

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 6 月 13 日現在

機関番号：12601

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2013

課題番号：23654030

研究課題名(和文)不均質媒質の拡散現象の数理的研究

研究課題名(英文)Mathematical studies for diffusion of contaminants

研究代表者

山本 昌宏 (Yamamoto, Masahiro)

東京大学・数理(科)学研究科(研究院)・教授

研究者番号：50182647

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,700,000円、(間接経費) 810,000円

研究成果の概要(和文)：土壌のような不均質媒質における汚染物質の拡散現象に関して、古典的な偏微分方程式である移流拡散方程式は有効なモデルではないことが知られており、保全対策のための有効な数理的基盤を与えるために連続時間ランダムウォークによるミクロモデルとマクロモデルとしての非整数階拡散方程式の研究を実施した。成果は以下の通りである：

1. ミクロモデル(連続時間ランダムウォーク)とマクロモデル(非整数階拡散方程式)を関連付けて研究し、より精度のよいモデル化を提案した。2. モデルの精密な数学解析特に、解の一意存在や漸近挙動を明らかにした。3. 汚染源決定逆問題の数学解析、数値手法の開発。

研究成果の概要(英文)：It is known that the classical advection-diffusion equation is not an adequate model for diffusion processes of contaminants in heterogeneous media such as soil.

For real methods for keeping the environmental safety, we have studied the continuous-time random walk as a microscopic model and the fractional diffusion equation as a macroscopic model. Our achievements are as follows: (1) We relate both models: the continuous-time random walk and the fractional diffusion equation, and derive other from another, and we propose better models on the basis of such studies. (2) Mathematical analysis such as the unique existence of solution and the asymptotic behavior. (3) Mathematical analysis and numerical methods for inverse contamination source problems.

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：数学・数学一般

キーワード：不均質媒質 汚染物質拡散 非整数階拡散方程式 連続時間ランダムウォーク

### 1. 研究開始当初の背景

土壌のような不均質媒質における拡散現象に関して、古典的な偏微分方程式である移流拡散方程式による数値シミュレーションでは、フィールド実験やラボ実験による観測結果を再現できないことがしばしば起きる。汚染物質の拡散について移流拡散方程式によるシミュレーションではいずれの時刻においても汚染物質の濃度は環境基準値を下回り汚染の危険はないと判定されるにも関わらず、実際にはある時刻で危険な濃度になってしまうことがある。そのような拡散現象の記述のために、研究分担者・羽田野は連続ランダムウォークによるマイクロモデルを提案した。さらに非整数階の拡散方程式も、J. Klafter らによって提案され物理的な考察は充実しているものの数学解析は少なかった。

### 2. 研究の目的

- (1)マイクロモデル(連続時間ランダムウォーク)とマクロモデル(非整数階拡散方程式)を関連付けて研究し、より精度のよいモデル化を行うこと。
- (2)モデルの精密な数学解析。
- (3)数学解析の結果をラボ実験で検証すること。
- (4)汚染源決定逆問題の研究、数値手法の開発。
- (5)従来の偏微分方程式論では考察がなざりにされてきた非整数階偏微分方程式を現実からの強い動機付けに裏付けられて考察すること。工学との密接な連携で理論を実験で検証していくこと。

### 3. 研究の方法

不均質媒質における拡散現象の数理的解析のため工学・数学の連携による共同研究を行う。そのための研究計画概要は以下の通りであった。

初年度はラボ実験の結果の解析・整理を行い、物理モデル式の作成・検証を行った。欧米では非整数階拡散方程式の物理的研究は多くあるものの偏微分方程式論的な研究は極め

て少なく、この分野でイニシャチブを得るために物理的な観点での研究者との連携を密に保つため、海外の研究者との研究連絡を密に行った。

次年度以降もラボ実験とそれによる数学モデルの修正などの議論を継続し、不均質媒質中の汚染物質の拡散現象の数学解析と数値手法の確立に従事した。さらに汚染源決定逆問題の数値手法を確立する。産業応用への可能性を模索した。

### 4. 研究成果

不均質媒質における拡散現象の数理的解析のため工学・数学の連携による共同研究を行った。研究成果概要は以下の通りである。

- (1)非整数階偏微分方程式という新たな原理で現象を数理的に理解するための数学理論を発展させたこと。
- (2)本研究課題解決のために、空間的には粒子レベルで考えるべきマイクロスケールの局面と適切なアンサンブルに関する平均化されたマクロスケールで考察すべき局面が混在しているが、これらの異なったスケールに立脚した別個の物理実験や数値実験で得られた知見を、目標とするスケールに応じて連携させる手段としてスケーリング則も解明するために理論的な考察を行った。
- (3)実験データとの完全な照合には至らなかったが、そのための共同作業を十分行うことができ、さらに数学者とこの分野の工学者との間の研究連携体制が確立した。今後はそれを活用して、スケーリング則を考慮してマイクロモデルとマクロモデルを結合させた数理的な手法により、数値シミュレーションだけには頼らない環境動態予測などのシミュレーションを将来的に目指す。

### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

〔雑誌論文〕(計 19 件)

山本昌宏

- [1] Ling, Leevan; Yamamoto, Masahiro; Numerical simulations for space-time fractional diffusion equations, *Int. J. Comput. Methods* 10 (2013), no. 2, 1341001, 13 pp.
- [2] Miller, Luc; Yamamoto, Masahiro; Coefficient inverse problem for a fractional diffusion equation, *Inverse Problems* 29 (2013), no. 7, 075013, 8 pp.
- [3] Hatano, Yuko; Nakagawa, Junichi; Wang, Shengzhang; Yamamoto, Masahiro; Determination of order in fractional diffusion equation, *J. Math-for-Ind.* 5A (2013), 51-57.
- [4] Wen, Jin; Yamamoto, Masahiro; Wei, Ting; Simultaneous determination of a time-dependent heat source and the initial temperature in an inverse heat conduction problem, *Inverse Probl. Sci. Eng.* 21 (2013), no.3, 485-499.
- [5] Luchko, Yuri; Rundell, William; Yamamoto, Masahiro; Zuo, Lihua; Uniqueness and reconstruction of an unknown semilinear term in a time-fractional reaction-diffusion equation, *Inverse Problems* 29 (2013), no. 6, 065019, 16 pp.
- [6] Li, Gongsheng; Zhang, Dali; Jia, Xianzheng; Yamamoto, Masahiro; Simultaneous inversion for the space-dependent diffusion coefficient and the fractional order in the time-fractional diffusion equation, *Inverse Problems* 29 (2013), no. 6, 065014, 36 pp.
- [7] Wang, Wenyan; Han, Bo; Yamamoto, Masahiro; Inverse heat problem of

- determining time-dependent source parameter in reproducing kernel space, *Nonlinear Anal. Real World Appl.* 14 (2013), no.1, 875-887.
- [8] Yamamoto, Masahiro; Zhang, Ying; Conditional stability in determining a zeroth-order coefficient in a half-order fractional diffusion equation by a Carleman estimate, *Inverse Problems* 28 (2012), no.10, 105010, 10 pp.
- [9] Liu, Yikan; Xu, Xiang; Yamamoto, Masahiro; Growth rate modeling and identification in the crystallization of polymers, *Inverse Problems* 28 (2012), no. 9, 095008, 13 pp.
- [10] Cheng, Jin; Lu, Shuai; Yamamoto, Masahiro; Reconstruction of the Stefan-Boltzmann coefficients in a heat-transfer process, *Inverse Problems* 28 (2012), no. 4, 045007, 17 pp.
- [11] H. Ichige, Y. Hatano, Y. Onda, A coupled model of the airborne and surface concentration of radionuclides considering the resuspension-deposition process. *Geophysical Research Abstracts*, Vol. 16, EGU2014-16641 (2014).
- [12] 市毛裕之, 佐藤真登, 羽田野祐子: 大気中放射性核種濃度の揺らぎに関する数理モデル, *Proceedings of the 14th Workshop on Environmental Radioactivity (KEK Proceeding)* pp.71-80 (2013).
- [13] 新屋樹, 竿本英貴, 羽田野祐子: LAT-PIV法を用いた間隙流速測定と CTRW パラメータの関係性, *土木学会環境システム研究論文発表会講演概要集*, 319-324 (2013).
- [14] 五十嵐康人, 北和之, 吉田尚弘, 山田桂大, 三上正男, 足立光司, 関山剛, 眞木貴史, 田中泰宙, 財前祐二, 石塚正秀, 里村雄彦, 中井泉, 阿部 善也, 西口講平, 宇谷啓介, 川島洋人, 山田豊, 羽田野祐子, 大河内博: 放

放射性物質の大気沈着・拡散過程および陸面相互作用の理解、日本地球惑星科学連合 2013 年大会予稿集, AAS24-12 (2013).

[15] Yasuhito Igarashi, Mizuo Kajino, Yuji Zaizen, Koji Adachi, Masao Mikami, Kazuyuki Kita, and Yuko Hatano, Atmospheric Radionuclides from the Fukushima Nuclear Accident—Two years observations in Tsukuba, Japan. Geophysical Research Abstracts, Vol. 15, EGU2013-6684-1 (2013).

[16] 五十嵐康人, 財前祐二, 足立光司, 梶野瑞王, 羽田野祐子: 福島第一原発事故による大気環境影響の研究: つくばでの 2 か年にわたる観測, エアロゾル科学技術討論会概要集, 第 30 巻, 全 2 頁 (2013).

[17] 志賀祐紀, 羽田野祐子: レヴィフライトモデルによる放射性核種濃度の広域拡散予測, 第 8 回新エネルギー技術シンポジウム概要集 (2012).

[18] 小田桐康, 山川素子, 羽田野祐子: 地中における物質輸送モデル CTRW および ADE の相互関連性について, 土木学会論文集 B1, Vol. 68, I\_559-I\_564 (2012). (著書)

[19] 内山洋司, 羽田野祐子, 岡島敬一著: 「エネルギーシステムの社会リスク」, 第 5 章「環境リスク」担当, リスク工学シリーズ第 7 巻, コロナ社 (2012)

〔学会発表〕(計 1 件)

「逆問題が開く数学と産業の連携: 原理と実践」, 2013 年 2 月 15 日, Mathematics for Industry シンポジウム, サイバネットシステム, 東京, 基調講演

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕

出願状況 (計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
出願年月日:  
国内外の別:

取得状況 (計 0 件)

名称:  
発明者:  
権利者:  
種類:  
番号:  
取得年月日:  
国内外の別:

〔その他〕  
ホームページ等

6. 研究組織

(1) 研究代表者

山本 昌宏 (YAMAMOTO, Masahiro)  
東京大学大学院 数理科学研究科 教授  
研究者番号: 50182647

(2) 研究分担者

羽田野 祐子 (HATANO, Yuko)  
筑波大学 システム情報工学科 准教授  
研究者番号: 60323276

(3) 連携研究者

( )

研究者番号: