

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 26 年 4 月 21 日現在

機関番号：14603

研究種目：若手研究(B)

研究期間：2011～2013

課題番号：23700001

研究課題名(和文) オンラインアルゴリズムの自動解析技術と設計支援システムの研究

研究課題名(英文) Automated Competitive Analysis and Computer-Aided Development Systems for Online Algorithms

研究代表者

川原 純 (Kawahara, Jun)

奈良先端科学技術大学院大学・情報科学研究科・助教

研究者番号：20572473

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 2,900,000円、(間接経費) 870,000円

研究成果の概要(和文)：将来の入力が未知である状況をモデル化したオンライン問題において、そのアルゴリズムの解析には、問題の性質上より良い解を得るために膨大な数の場合分けを必要とすることが多く、人手で全ての場合を列挙するのは事実上困難となる。本研究ではオンラインアルゴリズムの自動解析手法とアルゴリズム設計システムを提案する。kフレーム転送量最大化問題やオンラインユニットクラスタリング問題等のオンライン問題に対してアルゴリズムを設計し、競合比解析を行った。

研究成果の概要(英文)：For analyzing algorithms for online problems, which model situations without knowledge of the future, a great number of case divisions are needed in order to obtain better solutions. It is practically difficult to perform such case divisions by hand. In this research, an automated analysis technique and computer-aided development systems for online algorithms are proposed. Online algorithms for the k-frame throughput maximization problem and the online clustering problem are designed and analyzed.

研究分野：総合領域

科研費の分科・細目：情報学・情報学基礎

キーワード：オンラインアルゴリズム 競合比解析 自動解析 kフレーム転送量最大化

1. 研究開始当初の背景

将来の入力が未知である状況をモデル化したオンライン問題において、そのアルゴリズムの解析には、問題の性質上、より良い解を得るために膨大な数の場合分けを必要とすることが多く、人手で全ての場合を列挙するのは事実上困難となる。本研究では、以前に研究代表者が提案しているオンラインアルゴリズムの計算機を援用した解析手法を用いて、オンラインバッファ管理問題やオンラインユニットクラスタリング問題等の様々なオンライン問題に対して、アルゴリズムを設計し、競合比を解析することによって、計算機援用手法のフレームワークの構築を行う。

2. 研究の目的

将来の入力が未知である状況で動作するアルゴリズムをオンラインアルゴリズムという。設計したオンラインアルゴリズムの良し悪しを評価するための基準として、「競合比」が用いられる。競合比とは、オンラインアルゴリズムを動作させて得られる利得(コスト)と、入力が全て既知であると仮定した場合の仮想的な最適利得の比である。任意の入力に対する競合比の最悪値を、アルゴリズムの競合比と呼ぶ。競合比が1に近いアルゴリズムほど最適な動作に近い、良いアルゴリズムと言える。競合比解析では、任意の入力を考慮するため、入力の統計的な確率分布を仮定する必要が無い。得られた値は最悪の場合の値であるため、結果の品質保証が可能である。競合比解析の問題点は、任意の入力を考慮するため、解析が複雑になるということである。特にオンライン問題では、入力に対する場合分けの数が膨大になることが多々ある。場合分けを効率良く行うため、数学的なテクニックを駆使し、時には重箱の隅をつつくような解析が必要になる。以上で述べた欠点を克服するために研究代表者はオンラインアルゴリズムの設計・解析に計算機を援用することを考えた。以前の研究において、研究代表者はオンラインナップザック問題に対して、計算機を援用し、競合比の解析を行った。本研究では、オンラインバッファ管理問題の一問題であるkフレーム転送量最大化問題やオンラインユニットクラスタリング問題に対して、アルゴリズムを設計して競合比を解析する。

オンラインバッファ管理問題は、ネットワーク上のスイッチがパケットを転送する際、バッファにパケットを一時的に溜めておき、別の経路に送出する際、溜めたパケットに優先順位をつけて送出する最適化問題である。バッファ容量には限りがあり、バッファから溢れたパケットは廃棄される。本研究では、動画データなどの大きなデータをいくつかのパケットに分割して送るモデルを考える

(フレームモデル)。フレームはk個のパケットからなり、k個のうち1つのパケットでも廃棄されるとそのフレームを復元することは不可能になる。この状況化で、スイッチに備えられている1つのFIFO(先入れ先出し)バッファに着目し、FIFOバッファに到着したパケットの取捨選択のポリシー(以下ではアルゴリズムと呼ぶ)を設計する。配送したフレームの数なるべく大きくなるようなアルゴリズムの設計が目標である。近年、ネットワークが高速化し、大容量の動画データ配信が実用になってきており、動画データの品質を保ちながらパケットの取捨選択を行うアルゴリズム設計は重要となっている。本研究では、理論的側面からの性能保証を行っている。

オンラインユニットクラスタリング問題はChanらによって定式化された問題で、平面上(一般にn次元ユークリッド空間)の任意の場所に1つずつ点が与えられ、そのたびにクラスタと呼ばれる長方形(一般にn次元直方体)で点を覆わなければならない。一度配置したクラスタは平行移動することはできないが、縦横の長さが各1まで伸ばすことはできる。アルゴリズムは新しいクラスタを割り当てるか、既存のクラスタを伸ばすかを選択する。この問題はクラスタの数の最小化を目的とするオンライン最適化問題である。この問題は施設配置計画問題やデータマイニングなどに応用を持つ。本研究では、 $n=1$ の場合、すなわち、線上に点が与えられてクラスタを配置する問題を考える。

3. 研究の方法

(1) オンラインkフレーム転送量最大化問題に関しては、最初、自動化の枠組みを検討したが、一般のk及び一般のバッファサイズBに対して、状態を有限個で表すことが困難であることが分かった。このため、オンラインkフレーム転送量最大化問題に対して、中央廃棄アルゴリズムを設計し、解析を行った。特に、特定のパケットに対して、フラッシュ操作を行い、バッファ中のパケットを廃棄することで、競合比が $O(k)$ になることを示すことができた。さらに $k=2$ の場合について、貪欲なアルゴリズムの解析を行った。

(2) 一次元オンラインユニットクラスタリング問題に関しては各配置されたクラスタを文字列で表し、アルゴリズムの実行の様子を状態遷移図で表すことで、自動的に競合比を解析することを試みた。各文字列は、最適なクラスタ配置において、クラスタが少なくとも何個必要か、また、どのような配置になるべきかを表すものであり、文字列から、競合比(アルゴリズムのクラスタ数と最適配置のクラスタ数の比)を計算できる。文字列の出現の各パターンが、状態遷移図の1つの状態に対応する。全ての状態について、競合比

が目標値以下であることを示すことによって、アルゴリズム全体でも競合比が目的値以下になることを保証することができる。

4. 研究成果

(1) オンラインkフレーム転送量最大化問題に関しては、以下の結果を示した。

Middle-drop and Flush と呼ばれる決定性アルゴリズム（確率を用いないアルゴリズム）を設計し、その競合比が高々 $(5B + [B/k] - 4) / [B/2k]$ であることを示した。ここで、 $[x]$ は x の小数の切り捨てを表す。また、 B はバッファサイズを表す。Middle-drop and Flush の概要は以下の通りである。最初にバッファを仮想的に k 個に分割をし、それぞれを1-サブバッファ、2-サブバッファ、...、 k -サブバッファと呼ぶ。各フレームの j 番目のパケットがスイッチに到着したとすると、それを j -サブバッファに（空きがあるときは）格納することにする。 j -サブバッファに空きが無いとき、 j -サブバッファの中央のパケットを廃棄する。そして、あるフレームの近くにあるフレームについて、一定量以上のフレームが復元不可能になったときは、その周辺のフレームの復元も諦めて、そのフレームに属するパケットも廃棄する。以上のアルゴリズムによって、競合比 $(5B + [B/k] - 4) / [B/2k]$ が達成できる。この競合比は $O(k)$ であり、 k の定数倍の値となる。以前のアルゴリズムの競合比は k の2乗の定数倍であるので、これは大きな改善である。さらに、この問題では、どのようなアルゴリズムを設計しても、競合比は k の定数倍より良くすることができないことが知られているので、このアルゴリズムは定数倍の違いを除けば最適なアルゴリズムであるということができる。

この問題に対して、どのようなアルゴリズムを設計しても、競合比を $2B/[B/(k-1)] + 1$ より良くすることができないことを示した。この値は約 $2k - 1$ であり、以前から知られている結果（約 $k/2$ ）をおよそ4倍改善している。

この問題に対して、確率を用いたアルゴリズムを設計しても、競合比を $k - 1$ より良くすることができないことを示した。この結果を合わせると、決定性アルゴリズムの競合比と、この値が定数倍の違いを除けば一致する。これは本問題で確率を用いたアルゴリズムを設計しても、確率を用いない場合と比べて競合比を大きく改善することはできないことを意味する。

この問題に対して、 $k=2$ の場合、すなわち各フレームに含まれるパケットが2個の場合、貪欲なアルゴリズムが最適であることを示した。貪欲なアルゴリズムとは、フレームが完成する可能性の高いパケットから順にバッファに格納するアルゴリズムである。フレーム中の1番目のパケットを既に送出し終えているとき、そのフレームの2番目のパケッ

トを最優先でバッファに格納する。次に、フレーム中の1番目と2番目のパケットが共に到着はしているが、送出されていないとき、それらのパケットを2番目の優先度とする。最後に、フレーム中の2番目のパケットが到着していない時、1番目のパケットを最後の優先度とする。この貪欲なアルゴリズムが、競合比3であることを示し、さらに、どんなアルゴリズムでも競合比3を下回ることができないことを証明することによって、貪欲アルゴリズムが最適なアルゴリズムであることを示した。

以上の結果は、例えば動画の配信において、一定以上のフレーム数の転送を担保するものであり、理論的にも、また、実際的にも重要であると考えられる。以上の結果に関して査読有の著名な国際会議で発表を行った[1,2]。また、2本のジャーナル論文を現時点で投稿中である。

(2) 一次元オンラインユニットクラスタリング問題に関しては、当初想定していたよりも、クラスタ配置の構造が複雑にならざるを得ないことが判明した。そこで、当初の研究計画で挙げたように、自動化によって、競合比が目標値を超えた部分に対して、アルゴリズムの動作を改良して状態遷移図を作成することを繰り返し、競合比が目標値を超えなくなるような状態遷移図を作成することを試みた。これによって、当初、手動で作成していたアルゴリズムより遥かに複雑なアルゴリズムを構築することができた。これは手動によるアルゴリズム設計では困難な規模であり、自動化のメリットを生かすことができた。しかしながら、問題の構造が複雑でアルゴリズムのルール記述が精密になり、微調整が多々必要になったため、既存アルゴリズムの競合比の改善はまだ達成できていない。特に、離れた箇所に与えられた点によってできる2つのクラスタのグループが1つにまとまるときは、クラスタを表現する文字列が結合されることに相当し、左右の文字列の全パターンについて結合した文字列が生じるので、場合の数が増大し、記述すべきアルゴリズムの動作も増えていく。場合の数が膨大にならないようにアルゴリズムを記述し、かつ、競合比を抑えるようにすることが重要になる。今後、同様の改良プロセスを続けていくことで、競合比の改善が見込まれる。その際には研究結果をまとめて、論文発表を行う予定である。

5. 主な発表論文等

（研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線）

〔雑誌論文〕(計 0 件)

〔学会発表〕(計 2 件)

[1] Jun Kawahara, Koji M. Kobayashi and Shuichi Miyazaki,
"Better Bounds for Online k-Frame Throughput Maximization in Network Switches,"
In Proceedings of the 24th International Symposium on Algorithms and Computation (ISAAC 2013), Volume 8283, Pages 218-228.
発表者 Jun Kawahara, 開催日 2013/12/16-18, 発表場所 The university of Hong Kong, Hong Kong, China. (査読有国際会議)

[2] Jun Kawahara and Koji M. Kobayashi,
"Optimal Buffer Management for 2-Frame Throughput Maximization,"
In Proceedings of the 20th International Colloquium on Structural Information and Communication Complexity (SIROCCO 2013), Volume 8179, Pages 274-285.
発表者 Jun Kawahara, 開催日 2013/7/1-3, 発表場所 Hotel Continental Terme, Ischia, Italy. (査読有国際会議)

〔図書〕(計 0 件)

〔産業財産権〕
出願状況(計 0 件)

取得状況(計 0 件)

〔その他〕
なし

6. 研究組織

(1)研究代表者

川原 純 (KAWAHARA, Jun)
奈良先端科学技術大学院大学・情報科学研究科・助教
研究者番号：20572473

(2)研究分担者

なし

(3)連携研究者

なし