

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 27 年 6 月 12 日現在

機関番号：82108

研究種目：基盤研究(C)

研究期間：2011～2014

課題番号：23540461

研究課題名(和文) 曲った時空と電子系のトポロジカルな量子効果

研究課題名(英文) Topological quantum effects of electron systems in curved space-time

研究代表者

田中 秋広 (Tanaka, Akihiro)

独立行政法人物質・材料研究機構・理論計算科学ユニット・主幹研究員

研究者番号：10354143

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 3,300,000円

研究成果の概要(和文)：(1)トポロジカル絶縁体の表面に特有のスピンベリ-位相と、固体結晶中の転位欠陥が引き起こすAB効果に由来するベリ-位相の相乗効果として、トポロジカル絶縁体の転位欠陥コアに沿ってゼロモードが生じることを数値計算と揆じれた空間上のディラック粒子の解析により確認した。(2)アクシオン場の渦糸が引き起こす、電荷ポンピングなどの特有の量子効果を解明した。(3)基底状態波動関数の虚時間経路積分表示を用いて、有効作用にトポロジカル項(表面項)が存在する多体系でSPT相(対称性に保護されたトポロジカル相)が生じる条件を調べた。具体例として磁場中の一次元反強磁性体でSPTが発現するための条件を特定した。

研究成果の概要(英文)：We showed through numerical and analytical methods how dislocations embedded within a topological insulator sustains a zero-energy mode. We also investigated the unique quantum effects, such as charge pumping with the use of the Witten effect, which arise in a topological phase of matter in the presence of an axion vortex. Finally, by invoking the functional integral representation of ground state wavefunctions, we showed how symmetry-protected-topological states can arise when the low-energy effective theory of a given system contains a surface topological term. We worked out how this scheme applies to 1d antiferromagnets under an applied magnetic field.

研究分野：物性理論

キーワード：トポロジカル絶縁体 量子スピン系 ベリ-位相 凝縮系の場の理論 トポロジカル場の理論

1. 研究開始当初の背景

トポロジカル絶縁体やトポロジカル超伝導体など、バンド電子系におけるトポロジカル物質相の研究が重要課題となっていた。特に試料表面における電磁氣的応答には従来の絶縁体表面や孤立した二次元電子系にはない量子効果が多いことが明らかになり、さらに詳しい研究が必要であると考えられていた。以上が開始当初の状況であった。

2. 研究の目的

上記のようにトポロジカル物質相における量子効果が大きな注目を集めており、主に電磁氣的な応答について研究がなされてきた。そこでこれまで物性論でほとんど調べられてこなかった「重力的応答」、つまり系の置かれた実効的な時空の幾何学(計量)の変化に対する応答を調べるのが本研究の目的である。これはいわゆる Sagnac 効果 (Aharonov-Bohm 効果の重力版) のような、実際の重力場に由来する量子効果ではなく、温度勾配に対する応答 (Luttinger により仮想的重力場への応答として定式化された) や、結晶欠陥の導入がもたらす効果を調べることに主眼がある。

3. 研究の方法

トポロジカル物質相が発現する量子効果を捉えるのに極めて有効な方法の一つが、低エネルギー有効作用に現れるトポロジカル項を詳しく調べることである。具体的には以下のようなトポロジカル項が実効的な時空の何らかの意味での「曲がり」により以下の項は誘起されたり変形される様子を調べる：

- ・ マクスウェルゲージ場に対するアキシオン項、チャーン・サイモンズ項。
- ・ 重力場をゲージ理論的に扱う際に生じるアキシオン項、チャーン・サイモンズ項およびそのバリエーション(このとき、ゲージ場としての役割を担うのはスピン接続場と多脚場である。また、場の強さの役割を担うのは空間のリーマン曲率と振率である。)
- ・ 後述のように、秩序変数の棲む空間が曲がりや捩れを内在する場合も同様のトポロジカル項が誘導され、物性を支配する場合がある。トポロジカル物質相の簡単からこのようなケースも重要であり、本課題の研究対象とする。

4. 研究成果

(1) 固体結晶中に導入された転位欠陥が、電子の波動関数に対してもたらす Aharonov-Bohm 効果(以下 AB 効果と記す)と本質的に類似した位相干渉効果は 1980 年代から研究がなされ、中でも K. Kawamura や K. Kitahara 等による我が国の研究者による先駆的な仕事が知られる。後者は一般相対性理

論で用いるリーマン幾何学の言葉によりこの効果の記述を行っている。但し厳密には転位欠陥は電子が感受する実効的な空間曲率をもたらすのではなく、ある軸の周りを周回したときに初期位置からのズレを生じさせるので、通常リーマン空間で問題にする曲率ではなく、振率をもたらす点が重要である。この意味でこの問題を微分幾何学的に扱う際に必要な空間はリーマン・カルタン空間であることを注意する必要がある。

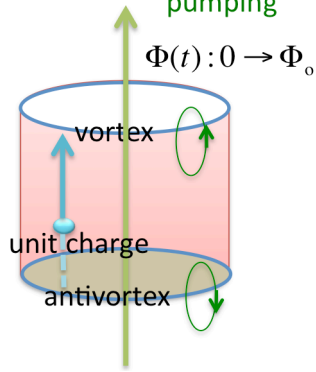
さて、トポロジカル絶縁体には表面に電子スピンの向きが追従する性質があり (spin-to-surface locking)、例えば細い円柱状の孔を開けた中空の試料の固有状態を調べると、孔の円周に沿ってのスピンの回転に伴うベリー位相が、角運動量に寄与する。この角運動量がもたらすゲタのためにゼロエネルギーを取れない。さて、この孔(管)が螺旋転位で或る場合、更に前述のような AB 効果によりスピンベリー位相とは別起源のベリー位相を寄与する。トポロジカル絶縁体に対する格子模型を用いて行った数値計算により、この転位のバーガーズ・ベクトルが格子定数の奇数倍の大きさを持つとき、この二つのベリー位相が相殺して、バルクのエネルギーギャップの中に、欠陥に沿って走るゼロモードが生じることを見いだした。これに対する理論的な理解を得るためにリーマンカルタン空間上のディラック方程式を用いた解析も行い、二種類のベリー位相がゲージ場として粒子の低エネルギースペクトルを支配する様子を確認した。(論文二報に発表。)

(2) 上記研究からの展開として、トポロジカル場の理論の観点からの研究を実施した。トポロジカル絶縁体にはいくつかのクラスに分類がなされているが、例えば二次元整数量子ホール系は対称性を持たないクラスに該当する。これを層状に積層させた構造に欠陥を導入したものをモデル化すると、バルクでは存在しなかった、アキシオン電磁氣の作用が誘起されることを見いだした。これは Teo-Kane が別の観点から指摘した結果と整合する。

このときに転位欠陥はアキシオン場の渦糸配位のコアであること、そしてこのコアに沿っての固有状態が Callan-Harvey の良く知られたゼロモード解に帰着することも示した。このとき、アキシオン場は系のカイラル対称性の破れに伴うゴールドストーンモードであり、その有効作用は超流動の秩序変数の位相場と強い類似性を持った有効理論で記述される。そこで後者との対比をしつつ上記のアキシオン渦糸の物理的な性質を詳しく調べた。また、他クラスのトポロジカル相においても類似の方法で欠陥が誘起する量子効果を調べた(アメリカ物理学会等で発表、論文を準備中)。

なお、下図ではアキシオン渦糸が引き起こす

Laughlin-like setup: quantized charge pumping

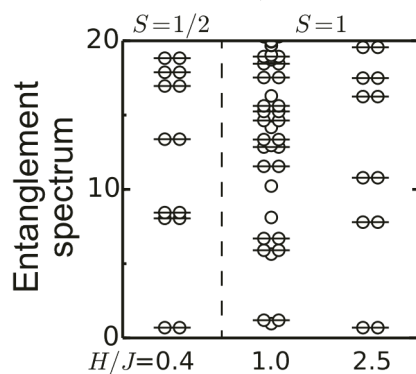
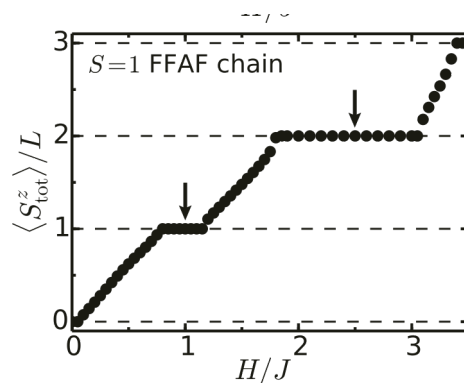


ユニークな量子効果を端的に示す一例を挙げた。リング状のアクシオン渦糸を貫く磁束がゼロから磁束量子一本分の強さまで断熱的に変化したとすると、このリングには素電荷一個分の電荷が流入する。従って図のように渦糸リングと反渦糸リングの一对があった場合には、両者を共通に貫く磁束により、反渦糸リングから渦糸リングへと単位電荷がポンプされることになる。これは整数量子ホール系におけるラフリンのスペクトル流に関する思考実験に強く類似するが、この類似性の起源は、アクシオン渦糸が量子ホールの電磁応答特性（渦糸に沿って電場を印可すると、渦糸に放射状にホール電流が流入する。このホール電流の伝導度は整数量子ホール効果のそれと一致する。）を示すことにある。

(3) 結晶欠陥や熱的応答と並び、実効的に曲がった（または振じれた）空間による量子効果が物性に顕著な影響を及ぼす例として、秩序変数のターゲット多様体が非自明のトポロジーを持つ場合が挙げられる。例えば一次元反強磁性体の有効理論である非線形シグマ模型に現れる Wess-Zumino 項は、幾何学的には空間の実効的な振れの既決として現れることが知られる。バンド絶縁体に対して予言されたトポロジカル絶縁体のコンセプトを、広く強相関多体系に一般化する「対称性に保護されたトポロジカル相」（以下 SPT 相と記す）が現在、トポロジカル物質相の分野の前線の一つを形成しているが、ここではこのような意味で空間が曲がり/振れを内在することにより可能となるトポロジカル項の役割が重要となる。本課題の後半期間はこの問題に重心をおいた研究を実施した。SPT 相の分類学は多くの研究が展開されている一方、物理的な実例を想定する研究はまだ多くない。そこで、場の理論的手法を駆使して磁場中の一次元反強磁性体が SPT 相を発現しうることを示した（論文 3 報を発表）。ここでのアプローチは、重要な課題となっている高次元系での SPT 相の探索にも適用することができ、実際に三次元系についての手順の概要を論文中で示した他、二次元系における研究を現在まとめている。

本研究のポイントは、系の基底状態の波動関数を、ファインマンの経路積分を用いて表示することである。状態の時間発展を基底状態へ射影するために虚時間形式を用いる。このとき、有効作用にトポロジカル項が含まれていると位相因子として波動関数の中に寄与する。その役割を調べる事により当該状態が SPT 相か否かを判定する。

磁場中の一次元反強磁性体の場合、バンド電子系の絶縁体相に相当するのが磁化プラトー状態であり、スピンの励起にエネルギーギャップを持つ。本研究により、この磁化プラトー状態は SPT 相とトポロジカルに自明な相の二つの可能性があることが示された。トポロジカル項は典型的には全微分で表されるため、積分を行うと時空間の境界での値が効いてくる。バルク試料の物理を調べるためには空間方向に周期的境界条件を取るため、トポロジカル項の影響は虚時間軸上の境界に生じる。このような「時間方向のエッジ状態」（波動関数に対する位相因子として現れる）が配置のトポロジーに対して非自明な依存性をもつかどうか、もし持つ場合はどのような対称性によってその性質が保護されているのかを特定することにより、SPT 相を特定することが可能となる。磁化プラトーの場合は、スピン量子数を S 、サイト当たりの磁化を m とすると（簡単のため単位包が一サイトからなるとすると $S-m$ は整数値を取る） $S-m$ が奇数の場合は SPT、偶数の場合は自明な相となることが分かった。また、この両者の区別は、サイト同士を結ぶリンクの中心に対す



る反転対称性を課している限り、摂動を加えても保持されることも示すことができた。このことからグループコホモロジーを用いた SPT 相の分類表のうち、同定した SPT 相がどこに当てはまるかも明らかとなった。このように、本手法はトポロジカル項を含む有効作用で表される系で広く適用することが可能で、今後高次元系を中心に他の SPT 相の探索に役立てたい。なお本研究の結論は数値計算（実際の磁性体のモデルに対するエンタングルメントエントロピーの評価）及び可解な状態（行列積状態）に対する解析からも確認した。（上の最初の図は数値的に求めたモデル系の磁化曲線。（実効的に S=3 の系を表し、磁化 1 の小さいプラトーが自明、磁化 2 のより長い（すなわち安定な）プラトーが SPT 相。二つ目の図はエンタングルメントスペクトルの計算結果で、二重縮退したスペクトルを持つときに SPT 相を発現する。）

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕（計 9 件）

① Ki-Seok Kim and Akihiro Tanaka, Emergent gauge fields and their nonperturbative effects in correlated electrons, *Modern Physics Letters* vol. 20, 2015, 1540054-1-1540054-65, 査読有, DOI: 10.1142/S0217984915400540

② Shintaro Takayoshi, Keisuke Totsuka and Akihiro Tanaka, Symmetry-protected topological order in magnetization plateau states of quantum spin chains, *Physical Review B* 91, 2015, 155136-1-155136-12, 査読有, DOI: 10.1103/PhysRevB.91.155136

③ Akihiro Tanaka and Taizo Sasaki, Focus on materials science of topological insulators and superconductors, *Sci. Tech. Adv. Mat.* vol.16, 2015, 010301-1-010301-2, 査読有, DOI: 10.1088/1468-6996/16/1/010301

④ Akihiro Tanaka and Shintaro Takayoshi, A short guide to topological terms in the effective theories of condensed matter, *Sci. Tech. Adv. Mat.* vol 16, 2015, 014404-1-014404-10, 査読有, DOI: 10.1088/1468-6996/16/1/014404

⑤ Ken-ichiro Imura, Yoshitake Takane and Akihiro Tanaka,

Topological insulator “nanotubes”, *Journal of Physics: Conference Series*, vol 400, 2012, 042021-1-042021-4, 査読有, DOI: 10.1088/1742-6596/400/4/042021

⑥ Jun-ichi Inoue and Akihiro Tanaka, Photoinduced spin Chern number change in a two-dimensional quantum spin hall insulator with broken spin rotational symmetry, *Physical Review B* 85, 2012, 125425-1-125425-7, 査読有, DOI: 10.1103/PhysRevB.85.125425

⑦ Ken-ichiro Imura, Yoshitake Takane and Akihiro Tanaka, Weak topological insulator with protected gapless helical states, *Physical Review B* 84, 2011, 035443-1-035443-8, 査読有, DOI: 10.1103/PhysRevB.84.035443

⑧ Ken-ichiro Imura, Yoshitake Takane and Akihiro Tanaka, Spin Berry phase in anisotropic topological insulators, *Physical Review B* 84, 2011, 195401-1-195406-8, 査読有, DOI: 10.1103/PhysRevB.84.195406

⑨ Akihiro Tanaka, Duality among competing orders in antiferromagnets and topological insulators: nonlinear sigma model approach, *Journal of Physics: Conference Series*, vol 320, 2011, 012020-1-01220-5, 査読有, DOI: 10.1088/1742-6596/320/1/012020

〔学会発表〕（計 27 件）

① 高吉慎太郎、戸塚圭介、田中秋広、磁化プラトーにおける対称性に保護されたトポロジカル相の場の理論、日本物理学会第 70 回年次大会、2015 年 3 月 21 日 早稲田大学（東京）

② Shintaro Takayoshi, Keisuke Totsuka and Akihiro Tanaka, Symmetry protected topological states in antiferromagnets in magnetic field, *American Physical Society March Meeting*, 2015 年 3 月 2 日 San Antonio, USA

③ 高吉慎太郎、田中秋広、磁化プラトー状態における対称性に守られたトポロジカル相、International conference on topological

quantum phenomena,
2014年12月16日
京都大学(京都市)

④ Akihiro Tanaka,
Symmetry protected states in
antiferromagnets-role of temporal edge
states,
Workshop on topological phenomena in
condensed matter physics,
2014年11月6日
NIMS MANA(つくば市)

⑤ Shintaro Takayoshi and Akihiro Tanaka,
Symmetry protected topological phases in
magnetization plateau,
Novel Quantum States in Condensed Matter
2014 (NQS2014),
京都大学基礎物理学研究所,
2014年11月4日,
京都大学基礎物理学研究所(京都市)

⑥ 田中秋広、
対称性に保護されたトポロジカル相-四元数
非線形シグマ模型からのアプローチ、
理研セミナー、
2014年10月10日、
理化学研究所(和光市)

⑦ 田中秋広
四元数非線形シグマ模型のトポロジカル項
とSPT相
日本物理学会2014年秋季大会
2014年9月8日
中部大学(春日井市)

⑧ 高吉慎太郎、田中秋広、
場の理論の質量項を用いたHaldane相を保護
する対称性の解析、
日本物理学会2014年秋季大会
2014年9月8日
中部大学(春日井市)

⑨ 田中秋広
シンポジウム: 対称性に保護されたトポロジ
カル相とエンタングルメント-はじめに
日本物理学会2014年秋季大会
2014年9月7日
中部大学(春日井市)

⑩ 田中秋広、高吉慎太郎、菊池徹、新田宗
土、
凝縮系のトポロジカル層におけるアクシオ
ンの創発と物性、
基研研究会「凝集系及び量子気体系における
ヒッグス・モード」、
2014年6月24日
京都大学基礎物理学研究所(京都市)

⑪ Shintaro Takayoshi and Akihiro Tanaka,
Symmetry protected topological phase in
quantum spin systems,
OIST 国際ワークショップ: 新奇的な量子物質と
量子相、
2014年5月14日、
沖縄科学技術大学院大学、恩能村(沖縄県)

⑫ 高吉慎太郎、田中秋広、
対称性に保護されたトポロジカル層の場の
理論による解析、
日本物理学会第69回年次大会、
2014年3月28日
東海大学(平塚市)

⑬ Akihiro Tanaka, Toru Kikuchi and Muneto
Nitta,
Dynamics of axion vortices in topological
states of matter-analogy with
superfluids,
American Physical Society March Meeting,
2014年3月4日
Denver, CO, USA

⑭ Shintaro Takayoshi and Akihiro Tanaka,
Field theory of symmetry protected
topological phase in magnets,
FIRST International Symposium on
Topological Quantum Technology,
2014年1月27日、
東京大学本郷キャンパス(東京都)

⑮ 田中秋広、菊池徹、井村健一郎、
欠陥が誘起するトポロジカル相-ベリー位相
からのアプローチ、
日本物理学会2013年秋季大会、
2013年9月25日
徳島大学(徳島市)

⑯ 田中秋広、
固体のトポロジカルな性質の光学的な操作、
先端物質科学セミナー、
2013年5月8日
広島大学(東広島市)

⑰ Akihiro Tanaka,
Optical steering of topological
properties of solids,
IES Special Seminars,
2013年2月14日
浦項工大、浦項市、韓国

⑱ Akihiro Tanaka,
Dislocation-induced electronic states in
topological insulators and related
systems,
IES Special Seminars,
2013年2月12日

浦項工科大学、浦項市、韓国

⑱ 田中秋広、
欠陥のあるトポロジカル相と非線形シグマ
モデルとの対応、
日本物理学会 2012 年秋季大会、
2012 年 9 月 18 日
横浜国立大学（横浜市）

⑳ 田中秋広、
トポロジカル絶縁体のトポロジカル場の理
論、新学術領域トポロジカル量子
第 8 回集中連携研究会「冷却原子気体とトポ
ロジー」
2012 年 6 月 4 日
東京大学本郷キャンパス（東京都）

㉑ Akihiro Tanaka,
Axion strings in topological insulators and
spin systems,
International conference on topological
quantum phenomena,
2012 年 5 月 16 日
名古屋大学（名古屋市）

㉒ 田中秋広、
トポロジカル絶縁体・量子スピン系における
axion string、
日本物理学会第 6 7 回年次大会、
2012 年 3 月 24 日
関西学院大学（西宮市）

㉓ Akihiro Tanaka,
Axion strings in topological insulators
and quantum spin systems,
American Physical Society March Meeting,
2012 年 2 月 27 日
Boston, MA, USA

㉔ 田中秋広、
トポロジカル絶縁体・量子スピン系における
アクシオン・ストリング、
新学術領域トポロジカル量子 第二回領域
研究会、
2011 年 12 月 1 7 日
岡山大学（岡山市）

㉕ 田中秋広、
トポロジカル量子効果による機能デザイン、
NIMS-AIST(NRI)計測・計算シミュレーション
合同ワークショップ、
2011 年 10 月 25 日
産業総合技術研究所（つくば市）

㉖ 田中秋広、
トポロジカル絶縁体-結晶の時空変形の効果
(シンポジウム講演)、

日本物理学会 2011 年秋季大会
2011 年 9 月 21 日
富山大学（富山市）

㉗ 田中秋広、
トポロジカル絶縁体とリーマンカルタン時
空、
理化学研究所数理物理研究室セミナー、
2011 年 6 月 13 日

〔図書〕（計 0 件）

〔産業財産権〕
○出願状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
国内外の別：

○取得状況（計 0 件）

名称：
発明者：
権利者：
種類：
番号：
出願年月日：
取得年月日：
国内外の別：

〔その他〕
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者
田中 秋広 (TANAKA, Akihiro)
独立行政法人 物質・材料研究機構
理論計算科学ユニット 主幹研究員
研究者番号：10354143

(2) 研究分担者
()
研究者番号：

(3) 連携研究者
()
研究者番号：