

科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 27 日現在

機関番号：14501

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2012

課題番号：23650507

研究課題名（和文） 数学的概念の理解を促すための次世代数理解教育の研究

研究課題名（英文） Study of Education of the Next Generation of Mathematics and Informatics for the Understanding of Mathematical Concepts

研究代表者

高橋 真 (TAKAHASHI MAKOTO)

神戸大学・人間発達環境学研究科・教授

研究者番号：50154860

研究成果の概要（和文）：本研究はビジュアルプログラミング環境を利用して、学習者が数学的概念理解のための教材を自ら作成しながら学ぶためのシナリオの開発を目的に、2011年度～2012年度に実施された。本研究では計算論および形式手法分野の入門段階におけるシナリオおよび高等学校における初等幾何や平面曲線分野におけるシナリオを作成し、ビジュアルプログラミング環境を利用した数理解教育に関する基礎研究が行われた。

研究成果の概要（英文）：This research has been supported by the grant from FY2011 to FY2012. The research goal is to develop scenarios that help learners create teaching materials for themselves to learn mathematical notions by using visual programming environments. The proposed scenarios are those of introductory levels on computational logic and formal method, and those of fields of elementary geometry and plane curves at the high school level mathematics.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	1,500,000	450,000	1,950,000

研究分野：科学教育

科研費の分科・細目：科学教育・教育工学・科学教育

キーワード：数理解教育, ビジュアルプログラミング環境

1. 研究開始当初の背景

数理解教育において、基本的な概念の理解を進めるには、具体的な例や実際に起きている現象を観察してそれを理解することが有効である。しかしながら、実際の教育現場でテーマに応じた数学用の教具を用意することは困難であり、その代替として計算機上で数学的なモデルを作成して仮想実験を行うプログラムが使われている。ところが従来のソフトでは学習者はただプログラムを実行して結果を見るだけで、その内容を理解するための実験としては不十分な場合が多い。数学的な概念をよりよく理解するためには、学習者が自らプログラミングを行い、アルゴリズム

を理解しその背後にある数学的な考え方を同時に身につけることが求められる。しかしながら、このような教育を実現するためには十分なプログラミング教育が必要であり、従来の数学や情報の講義の枠組みで行うことは困難である。本研究で目指すものは、その困難な部分をビジュアルプログラミング環境により解決する方法である。これにより学習者はプログラミングの技術的障害を乗り越え、本質的な概念の理解に集中することが可能となる。

2. 研究の目的

現代の多様な情報環境において 様々な環

境で生ずる諸問題を確かな数学の知識により解決に導くことの出来る人材養成か社会から求められている。本研究は、このような社会的な要請に対応する次世代の数理情報教育の解明を目的とする。ICT 技術の発展により様々なシミュレーションが簡易に行われるようになったが、従来型のシミュレーションソフトでは、データを入力してその動きを追うことか多く、対象の本質的な理解を得ることは繋がりにくい状況である。本研究では、学習者が自ら仮想空間内で概念理解のための教材を自ら作成して学ぶことか可能となるプラットフォームの開発とそこで活動するためのシナリオの作成を行う。

3. 研究の方法

(1) 実行環境

本研究ではビジュアルプログラミング環境としては対象となる分野や想定するシナリオの内容に応じて Etoys, BYOB, Enchanting を使い分けることとした。作成するシナリオは計算機室においてデスクトップ上で実行するだけではなく、通常教室でタブレットを使用して実行することも想定した。

(2) 対象分野の選定

本研究でシナリオを作成する対象分野としては、計算論および形式手法分野の入門段階におけるシナリオおよび高等学校における初等幾何や平面曲線分野を選定した。これ以外にもビジュアルプログラミング環境を利用することで、数学的概念の定義から図形的表現を利用して擬似的に量子子除去を行う場合についても考察を行った。

(3) シナリオの検証

本研究で作成したシナリオは、平面曲線分野については学部生の協力を得てその有効性や問題点について検証を行った。また、初等幾何分野については神戸大学附属中等学校において神戸大学人間発達環境学研究所の大学院生による研究授業の形で実施した。計算論および形式手法分野については最終年度前期に試験的に行ったが、作成したシナリオに基づいた授業は研究期間内で実施できなかったため、研究期間終了後の 2013 年度前期の授業で検証を行う予定である。

4. 研究成果

(1) 実行環境の整備

本研究で使用するビジュアルプログラミング環境の Etoys, BYOB, Enchanting はデスクトップ上では Windows OS, Mac OS X, Linux それぞれ実行環境が用意されているが、タブレット上では実行環境を整える必要がある。

Etoys を iPad 上で動作させる環境は公開されているが、日本語モードにできないことから公開されているソースプログラムを修正

し日本語でも使用できるようにした。プログラムの修正を含め、日本語化の方法については Web ページで公開した。また、Android OS 上では直接 Etoys を実行させることができないため Linux の仮想環境を作成してその上で Etoys を実行することにした。これについても Web ページを公開している。従って、本研究で作成した Etoys を利用するシナリオはタブレット上でも実行可能である。なお、Windows 8 タブレットの場合は、Windows OS 用の Etoys がそのまま使用できるため特に問題はない。

BYOB についてはタブレット上で実行することはできないが、現在 Snap! と名称を変更して Web ブラウザ上で Javascript を用いて実行する環境の整備が行われており本研究で BYOB を利用するシナリオは Snap! を利用することでそのまま使用することが可能である。

なお、Enchanting については、Enchanting を利用するシナリオが LEGO Mindstorms と同時に使用することが前提のためタブレット上で動作させることは想定していない。

(2) モデル検査分野におけるシナリオ作成と授業資料の作成

ソフトウェアや情報処理システムは様々な場所に取り入れられ人々の生活に大きく関わり、信頼性や安全性を高めることが重要視されている。そのためシステムの信頼性を保証するためにモデル検査等の形式手法が利用されるようになってきている。大学の情報系においても形式手法の素養を身につけることが求められている。しかし、システム検証の具体例を記述するとなると並行性が記述できるプログラミング言語の素養が必須であり、大学の講義として実施する際には問題となる。そこで初学者でも理解できる BYOB を利用してモデル検査の概念を理解するためのシナリオを作成し、そのための授業資料も作成した。このシナリオは中島震著「SPIN モデル検査」のロボットの例題を参考にした。BYOB でプログラムを作成して、デッドロックとなる状況を再現してモデル検査の理解を進めるものである。このシナリオでは BYOB を利用して並行性の概念やデッドロックやライブロックなどを具体的に理解することからはじめ、最終的に並行性やメッセージ交換に起因するデッドロックの理解が可能となる。さらに、このシナリオは Enchanting と LEGO Mindstorms を用いて実際にロボットを動かすことも可能であり、これにより学習者はより身近な状況で問題の原因を確認することが可能となる。これらの成果は平成 24 年度神戸大学人間発達環境学研究所の修士論文としてまとめられた。また、2013 年度神戸大学前期授業「計算機数学」で

実践し検証を行う予定である。授業資料は、ホーア論理については Web ページで公開済みであり、モデル検証についても、前期授業終了後に Web ページに公開する予定である。

(3) Etoys 上の Dr. Geo の改良と高等学校数 III の平面上の曲線におけるシナリオ作成

高等学校の新しい学習指導要領では、数学 III における平面上の曲線の内容の取り扱いとして「描画においてはコンピュータなどを積極的に活用するものとする」とされている。平面上の曲線を描くソフトウェアは数多く存在するが、そのままではただ実行して結果を確認することで終わる可能性がある。どのように描画するかを自分で考えてできるソフトウェアがあれば理解度が進むと予想される。Etoys の遊び場を利用して媒介変数表示された平面曲線を描くことは研究代表者による研究があるが、Etoys の欠点としてある条件を満たす点の軌跡をとる、例えば楕円のように 2 点からの距離の和が一定の点の軌跡をとることはそれほど簡単ではなかった。Etoys4.1 から新たに幾何図形ソフト Dr. Geo が導入され、幾何図形の扱いができるようになったが、軌跡をとるメソッドが未定義であったためそのままでは授業で使用することは困難であった。Dr. Geo の開発者はすでに単体版の Dr. Geo の開発に移行して、Etoys 版の Dr. Geo は保守が行われなくなっていたため、研究代表者が Etoys 版の Dr. Geo で軌跡をとることができるように改良を行った。この改良については Web ページで公開した。この改良により Etoys の遊び場では簡単に実現できなかった軌跡をとることができるようになり、平面上の曲線の学習に Etoys を利用することができるようになった。例えば、2 点からの距離の和が一定の点という条件を片方の焦点を中心として半径が 2 点からの距離の和となる円を描き、その円上の動点ともう一つの焦点の垂直二等分線が動径と交わる点と置き換えて楕円を描くことができる。この書き方の利点は、垂直二等分線が楕円の接線になっていること及び片方の焦点を動かして円の外側に移動させると双曲線が現れ、楕円と双曲線が同じ種類の曲線と考えられることが視覚的に理解できることである。この楕円と双曲線を理解するためのシナリオについては、神戸大学発達科学部数理情報環境論コースの学生に対し模擬授業を行いその効果を検証した。また模擬授業では iPad 上で Etoys を動かし、その効果についても検証を行った。これらの成果の一部は平成 24 年度神戸大学発達科学部の卒業研究としてまとめられた。

(4) 高等学校数学 A の初等幾何におけるシナリオ作成

高等学校数学 A では三角形の性質を扱うが、幾何図形ソフトを活用する事で三角形の性質を動的に確認して行く事が可能になる。本研究で作成したシナリオは三角形の五心を Dr. Geo を利用しながら確認し、その上でオイラー線の存在まで確認するものである。オイラー線については、教科書では扱われないが Dr. Geo と Etoys のスクリプトを活用する事でその存在を確認する事は容易である。オイラー線の存在の証明は教科書の練習問題レベルで行う事ができる。従って、Dr. Geo でオイラー線の存在を Dr. Geo 上で確認し、その証明につなげることで学習者の知識の定着をはかることが可能になる。このシナリオについては、神戸大学人間発達環境学研究科のプロジェクト「大学院修士課程における高度教員養成プログラムの開発 -21 世紀型知識基盤社会をリードできる教員の養成を通して-」の中で人間発達環境学研究科前期課程在籍の大学院生により神戸大学附属中等教育学校の生徒に対して実施された。授業アンケートでは、授業は難しかったと答えた生徒が多かったにも関わらず、それ以上に外心・垂心・重心やオイラー線について理解できたという生徒が多かったことから、Dr. Geo を用いた授業は効果的であったと評価できた。

(5) 計算論分野におけるシナリオ作成と授業資料の作成

大学において計算論の講義は主に数学系と情報系の学生に対して行われるが、数学系の学生に対して行う場合、計算のいろいろなモデルを説明する際にプログラミングの経験にあまり期待する事ができない。しかしビジュアルプログラミング環境であれば、シミュレータの作成や関数の計算などもそれほど時間をかけずに理解する事が可能である。すでに C 言語や関数言語を利用した計算論の教科書は出版されているが、本研究では BYOB でチューリング機械シミュレータをみずから作成し、それをもとに計算の機械モデルを理解し、さらに帰納的関数やプログラムで計算可能な関数の概念も BYOB の関数ブロックを利用する事で初学者でも理解できるシナリオを作成した。このシナリオについては平成 25 年度前期の講義「計算機数学」で検証を行う予定である。なお、この講義で使用するテキストは Web ページで公開した。

(6) 微分積分学の $\epsilon - \delta$ 論法を理解するためのシナリオについて

数学的概念を考察する際、対象の定義に量化記号が入れ子になる場合は初心者には理解が難しいと言われている。代表的なものとして微分積分学の $\epsilon - \delta$ 論法が挙げられる。関数の極限の定義はいわゆる $\Pi 3$ 型の論理式で表現される。定義の表す概念の理解が非常

に難しいばかりでなく、それを利用して証明を行うことも初心者には難しいため大学初年次の微分積分学の講義では扱うことが避けられて来ている。一方、量子子が含まれていても量子子除去が出来る場合には実質的には量子子が減るため証明もしやすくなる。量子子の除去ができる場合は概念の理解がしやすくなるが、いつでも量子子除去ができるわけではない。一般に量子子の除去は同じ言語で考えるのであるが、言語には含まれないが理解がそれほど困難ではない概念を利用して、擬似的に量子子の除去を行うことができれば数学的な概念の理解が進むと考えられる。例えば、数列の極限の定義は有限集合という概念を利用すると量子子を擬似的に除去することが可能である。 $\epsilon - \delta$ 論法では同様にはできないが、図形的表現を利用することで擬似的に量子子の除去が可能であり、ビジュアルプログラミング環境を利用することで初心者でも $\epsilon - \delta$ 論法を理解するための教材を作成することが可能である。シナリオ作成にはいたっていないが、 $\epsilon - \delta$ 論法を理解するためのひとつの作品を作成した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 1 件)

- (1) 吉田智也, 辻野友貴, 神戸大学大学院博士前期課程における高度教員養成プログラム—Squeak, Dr.Geo を用いた数学授業—, 神戸大学附属中等教育学校研究紀要「グローバルキャリア人としての資質・能力を 育成する中等カリキュラムの研究と授業の創造」, 2013.3, pp.59-60, 査読無

[その他]

ホームページ等

- (2) 高橋真, BYOBによる計算論入門, 2013. 3
<http://herb.h.kobe-u.ac.jp/byobcomputable/byobcomp.pdf>
- (3) 高橋真, BYOBによるホーア論理入門, 2013. 3
<http://herb.h.kobe-u.ac.jp/byobcomputable/byobhoare.pdf>
- (4) タブレットで Etoys を利用する手引き
http://herb.h.kobe-u.ac.jp/etoys_on_tablet.html
- (5) Dr. Geo について
<http://herb.h.kobe-u.ac.jp/drgeo.html>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

高橋真 (TAKAHASHI MAKOTO)

神戸大学・人間発達環境学研究科・教授

研究者番号 : 5 0 1 5 4 8 6 0

(2) 研究分担者

(3) 連携研究者

出口博章 (DEGUCHI HIROAKI)

神戸大学・人間発達環境学研究科・研究員

研究者番号 : 9 0 3 2 4 8 9 7