

科学研究費助成事業（学術研究助成基金助成金）研究成果報告書

平成 25 年 5 月 28 日現在

機関番号：12102

研究種目：挑戦的萌芽研究

研究期間：2011～2012

課題番号：23654128

研究課題名（和文）

クラマース多重項による四元数的ベリー接続の理論と物理的応用への挑戦

研究課題名（英文）

Quaternionic Berry connection by the Kramers multiplet and physical applications

研究代表者

初貝 安弘 (HATSUGAI YASUHIRO)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号 80218495

研究成果の概要（和文）：

系に固有のクラマース縮退による多重項に対して定義される幾何学的位相に関する四元数的ベリー接続ならびに位相不変量の Z_2 -量子化に対する理論は、近年研究代表者によりその基礎的部分が構築された。本研究ではこの新規かつ独創的な芽生え期の発想を理論的に深く追求し、発展させた。一つの具体的な例としては $Sp(1)$ ゲージ対称性をもつ異方的なパイロクロア系を一般次元の模型の一つとして構築し、そこでのトポロジカルな現象を詳しく解析した。

研究成果の概要（英文）：

Recently a theory of the Berry connection of the Kramers multiplet with the time-reversal symmetry is formulated by Hatsugai. The present project is to develop this embryonic research area and to pursue the use of quaternionic Berry connections to define topological order parameters.

The basic idea is applied for pyrochlore/Kagome lattice systems with $Sp(1)$ gauge symmetry as a series of models in any dimensions. Further their topological characters are clarified.

交付決定額

(金額単位：円)

	直接経費	間接経費	合計
交付決定額	2,800,000	840,000	3,640,000

研究分野：数物系科学

科研費の分科・細目：物理学（数理物理・物性基礎論）

キーワード：時間反転対称性、四元数、幾何学的位相、ベリー位相、トポロジカル秩序

1. 研究開始当初の背景

四元数(Quaternion)が時間反転対称性と密接に関係していることは、Dyson による一連の研究以来の既知の事実であるが、本申請者は、時間反転対称な量子系に固有のクラマース縮退による多重項に対して定義される幾何学的位相（ベリー位相の拡張）と、その非可換ゲージ構造においても四元数表示が極めて有効かつ本質的な役割を果たすことを明確化し幾何学的位相の Z_2 -量子化に対する

一般理論を近年公表した(“Symmetryprotected Z_2 -quantization and quaternionic Berry connection with Kramers degeneracy”, Y. Hatsugai, New J. Phys. 12, 065004, (2009)。本研究はこの申請者の新規かつ独創的な芽生え期の発想を理論的に深く追求し、その基礎を確立することを目標とするものである。またその成果はクラマース縮退をともなう量子液体相（トポロジカル秩序相）において広く適用可能であり、量子スピンホール相など時間反転とク

ラマース縮退が本質的な量子液体相の問題における大きなブレークスルーに至ることを最終的な目標とするものでもある。

2. 研究の目的

学術的背景: 2次元電子系における磁場下のホール伝導の高い精度の量子化はその起源を量子系の幾何学的位相に持つが、この現象は明示的に時間反転対称性を破った系である。ここで、電子の内部自由度であるスピンを使うと系が、時間反転対称であっても同様の幾何学的位相が重要な役割を果たすことが近年の研究で明らかとなった。これがいわゆる「量子スピンホール効果」である[4, 5, 6] ここでは時間反転対称性の重要な帰結の一つであるクラマース縮退が特徴的意義をもつ。本申請者は一般の幾何学的位相における研究の過程で Wilczek-Zee 以来の多重項構造にともなう幾何学的位相の非可換ゲージ構造に関する基礎的研究を重ねてきた。この研究の基礎に立ち、クラマース縮退を多重項構造と見なす研究を進める中で、四元数 (Quaternion) がクラマース多重項の記述においても極めて有効であり、時間反転対称な系の幾何学的位相の記述において重要な役割を果たすことを明らかとした。時間反転対称な系における四元数の意義は歴史的な F. Dyson の研究以来よく知られていたが、クラマース多重項を四元数表示し、その非可換ゲージ構造を四元数の観点から「通常の幾何学的位相における複素数の意義」と対比的に議論したものは他になく、近年話題のいわゆる対称性に守られた一般化した (高次の) ベリー位相の Z_2 -量子化まで議論した点は全く独創的である。本研究申請は、その独自の基礎理論の確立と広くその応用の可能性を探るものである。その上で、理論構成の枠を越え、四元数の理論の物理的意義を探ることを挑戦的課題として、掲げる。具体的には申請者の独自性ある提案であるトポロジカルな系でのバルクとエッジとの関連をクラマース縮退の観点から独自の手法で展開し、明確かつ厳密なエッジ状態の理論を構成し、他に類をみないブレークスルーたる成果を目指す。

3. 研究の方法

本研究の基礎として申請代表者が 2009 年 9 月に公表した基礎的な論文にあるクラマース縮退した系におけるベリー接続の四元数表示に関する、一般論に検討をくわえ、より精密で適用範囲の広いものに拡張し、特に Z_2 -量子化の理論の展開ならびに完成を目指す。その基礎に立って展開その 1 として、独自の四元数的ベリー接続の理論を用いて、既存の

量子スピンホール効果の理論を再検討するとともに、新たな展開を目指す。展開その 2 として、四元数的幾何学的位相を量子多体系に適用する。多体系がクラマース縮退を伴うときの基礎的な一般論は[3]にその基本形は述べてあるが、この一般論を精密化し、量子液体相、スピン液体相に対して具体的に数値的手法により適用し、 Z_2 -量子化とトポロジカル秩序相におけるクラマース縮退の意義を明らかとする。

4. 研究成果

Dyson による一連の研究以来、四元数 (Quaternion) が時間反転対称性を持つ系では本質的に重要であることはよく知られているが、系に固有のクラマース縮退による多重項に対して定義される幾何学的位相 (ベリー位相 の拡張) に関する四元数表示を用いた Z_2 -量子化に対する一般理論を申請者は近年公表した。本研究はこの申請者の新規かつ独創的な芽生え期の発想を理論的に深く追求し、その基礎を確立することを第一の目標とする。本年度はその具体的な例として $Sp(1)$ ゲージ対称性をもつ異方的なパイロクロア系を構築し、その上でのトポロジカルな現象を詳しく解析した。その結果は日本物理学会他、国際会議等で発表するとともに、現在論文執筆中である。また、ベリー位相の一般論の下で、有限形状グラフェンにおいて Z_2 ベリー位相を用いたボンド秩序変数を構築し、多くの芳香族化合物に対してタイトバインディング近似の下で理論を適用し、局在状態とその再構成の観点から具体的な研究を遂行した。これに関しても日本物理学会でその成果を公表すると共に論文執筆中であり、国際会議等でも発表の予定である。

上述のように時間反転対称な系における四元数的ベリー接続の意義とその有効性は確立しつつあるが、この系におけるエッジ状態の四元数的記述に関しては、現在、理論を構築しつつある段階である。特にトポロジカルに非自明な系において広く成立すると信じられている「バルクエッジ対応」の概念も四元数的手法により時間反転対称な系への拡張できると考えられるが、その具体化の作業を現在行っているところである。

なお、本研究の基礎となるベリー接続を用いたトポロジカル秩序変数の定義とその有効性に関しては日本物理学会誌に解説を執筆すると共に、多くの招待講演を行った。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 10 件)

[1] Y. Hatsugai, T. Morimoto, T. Kawarabayashi, Y. Hamamoto and H. Aoki, “Chiral symmetry and its manifestation in optical responses in graphene: interaction and multi-layers”, *New J. Phys.* 15, 035023 (27) (2013) 査読有
doi:10.1088/1367-2630/15/3/035023

[2] 初貝安弘, 「トポロジカル秩序とベリ-接続」, 日本物理学会誌「解説」68 巻 1 月号 (2013) 査読有

[3] Y. Hamamoto, H. Aoki, and Y. Hatsugai, “Chiral condensate with topological degeneracy in graphene and its manifestation in edge states”, *Phys. Rev. B* 86, 205424 (6) (2012) 査読有
doi:10.1103/PhysRevB.86.205424

[4] T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Topologically protected Landau levels in bilayer graphene in finite electric fields”, *Phys. Rev. B* 85, 165410 (5) (2012) 査読有
doi: 10.1103/PhysRevB.86.205424

[5] T. Kawarabayashi, Y. Hatsugai, T. Morimoto and H. Aoki, “Generalization of chiral symmetry for tilted Dirac cones”, *Int. J. Mod. Phys. : Conf. Ser.* 11, 145-150 (2012) 査読有
doi: 10.1142/S2010194512006046

[6] Y. Hatsugai, I. Maruyama, “ZQ Topological Invariants for Polyacetylene,

Kagome and Pyrochlore lattices”, *Euro. Phys. Lett.* 95 20003(5) (2011) 査読有
doi:10.1209/0295-5075/95/20003

[7] I. Maruyama, S. Tanaya, M. Arikawa, Y. Hatsugai, “Z2 topological number of local quantum clusters in the orthogonal dimer model”, *J. Phys. : Conf. Ser.* 320, 12019 (6) (2011) 査読有
doi:10.1088/1742-6596/320/1/012019

[8] H. Watanabe, Y. Hatsugai, H. Aoki, “Manipulation of the Dirac cones and the anomaly in the graphene related quantum Hall effect”, *J. Phys. : Conf. Ser.* 334, 12019 (6) (2011) 査読有
doi:10.1088/1742-6596/334/1/012044

[9] M. Arikawa, H. Aoki, Y. Hatsugai, “Edge states in graphene quantum Hall system with bond vs potential disorder”, *J. Phys. : Conf. Ser.* 334, 12043 (4) (2011) 査読有
doi:10.1088/1742-6596/334/1/012043

[10] M. Arai and Y. Hatsugai, “Numerical study of electronic structure under uniform magnetic field and quantized Hall conductance for multi-band tight-binding models”, *Phys. : Conf. Ser.* 334, 012042 (4) (2011) 査読有
doi:10.1088/1742-6596/334/1/012042

[11] M. Arikawa, Y. Hatsugai, T. Endoh, K. Shiraishi, “Wave packet dynamics in the spin torque transfer”, *J. Phys. Soc. Jpn.* 81, 044706 (4) (2011) 査読有
doi: 10.1143/JPSJ.81.044706

[学会発表] (計 49 件)

招待講演のみ

[1] Y. Hatsugai, “Characterization of Topological Phases”, Special lecture at MANA (招待講演) 2013 年 03 月 06 日 NIMS, Tsukuba, JAPAN.

[2] Y. Hatsugai, “Topological phases and bulk-edge correspondence”, The 317th MANA Special Seminar (招待講演) 2013 年 03 月 06 日 NIMS, Tsukuba, JAPAN.

[3] Y. Hatsugai, “Symmetry and order parameters for topological phases”, Seminar at M. Ueda Group, Univ. Tokyo (招待講演) 2013 年 01 月 24 日 Tokyo, JAPAN.

[4] Y. Hatsugai, “Symmetry protection in topological phases”, 2013 EMN West Meeting on Topological Insulators, 2013 年 01 月 08 日 Houston, U.S.A..

[5] Y. Hatsugai, “Fun of graphene for physicists”, 4-th Tsukuba-Hsinchu Joint symposium on Interdisciplinary Nano-Science and Technology, 2012 年 12 月 18 日 Tsukuba, JAPAN.

[6] 初貝 安弘, 「ベリー接続とエンタングルメント」日本物理学会 2012 年秋季大会 (領域 11, 領域 01 合同) シンポジウム量子多体系におけるエンタングルメント (招待講演) 2012 年 09 月 19 日横浜国立大学, 横浜

[7] Y. Hatsugai, “Berry connection and bulk-edge correspondence in topological phases”, 36-th International conference of theoretical physics: correlation and coherence at different scales (招待講演) 2012 年 09 月 15 日 Ustron, Poland.

[8] Y. Hatsugai, “Chiral symmetry and topology in graphene”, 2012 年 08 月 29 日 NIMS, Tsukuba, JAPAN.

[9] 初貝 安弘, 「バルクエッジ対応の物理」広島大学大学院集中講義 2012 年 06 月 27 日 広島大学

[10] Y. Hatsugai, “Bulk-Edge Correspondence in Condensed Matter and Its Application”, 2012 Villa Conference on Topological Insulators, 2012 年 04 月 19 日 Orlando, U.S.A..

[11] Y. Hatsugai, “Symmetry, Dirac cones and Berry connections for frustrated fermions”, 26th Nishinomiya-Yukawa Memorial International Workshop “Novel Quantum States in Condensed Matter 2011 (NQS2011)” (招待講演) 2011 年 11 月 17 日, 京都大学 基礎物理学研究所, 京都市

[12] 初貝 安弘, 「グラフェンにおけるカイラル対称性と電子相関」理論核領域, 素粒子領域合同シンポジウム 強相関物理の新展開 18pSJ-6 日本物理学会 2011 年秋季大会 (素粒子原子核) (招待講演) 2011 年 9 月 18 日, 弘前大学, 弘前市

[13] Y. Hatsugai, “Quantized Berry phases for characterization of short range entangled states in d-dimensions”, Kavli Institute for Theoretical Physics program : Topological Insulators and Superconductors (招待講演) 2011 年 11 月 3 日, KITP-UCSB, Santa Barbara, U.S.A.

[14] 初貝 安弘, 「グラフェンの特異な物性とカイラル対称性」京都大学基礎物理学研究所 研究会「熱場の量子論とその応用」(招待

講演) 2011 年 8 月 22 日, 京都大学 基礎物理学研究所、京都市

[15] 初貝 安弘, 「時間反転対称性とトポロジカル絶縁体のエッジ状態: バルクエッジ対応の物理」平成 23 年度 第 10 回 飯綱・サイエンスサマー道場 (招待講演) 2011 年 8 月 17 日, ホテルアルカディア 飯綱高原、長野

[16] Y. Hatsugai, “Use of Berry connections in condensed matter physics and the bulk-edge correspondence”, Workshop on Emergence in Field Theory (招待講演) 2011 年 8 月 6 日 Nanyang Executive center, Nanyang Technology University, Singapore.

[17] Y. Hatsugai, “Symmetry protected quantization of Berry phases and applications”, Workshop and School on Topological Aspects of Condensed Matter Physics (招待講演) 2011 年 6 月 29 日 International Center for Theoretical Physics (ICTP) Trieste, Italy.

[その他]

ホームページ等

<http://rhodia.ph.tsukuba.ac.jp/~hatsugai>

http://rhodia.ph.tsukuba.ac.jp/~hatsugai/modules/pico/?ml_lang=en

6. 研究組織

(1) 研究代表者

初貝 安弘 (HATSUGAI YASUHIRO)

筑波大学・数理物質系・教授

研究者番号 80218495