番号：23540304

研究課題名(和文) くりこみ群による相対論的非平衡系のホログラフィーの解明と量子重力理論の構築の研究

研究課題名(英文) Study of the holographic structure of relativistic nonequilibrium systems via renormalization group methods towards the construction of quantum gravity

研究代表者

福間 将文 (Fukuma, Masafumi)

京都大学・理学研究科・准教授

研究者番号：10252529

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,700,000円

研究成果の概要(和文)：重力の熱的性質とホログラフィー的性質は量子重力の基本的力学変数を同定する際の手がかりと考えられるが、その両方を説明するため、重力のダイナミクスを相対論的な非平衡緩和過程と捉え、非平衡統計熱力学を様々な角度から調べた。とくに、「形の熱力学」を一般座標不変に構築することと、曲がった時空上の場の量子論の理論の進展に成功した。また、膜のダイナミクスから量子重力理論を定義する試みとして、膜のランダム世界体積を生成する新しい型の行列模型を提唱した。さらに、コンピューター内の非平衡緩和過程を実現するマルコフ鎖モンテカルロ法に対して配位間の距離を導入することで、非平衡緩和過程における幾何の創発を初めて示した。

研究成果の概要(英文)：The thermodynamic and holographic nature of gravity should be a clue to identifying the fundamental dynamical variables of quantum gravity. In order to explain such nature, we regarded the dynamics of gravity as a relativistic nonequilibrium relaxation process, and investigated nonequilibrium statistical thermodynamics from various aspects. In particular, we successfully constructed "thermodynamics of shape" in a generally covariant way and developed quantum field theories on curved spacetimes. Also, as a constructive definition of quantum gravity based on membrane dynamics, we advocated a novel matrix model that generates the random volumes of membranes. Furthermore, we introduced the distance between configurations in Markov chain Monte Carlo simulations, which generate relaxation processes in a computer. This is the first example of the emergence of geometry from nonequilibrium relaxation processes.

研究分野：素粒子論

キーワード：量子重力 超弦理論 非平衡統計熱力学 ホログラフィー原理 膜の量子論 マルコフ鎖モンテカルロ符号問題 Lefschetz thimble

## 1. 研究開始当初の背景

重力を量子力学的に記述することは、物理学における最大の未解決問題の一つである。実際、重力場が局所的に持つ自由度の多さにより、重力場の短波長の揺らぎをユニタリ性を保ちながら制御することはきわめて難しく、現在では、重力を局所場理論として整合的に量子化することは不可能であると考えられている。

超弦理論は局所性を離れた理論の中で最も有力の候補であるが、これまで超弦理論では主に『閉じた弦』が調べられてきた。それは、米谷氏らによって初めて指摘されたように、閉じた弦の励起には自然にスピン2の重力子が現れ、摂動的な量子重力理論を紫外発散の困難なしに定義できるからである。しかしながら、強すぎる非摂動効果など、閉じた弦を基本的力学変数とみなすことには様々な困難が生じる。

これに対する最も単純な解決法は、『閉じた弦よりも基本的な力学変数があり、重力あるいは閉じた弦はその変数の集団的励起として表される』というものである。しかしながら、現在までこの基本的力学変数は分かっておらず、このような変数をまず正しく同定することが、量子重力理論を構築する上で最重要の課題である。そのためには、重力の微視的特性をコンパクトに表す原理があれば有用であるが、私はそれが『重力の熱的性質』と『重力のホログラフィー的性質』ではないかと考えている。

実際、一般相対論は、何らかの基礎理論の低エネルギー有効理論であるはずなのに、通常の場合の理論の有効場と違い、重力場はそれ自身が熱的性質を持つ統計力学的アンサンブルに対応している。例えば、一般相対論の定常ブラックホールは、それ自身が平衡熱力学における熱浴の役割を担う。これは、熱・統計力学的なアプローチを用いて初めて重力の本質が理解できる可能性を示唆している。また、相対論的な局所的物理量は一般座標不変性より基本的に全微分の形となるため、大局的な量はすべて境界上で定義されることとなり、これまでに見つかっている重力のホログラフィー的な性質は一般座標不変性の現れであると考えられる。こうして、一般相対性理論を相対論的非平衡緩和の形式で再定式化していくことで、ホログラフィー的性質を自明に実現しながら、重力の熱的性質を解明できると考えられる。

## 2. 研究の目的

量子重力の基本的力学変数の正体を探るため、重力の熱力学的記述に必要な量子統計集団の性質を明らかにする必要がある。そのため、本研究では、重力のダイナミクスを熱的な非平衡緩和過程と捉え、(相対論的)非平衡統計力学を様々な角度から再検討することを目的とした。とくに、『形の熱力学』を相対論的に共変な形で定式化することで、

時空が持つ熱的性質をより明確にすることを試みた。

## 3. 研究の方法

研究を進めるにあたっては、「基本的力学変数を同定するために(相対論的)非平衡統計力学の様々な角度からの再検討すること」と並行して、「ある程度基本的力学変数の見当をつけ、それを用いて量子重力理論を構成すること」も同時に行った。前者については主に

(1) 形の熱力学

(2) 曲がった時空上の場の量子論

の研究を行った。後者については、基本的力学変数を空間2次元に広がった「膜」と仮定し、

(3) 膜の量子論としての量子重力

の構成的定義として triangle-hinge (TH) 模型という新しい模型を提案した。なお、この模型の相構造をモンテカルロ法を用いて調べる際、複素作用汎関数による符号問題に直面したため、

(4) 符号問題に対するアルゴリズムの開発を行った。

また、一般相対性理論を非平衡緩和とみなすための準備として、

(5) マルコフ鎖モンテカルロ法の幾何

の研究を行い、コンピューター内における非平衡緩和であるマルコフ鎖モンテカルロ法に幾何を初めて導入した。そこではハミルトニアンくりこみ群に近い手法を用いた。さらに、

(6) ブラックホールの定常非平衡熱力学を検討することで、これまで定常平衡熱力学のみに対応していたブラックホール熱力学を非平衡な場合にまで拡張することを試みた。

## 4. 研究成果

### (1) 『形の熱力学』

エントロピー汎関数を用いた相対論的連続体力学の再定式化：

前年度までの研究課題から引き継いだテーマとして、相対論的連続体力学をエントロピーに基づいて再定式化する研究をさらに進展させた。

相対論的非平衡熱力学はこれまで、通常の独立な状態変数に加えてカレントも熱力学変数とみなす「拡張された熱力学」に基づいていた。しかしこの形式では、実際に非平衡系がどのようにエントロピー最大の熱平衡状態に近づいていくのかが見えにくい。

この研究では、Landau-Lifshitz 枠の線形非平衡熱力学において、微分展開の最低次で非平衡状態のエントロピーを定量的に記述する「エントロピー汎関数」という局所汎関数を初めて導入し、これに Onsager の線形非平衡理論を適用することにより、本来の状態

変数だけで非平衡熱力学が構成できることを示した。

我々はさらにこの手法を用いて相対論的粘弾性体の理論を構成し、それが

- (a) パラメーターの任意の値に対して長時間極限で Navier-Stokes 理論を与えること、
- (b) あるパラメーター領域では因果律を保った symmetric hyperbolic な方程式が得られること、

を示した。これにより、因果律が破綻するという問題を抱えていた相対論的流体力学に対し、流体を粘弾性体の長時間極限とみなすことで、因果律を保った相対論的流体力学が定義できることを示した。また、

- (c) 本来は空間的変形を表す歪みテンソルを相対論的に拡張したとき、Tolman の法則を通じて、弾性的膨張と熱膨張が統一した形で記述できること

も指摘した。

#### 相対論的共形流体の理論の定式化：

近年、重イオン散乱実験の解析や重力/流体対応の研究において高階微分の補正の入った流体力学モデルがいくつか提案されているが、それらはいずれも局所熱平衡仮説を破っている。我々は、高階微分の補正項を持つ相対論的流体に対し、高次流体を『高次粘弾性体』の長時間極限として定義することで、『因果律』と『局所熱平衡』の2つを同時に保つ定式化が可能であることを、特に共形対称性がある場合に示した。本研究により、

- (a) 粘弾性対力学が流体力学の『より短時間スケールにおける完備化』になっていること、
- (b) 『歪み』が『長時間スケールの有効理論を得る際に積分されるべき変数』とみなせること、

などが分かる。

### (2) 『曲がった時空中の場の量子論』

#### 曲がった時空中の場の量子論の真空とド・ジッター空間上の伝播関数：

曲がった時空中における場の量子論では、ハミルトニアンが時間に陽に依存するため、これまで真空の定義に不定性があった。我々は各瞬間の基底状態として真空を定義する理論形式を展開し、曲がった時空中での様々な伝播関数を計算する手法を完成させた。

我々は具体例として、ド・ジッター空間上のスカラー場の真空を詳細に調べ、ド・ジッター空間上の伝播関数を与えた。

#### ド・ジッター空間の非平衡統計熱力学的性質：

重力場は熱力学的性質を持つことが知られているが、とくに、いくつかの曲がった時空中に対して、その中の物質場は、あたかも自身が熱浴中にあるかのように振る舞う。この

ことは、曲がった時空中に（物質場と結合する）量子力学的測定器（Unruh-DeWitt 測定器）を用意し、そのエネルギー分布が時間とともに Boltzmann 分布に近づくことで確かめられる。従来の研究では、十分時間がたった時の分布しか分からなかったが、我々は今回、測定器のエネルギー分布の時間発展を完全に記述するマスター方程式を書き下すことに成功した。

さらにそれを用いて、ド・ジッター空間の非平衡統計熱力学的性質を明らかにした。具体的には、スカラー場の初期状態が（熱平衡に対応する）Bunch-Davies 真空からずれているときの時間変化を考え、熱平衡への緩和時間が測定器の詳細によらない普遍的な量で与えられることを示した。この結果は、定常時空中に対応する平衡熱力学的な理解を超え、重力場の非平衡統計熱力学的構造の一端を明らかにした初めての例になっている。

### (3) 『膜の量子論としての量子重力』

#### triangle-hinge 模型の提唱：

超弦理論の一形態である M 理論では、基本的力学自由度を弦とはせず、空間 2 次元に広がった「膜」であるとしている。実際、このように考えると、超弦理論が持つ様々な双対性が自然に理解できる。しかしながら、これまで膜の量子論は構成的に定義することが難しく、この方向での進展が止まっていた。我々は、膜を基本的力学自由度とする立場を推し進め、膜のランダム体積を記述する全く新しい方法を提案した。我々のこの「triangle-hinge (TH) 模型」は、行列を基本的力学変数とするため、連続極限の取り方などを解析的に決定できる可能性がある。

#### triangle-hinge 模型の構造の解明：

実際に時空中の中を運動する膜を記述するためには、時空の座標に対応した物質場の自由度を導入することが必要であるが、我々は、TH 模型ではこれが容易に遂行できることを示した。一方、超弦理論において「向き付けなしの弦」は物理的に大変重要な応用があるが、我々は、膜の量子論に対しても同様の対応物があることを示し、さらにこれが TH 模型では簡単に構成できることを示した。

#### 解析的計算と連続極限

TH 模型は行列模型として表されているために解析的なアプローチが容易であるが、我々は具体的な解析計算により、分配関数が正しく有限の値として得られることを確認した。我々はさらに、TH 模型が連続極限を持つのか調べ、もっとも簡単な模型では 3 次相転移点が存在することを数値計算により確認した。なお、配位を 4 面体分割に制限するには複素係数の作用を扱う必要が出てくるが、これに伴う「符号問題」を解決するため次の(4)の研究を行った。

#### (4) 『符号問題に対するアルゴリズムの開発』

複素作用のモンテカルロ計算における符号問題の解決法として、経路積分領域を Lefschetz thimble のセットに置き換えることが提案されていたが、その場合、異なる Lefschetz thimble 間に存在する高いポテンシャル障壁のために、Markov 鎖において配位空間内を自由に動けないという新しい困難が生じていた。我々は積分領域を連続変形する際の変形パラメータを焼き戻しパラメータとするアルゴリズムを提唱した。これは「符号問題」と「thimble 間の移動が困難な問題」を同時に解決する初のアルゴリズムである。また汎用性も高く、様々な模型に対して、従来のすべての手法よりも良い精度で正しい結果を出すものとなっている。

#### (5) マルコフ鎖モンテカルロ法の幾何

マルコフ鎖モンテカルロ法は非平衡緩和過程をコンピューター内で実際に作り出すものであるが、重力場のダイナミクスを非平衡緩和過程と捉えるための参考とすべく、モンテカルロ計算における確率過程の緩和現象を幾何的に扱う枠組みを提唱し、ハミルトニアンくりこみ群に近い手法を用いて、配位間の距離という概念を初めて導入した。とくに、低温極限のように配位間の遷移が起こりにくい場合に、tempering 法の導入により遷移が速くなることを、配位空間が拡張されて反ド・ジッター空間的になることとして説明した。この研究は「非平衡緩和過程における幾何の創発」の初めての例となっている。この研究は本研究課題の次の研究課題に引き継がれている。

#### (6) 『ブラックホールの定常非平衡熱力学』

定常であるが非平衡な熱力学系は、非平衡統計熱力学において重要な研究対象となっているが、我々はそれに対応したブラックホール解を具体的に与え、通常の物質に対する非平衡熱力学と比較を行った。さらに、以前に我々が与えたエントロピー汎関数を用いて、定常非平衡系を線形近似を超えて解析する手法を構築した。この研究も次の研究課題に引き継がれていて、現在さらに進展させているところである。

5. 主な発表論文等  
(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 12 件)

Masafumi Fukuma and Naoya Umeda, “Parallel tempering algorithm for the integration over Lefschetz thimbles”, PTEP に掲載予定, 査読有,

arXiv:1703.00861 [hep-lat]

Masafumi Fukuma, Hikaru Kawai, Katsuta Sakai and Junji Yamamoto, “Massive higher spin fields in curved spacetime and necessity of non-minimal couplings”, PTEP 2016 (2016) no.7, 073B02 (1-13), 査読有 / DOI: 10.1093/ptep/ptw080

Masafumi Fukuma, Sotaro Sugishita and Naoya Umeda, “Triangle-hinge models for unoriented membranes”, PTEP 2016 (2016) no.7, 073B01 (1-24), 査読有 / DOI: 10.1093/ptep/ptw069

Masafumi Fukuma, Sotaro Sugishita and Naoya Umeda, “Matter fields in triangle-hinge models”, PTEP 2016 (2016) no.5, 053B04 (1-17), 査読有 / DOI: 10.1093/ptep/ptw051

Masafumi Fukuma, Sotaro Sugishita and Naoya Umeda, “Random volumes from matrices,” JHEP 1507 (2015) 088 (1-32), 査読有 / 10.1007/JHEP07(2015)088

Masafumi Fukuma, Yuho Sakatani and Sotaro Sugishita, “Master equation for the Unruh-DeWitt detector and the universal relaxation time in de Sitter space”, Phys. Rev. D89 (2014) no.6, 064024 (1-23), 査読有 / DOI: 10.1103/PhysRevD.89.064024

Masafumi Fukuma and Yuho Sakatani, “Relativistic viscoelastic fluid mechanics”, Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. 21 (2013) 189-190, 査読有 / DOI: 10.1142/S2010194513009744

Masafumi Fukuma, Yuho Sakatani and Sotaro Sugishita, “Propagators in de Sitter space”, Phys. Rev. D88 (2013) no.2, 024041 (1-41), 査読有 / DOI: 10.1103/PhysRevD.88.024041

Masafumi Fukuma and Yuho Sakatani, “Conformal higher-order viscoelastic fluid mechanics”, JHEP 1206 (2012) 102 (1-23) / DOI: 10.1007/JHEP06(2012)102

Masafumi Fukuma and Yuho Sakatani, “Relativistic viscoelastic fluid mechanics”, Phys. Rev. E84 (2011) 026316 (1-25), 査読有 / DOI: 10.1103/PhysRevE.84.026316

Masafumi Fukuma and Yuho Sakatani, “Entropic formulation of relativistic continuum mechanics”, Phys. Rev. E84 (2011) 026315 (1-13), 査読有 / Phys.Rev. E84 (2011) 026315

Tatsuo Azeyanagi, Masafumi Fukuma, Hikaru Kawai and Kentaroh Yoshida, “Universal Description of Viscoelasticity with Foliation Preserving Diffeomorphisms”, J. Phys.

〔学会発表〕(計 15 件)

梅田直弥、福間将文「Parallel tempering algorithm for the integration over Lefschetz thimbles」日本物理学会第 72 回年次大会、2017 年 3 月 17 日～20 日、大阪大学(豊中市)

梅田直弥、杉下宗太郎、福間将文「Monte Carlo simulation of triangle-hinge models for membrane dynamics」日本物理学会 2016 年秋季大会、2016 年 9 月 21 日～24 日、宮崎大学(宮崎市)

福間将文「Critical behaviors of triangle-hinge models」離散的手法による場と時空のダイナミクス研究会 2016、2016 年 9 月 16 日～19 日、静岡労政会館(静岡市)

梅田直弥、杉下宗太郎、福間将文「Critical behavior of triangle-hinge models」日本物理学会第 71 回年次大会、2016 年 3 月 19 日～22 日、東北学院大学泉キャンパス(仙台市)

杉下宗太郎、梅田直弥、福間将文「On the continuum limit of the triangle-hinge models」日本物理学会 2015 年秋季大会、2015 年 9 月 25 日～28 日、大阪市立大学杉本キャンパス(大阪市)

梅田直弥、杉下宗太郎、福間将文「Putting matters on the triangle-hinge models」日本物理学会 2015 年秋季大会、2015 年 9 月 25 日～28 日、大阪市立大学杉本キャンパス(大阪市)

福間将文「Random volumes from matrices」離散的手法による場と時空のダイナミクス研究会 2015、2015 年 9 月 14 日～18 日、岡山衛生会館(岡山市)

梅田直弥、杉下宗太郎、福間将文「M 理論の構成的定式化に向けたランダム体積の新しい生成法について」日本物理学会第 70 回年次大会、2015 年 3 月 21 日～24 日、早稲田大学早稲田キャンパス(東京)

酒谷雄峰、福間将文、杉下宗太郎「エンタングルメントに基づいた粗視化の手法について」日本物理学会第 69 回年次大会、2014 年 3 月 27 日～30 日、東海大学湘南キャンパス(平塚市)

酒谷雄峰、福間将文、杉下宗太郎「Master equation for the Unruh-DeWitt detector and the universal relaxation time in de Sitter space」日本物理学会 2013 年秋季大会、2013 年 9 月 20 日～23 日、高知大学朝倉キャンパス(高知市)

酒谷雄峰、杉下宗太郎、福間将文「非定常時空上の Green 関数について」日本物理学会第 68 回年次大会、2013 年 3 月 26 日～29 日、広島大学東広島キャンパス(東

広島市)  
杉下宗太郎、酒谷雄峰、福間将文「時間依存するハミルトニアンを持つ系の真空期待値」日本物理学会第 68 回年次大会、2013 年 3 月 26 日～29 日、広島大学東広島キャンパス(東広島市)

酒谷雄峰、福間将文「粘弾性体模型の重イオン衝突実験への応用」日本物理学会第 67 回年次大会、2012 年 3 月 24 日～27 日、関西学院大学西宮上ヶ原キャンパス(西宮市)

酒谷雄峰、福間将文「連続体力学の非平衡熱力学的定式化 エントロピー汎関数の有効性とその応用」日本物理学会 2011 年秋季大会、2011 年 9 月 21 日～24 日、富山大学(富山市)

酒谷雄峰、福間将文「非平衡物理におけるエントロピー汎関数の有効性とその応用」日本物理学会 2011 年秋季大会、2011 年 9 月 16 日～19 日、弘前大学(弘前市)

〔図書〕(計 1 件)

福間将文、酒谷雄峰「重力とエントロピー」サイエンス社、2014 年、224 ページ

〔産業財産権〕

出願状況(計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
出願年月日：  
国内外の別：

取得状況(計 件)

名称：  
発明者：  
権利者：  
種類：  
番号：  
取得年月日：  
国内外の別：

〔その他〕

ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者  
福間 将文 (FUKUMA, MASAFUMI)  
京都大学・大学院理学研究科・准教授  
研究者番号：1 0 2 5 2 5 2 9

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

#### (4)研究協力者