

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 29 年 6 月 13 日現在

機関番号：13601

研究種目：基盤研究(A) (一般)

研究期間：2012～2016

課題番号：24243077

研究課題名(和文) 科学的エビデンスに基づく、「課題探究型の説明」カリキュラムの開発と検証

研究課題名(英文) Development and Feasibility of Curriculum for Explorative explanation based on Scientific Evidences

研究代表者

岩永 恭雄 (IWANAGA, Yasuo)

信州大学・教育学部・名誉教授

研究者番号：80015825

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 29,600,000円

研究成果の概要(和文)：本研究では、「課題探究型の説明」を、事柄の生成(構想/構成)、説明の生成(構想/構成)、評価・改善・発展及び三側面の相互作用による営みとして捉えた。次に、この捉えに基づいて、中学校数学の全4領域(「数と式」、「図形」、「関数」、「資料の活用」)において、その領域における説明の特性に基づいてカリキュラム開発枠組みを設定し、この枠組みに基づいて、学習指導要領に即して「内容-活動対応表」を作成した。最後に、「内容-活動対応表」に基づいて一連の授業を開発・実践し、カリキュラムの実現可能性を確かめ、今後の課題を特定した。

研究成果の概要(英文)：This study firstly defined explorative explanations as activities produced by the interactions among generating propositions (planning/construction), generating explanations (planning/construction), examining/improving/advancing. Next, in all of four content areas of junior high school mathematics ("Number and Expression", "Geometry", "Function", "Handling data"), four kinds of curriculum frameworks corresponding to these areas were developed with reference to the characteristics of explanation peculiar to each area. By applying these frameworks, tables connecting contents with activities along with National curriculum of Japan. Finally, the series of lessons based on the tables were planned and implemented, the feasibility of these curricula was confirmed, and research problems worthy to approach are identified.

研究分野：数学

キーワード：課題探究 説明 中学校 数学 カリキュラム

1. 研究開始当初の背景

(1)説明の学習状況の改善は国際的な課題  
 全国学力・学習状況調査によると、説明の学習状況が望ましくないままになっており、その改善が喫緊の課題とされ続けている(国立教育政策研究所, 2010)。この状況は国外でも同様であり、説明の学習状況の改善は国際的に主要な課題として認知されている(ICMI, 2009)。

(2)次期学習指導要領改訂に対し「課題探究型の説明」カリキュラム開発を全領域で提案  
 数学教育学研究では課題探究型の説明の重要性が指摘されてきたが、領域が主に「図形」に偏っており、全領域のカリキュラム開発は着手されていない。本研究のカリキュラム開発とその授業開発・実践によって、我が国における次期学習指導要領作成に対し、実証に基づく提案が可能となる。

2. 研究の目的

本研究の目的は次の通りである:『中学校数学科の全領域(「数と式」、「図形」、「関数」、「資料の活用」)において、課題探究型「構想→実践→評価・改善」の説明カリキュラムを開発し、その効果を検証する』。

3. 研究の方法

課題探究型の説明の概念を定める。これに基づいて、中学校数学科の全4領域(「数と式」、「図形」、「関数」、「資料の活用」)でカリキュラム開発枠組みを設定し、学習指導要領に即して「内容-活動対応表」を作成する。次に、「内容-活動対応表」に基づいて一連の授業を開発・実践(以下、「授業化」)し、カリキュラムの実現可能性を確かめ、課題を特定する。

4. 研究成果

(1)課題探究型の説明の概念規定

数学において説明することは、相対的な真理観(Fawcett, 1938)、発見学(Polya, 1962)、可謬主義(Lakatos, 1976)に支えられ、ダイナミックで生産的な諸側面を有し、それらが互いに共鳴し合い、知的な“息吹”を形づくっている。即ち、説明する活動には、その側面として、日常的/数学的事象に関する事柄を帰納的/演繹的/類比的に生成すること、そして生成された事柄の説明を生成することがある。また、事柄と説明の生成で立ち止まることなく、現実世界や数学世界における事柄や説明の不確かさを契機に、事柄や説明のみならず知識や概念までも精選する、さらには、事柄(命題)について組織化・公理化・体系化(Freudenthal, 1971; 杉山吉茂, 1985; Devilliers, 1990 他)という現実や数学の数学化の諸側面が展開されていく。

このように、知識の可謬性のもと、事柄や説明の正誤は疑いを発生させ、事柄及び説明の生成は共同体による長期的な議論の収束を通じて疑いの解消による信念を獲得させ

る。そこで、本研究では、「課題探究の説明」を、事柄の生成(構想/構成)、説明の生成(構想/構成)、評価・改善・発展及び三側面の相互作用による営みとして捉える(宮崎・藤田, 2013)。(図1参照)



図1 課題探究型の説明

(2)領域「数と式」におけるカリキュラム開発カリキュラム開発枠組み

領域「数と式」では、カリキュラム開発の枠組みとして、文字を用いた証明の学習に関して「証明の構想」と「証明の構成」の2軸からなる学習レベルの移行モデルを構築した。カリキュラム開発の枠組みの構築にあたっては、モデルの構想と実証的研究を通しての再検討を繰り返し、最終的に、以下のような学習レベルの移行モデルを構築した。

「証明の構想」に関しては、命題の前提や結論と文字式の間を説明し、文字式によって前提と結論の間の演繹的な連鎖を形作り表現する C1 レベルと、さらに文字式の立て方や結論の記述の仕方を精緻化した C2 レベルとを設定した。

また、「証明の構成」に関しては、三輪(1996)の「文字式利用の図式」を参考に、文字による命題の表現を構想する P1、結論から考えて文字式の変形結果を構想する P2、前提と結論を結ぶための式変形の仕方を構想する P3 の3つの段階を設定した。

これら、「証明の構成」、「証明の構想」の学習レベルを組み合わせ、以下の図2のようなカリキュラム開発のための学習レベルの移行モデルを作成した。

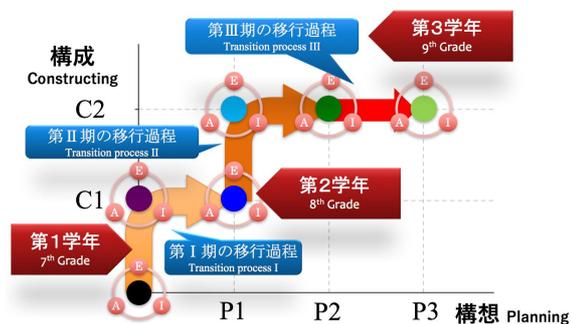


図2 領域「数と式」の学習レベルの移行内容-活動対応表  
 上記のような、カリキュラム開発の枠組み

としての学習レベルの移行モデルに沿って、各学年の内容と学習活動を設定した。ここでは実証的研究を経てカリキュラムの実現可能性が確認されている第1学年と第2学年について、内容-活動対応表を示す。なお、表中のEIAについては、それぞれの学習レベルにおける「評価(E)」、「改善(I)」、「発展(A)」の学習活動を指す。

表1：第1学年「数と式」内容-活動対応表

内容	活動
式を用いて表したり読み取ったりすること	O C1 C1↑C1+EIA

表2：第2学年「数と式」内容-活動対応表

内容	活動
	C1 (P1,C1)
文字を用いた式でとらえ説明できること	(P1,C1)↑(P1,C1)+EIA (P1,C1) (P1,C2)
目的に応じた式の変形	(P1,C2)↑(P1,C2)+EIA (P1,C2) (P2,C2) (P2,C2)↑(P2,C2)+EIA

#### 授業化による検証

内容-活動対応表に基づいて、それぞれの学習レベルの授業化を行い、複数回の実証授業も含めて計7回の実証的研究を行った。実証授業の結果はその都度分析を行い、カリキュラム開発の枠組みの再検討を繰り返し、その成果を諸学会で発表した。

その結果、学習レベル0からC1へと引き上げる第1学年、C1から(P2,C2)まで引き上げる第2学年の学習活動については、領域「数と式」のカリキュラムが授業として実現可能であることが概ね確認された。

また一方で、研究の結果、次のような課題も明らかとなっている。

- ・第3学年の学習活動を授業として具体化し、カリキュラム開発の実現可能性を検証すること。

- ・第1学年から第3学年にかけて、継続的にデータを収集し、学習レベルの移行の様相を明らかにすること。

上記2点の課題を踏まえ、検証を繰り返していくことが今後の課題となる。

#### (3)領域「図形」におけるカリキュラム開発 カリキュラム開発枠組み

領域「図形」におけるカリキュラム開発の枠組み(図3)は、証明の構想(横軸)の学習に関するレベルと、証明の構成(縦軸)の学習に関するレベルの設定を通して、構築した。まず、枠組みの基点となる学習レベル0を「事柄を証明するという課題について探究することが求められる」とし、ここでの証明することの意味を「前提と結論の間に命題の演繹的な連鎖を形づくり表現する」こととする。次に、証明を構成することの学習に関する二つのレベルC1、C2を以下のように設定する。C1: 事柄の特述あるいは特述に相当す

る言明において、前提と結論の間に命題の演繹的な連鎖を形づくり表現する。C2: 演繹的な推論を普遍例化と仮言三段論法に分化して前提と結論の間に命題の演繹的な連鎖を形づくり表現する。さらに、証明を構想することの学習に関する二つのレベルP1、P2を以下のように設定する。P1: 前提と結論を結びつけるための着想、必要となる対象と方法を捉える。P2: 前提と結論を結びつけるために双方から中間命題の関係網を拡充する。

次に、それぞれのレベルの組み合わせと学習レベルの移行可能性について吟味し、第期の移行(学習レベル0 (P1,C1))ならびに第期の移行(学習レベル(P1,C1) (P2,C2))を定めた。さらに、いずれの学習レベルにおいても評価(E)・改善(I)・発展(A)することを意図している。

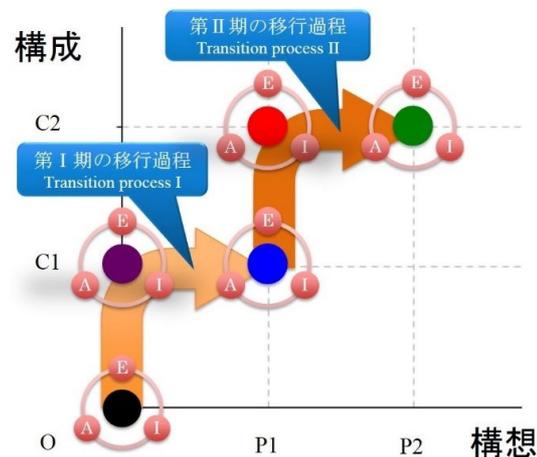


図3 「図形」カリキュラム開発の枠組み  
内容-活動対応表

学習レベルの移行過程に対し、学習内容と意図される活動とを対応付け、領域「図形」の内容-活動対応表を作成した(表3)。

表3 「図形」(第1学年)

項目	学習レベル・移行
平行移動、対称移動及び回転移動	O C1
基本的な作図とその活用	O C1
平面図形の運動による空間図形の構成	C1 + EIA
空間図形の平面上への表現と読み取り	C1 (P1, C1)

#### 授業化による検証

内容-活動対応表に基づき、中学校第1学年5件、第2学年4件および第3学年6件の授業化を実現した。この授業化により、領域「図形」のカリキュラムが授業として実現可能であることが検証されるとともに、次の課題が明らかになった。

- ・第1学年から第3学年にかけて通時的なエビデンスを収集し、学習レベルの移行の様相を一層明らかにすること。
- ・学習レベルの移行を促進する指導法を開発

すること。

(4)領域「関数」におけるカリキュラム開発  
カリキュラム開発枠組み

領域「関数」では、カリキュラム開発の枠組みを構築するために、まず、領域「関数」における証明の要件を、数学的モデル化の主要な過程である定式化 (formulate)、運用 (employ)、解釈 (interpret) という3つの過程から具体化した。その上で、証明の構成の学習レベルとして次の3つの段階を設定した。C1：証明の「骨格」を学ぶ段階で、(F1;E1;I1)レベルの証明を構成することを意図する段階。

C2：学んだ証明の「骨格」に肉付けしていく段階で、主として数学的根拠の質を高めることを意図し、(F2;E2;I1)レベルの証明を構成することを意図する段階。

C3：C2レベルに加え、主として理想化・単純化の視点から記述の質を高めることを意図し、(F3;E2;I2)レベルの証明を構成することを意図する段階。

また、証明の構想に関しては、以下の3つの学習レベルを設定し、証明の構成の学習レベルと組み合わせることで、最終的に図4に示すカリキュラム開発の枠組みを構築した。

P1：前提と結論を結び付けるために必要な関数とその使い方を、数学的モデル化の各過程を視点として探る。

P2：前提と結論を結び付けるために必要な関数とその使い方を、数学的モデル化の各過程における正当化の要件を視点として探る。

P3：前提と結論を結び付けるために必要な関数とその使い方を、数学的モデル化の過程を視点として探る。

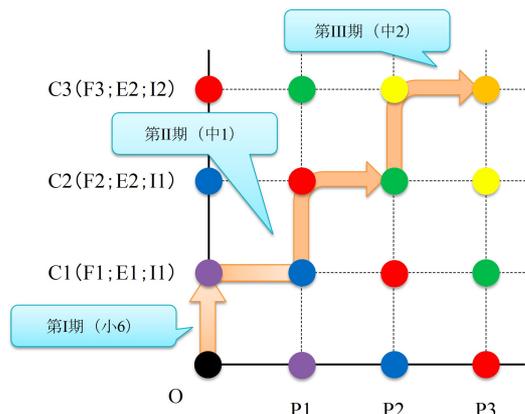


図4：領域「関数」のカリキュラム開発枠組み  
内容-活動対応表

図4に示す学習レベルの移行過程に基づき意図される活動と各学年の学習内容とを対応付けることで、領域「関数」の内容-活動対応表を表4の通り作成した。

授業化による検証

表4に示す内容-活動対応表に基づいて、中学校第1学年を対象に、2件の授業化を実現した。この授業化により、領域「関数」のカリキュラムが授業として実現可能である

ことが検証されるとともに、次の課題が明らかになった。

- ・C2レベルの説明を構成する際に、よい説明（証明）に対する規準を生徒から引き出すための指導の手立てを精緻化すること。

表4：領域「関数」の「内容-活動対応表」

学年	項目	学習レベル・移行
小学校 第6学年	比例の関係を用いて問題を解決すること	O C1
中学校 第1学年	比例、反比例を用いて具体的な事象をとらえ説明すること	C1 (P1,C1)
		(P1,C1) (P1,C2)
中学校 第2学年	一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明すること	(P1,C2) (P2,C2)
		(P2,C2) (P2,C3)
中学校 第3学年	関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること	(P2,C3) (P3,C3)

- ・第2学年および第3学年を対象として授業化を実現し、カリキュラムの実現可能性を検証すること。

- ・第1学年から第3学年にかけて継続的にデータを収集し、学習レベルの移行の様相を明らかにすること。

(5)領域「資料の活用」におけるカリキュラム開発

カリキュラム開発の枠組み

領域「資料の活用」では、カリキュラム開発の前提として、本領域における証明の姿を考察した。具体的には、本領域における証明では、予測や判断の妥当性を蓋然的に正当化することが求められることに着目した。そして、三段論法に代表される形式的な論理ではなく、日常生活において論理を実際に用いて正当化する行為を考察したツールミンの「論のレイアウト」(Toulmin, 1958/2003)を参考にし、本領域における証明を次の3つの要素から捉えた。

- ・特徴...資料の統計的な特徴。例えば、代表値の値やヒストグラムにおける分布の様子など。
- ・主張...資料をもとに何らかの証明をした結果としていえること。
- ・論拠...特徴と主張を橋渡しするもの。特徴から主張をなぜ示すことができるのかを示す。

その上で、以上の3つの要素を備えた証明を構成することをC1、「主張」を証明するためにどの統計的指標に着目すればよいかを構想することをP1、複数の統計的指標に着目し、それぞれについて特徴を構想することをP2、複数の特徴と論拠をもとに主張を正当化する証明を構成することをC2と設定した。

そして、中学校第1学年に焦点を当て、具

体的な問題の分析をもとに、(P2, C2)に至る学習レベルとその移行を考察し、カリキュラム開発の枠組みとして図5を考案した。

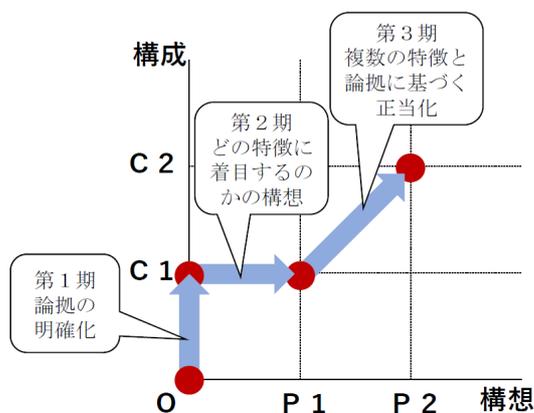


図5 領域「資料の活用」におけるカリキュラム開発の枠組み

内容-活動対応表

図5の枠組みと中学校第1学年の内容とを照らし合わせ、各学習レベルにおいて意図される活動とその移行がどの内容に対応するかを考察することにより、表5の内容-活動対応表を作成した。

表5 領域「資料の活用」内容-活動対応表

項目	学習レベル・移行
ヒストグラムの必要性和意味	O
相対度数の必要性和意味	O C1
代表値の必要性和意味	C1 (P1, C1)
資料の傾向をとらえ説明すること	(P1, C1) (P2, C2) (P2, C2)

授業化による検証

表5の(P1, C1)への移行までに焦点を当て、中学校第1学年において「バスの所要時間」を題材とした6時間系列の授業化を1件行った。その結果、領域「資料の活用」のカリキュラムが授業として実現可能であることが検証されるとともに、次の課題が明らかになった。

- ・各学習レベルにおいて、証明の各要素の内容や要素間のつながりの質を高める指導法を考案すること。
- ・(O, C1)→(P1, C1)において、異なる「主張」を正当化する証明が得られた場合に、それらをどのように授業としてまとめるのかを明確にすること。
- ・内容面の学習、特にヒストグラムや代表値にかかわる知識や技能の定着に費やす時間をどのように位置付けるのかを検討にすること。

(6)残された課題

- ・開発されたカリキュラムは、新学習指導要領における内容・活動等に整合するか。
- ・開発されたカリキュラムに基づく授業によって育成される資質・能力をどのように

評価するか。

- ・評価された資質・能力は、学校教育の外で有効に機能するものであるか。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計 59件)

Miyazaki, M., Fujita, T. and Jones, K. (2017). Students' understanding of the structure of deductive proof, Educational Studies in Mathematics, 94(2), 223 - 239. (国際共著, 査読有) DOI: 10.1007/s10649-016-9720-9

Miyakawa, T. (2016). Comparative analysis on the nature of proof to be taught in geometry: the cases of French and Japanese lower secondary schools. Educational Studies in Mathematics. 94(1), 37 - 53. DOI: 10.1007/s10649-016-9711-x (査読有)

Miyazaki, M., Fujita, T. and Jones, K. (2015). Flow-chart proofs with open problems as scaffolds for learning about geometrical proofs, ZDM, 47(7), pp. 1-14. (DOI: 10.1007/s11858-015-0712-5) (国際共著, 査読有)

佐々祐之, 藤田太郎 (2015). 数学教育における「操作的証明 (Operative proof)」に関する研究 ( ) - 小学校段階での操作的証明における道具的創成の様相について -, 全国数学教育学会誌 数学教育学研究, 第21巻第2号, pp.49-60. (査読有)

Komatsu, K., Tsujiyama, Y., & Sakamaki, A. (2014). Rethinking the discovery function of proof within the context of proofs and refutations. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 45(7), 1053-1067. (査読有)

宮崎樹夫, 永田潤一郎, 茅野公穂 (2014). 中学校数学における課題探究として証明することのカリキュラム開発: 進行状況と授業化の意味・役割, 日本数学教育学会誌「数学教育」, 96(9), 2-5. (査読有)

茅野公穂, 嶋田和美, 荻原啓一 (2014). 「基本的な作図」において課題探究として証明することの授業化, 日本数学教育学会誌「数学教育」, 96(9), 10-13. (査読有)

岩田耕司 (2014). 「空間図形の平面上への表現と読み取り」において課題探究として証明することの授業化, 日本数学教育学会誌「数学教育」, 96(9), 14-17. (査読有)

佐々祐之, 大塚武秀 (2014). 「連続する自然数の和」において課題探究として証明することの授業化, 日本数学教育学会誌「数学教育」, 96(9), 18-21. (査読有)

辻山洋介, 油井幸樹 (2014). 『平行四辺形の性質』において課題探究として証明することの授業化. 日本数学教育学会誌「数学教育」, 96(9), 22-25. (査読有)

[学会発表](計 48件)

Miyazaki, M., Nagata, J., Chino, K., Fujita, T., Ichikawa, D., Shimizu, S., & Iwanaga, Y. (2016). Developing a Curriculum for Explorative Proving in Lower Secondary School Geometry, Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education (国際会議). 2016/7/24-31, University of Hamburg.

Iwata, K., Miyazaki, M., Makino, T. & Fujita, T. (2016). Learning of Application of Functions through Constructing Proofs, Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education(国際会議). 2016/7/24-31, University of Hamburg.

Tsujiyama, Y., & Yui, K. (2016). Use of examples of unsuccessful arguments to facilitate students' reflection on their proving processes, Proceedings of the 13th International Congress on Mathematical Education (国際会議). 2016/7/24-31, University of Hamburg.

茅野公穂, 清水あかね (2015). 中学校数学における課題探究として証明することの授業化: 第1学年の小単元「基本的な作図」. 日本科学教育学会第39回年会. 山形大学. 2015/8/23.

〔図書〕(計 6 件)

Miyazaki, M. and Fujita, T. (2015). Proving as an explorative activity in mathematics education: new trends in Japanese research into proof. In Sriraman, B. (Eds.), First Sourcebook on Asian Research in Mathematics Education: China, Korea, Singapore, Japan, Malaysia and India (International Sourcebooks in Mathematics and Science Education) (pp. 1375–1407), Charlotte, NC: Information Age Publishing. (ISBN: 1623960290) 総ページ 924 pp (査読無)

Shimizu, S. & Chino, K. (2015). History of lesson study to develop good practice in Japan. In M. Inprasitha, M. Isoda, B.-H. Yeap, & P. Wang-Iverson (Eds.), *Lesson Study: Challenges in Mathematics Education* (pp. 123-140). World Scientific. (ISBN: 978-981-283-540-6) 総ページ 390pp (査読無)

〔その他〕

研究情報公開用サイト

- 課題探究型証明・説明カリキュラムに基づく学習指導：中学校数学  
<http://mathematics-edu.net/cms/htdocs/>

## 6. 研究組織

### (1)研究代表者

岩永 恭雄 (IWANAGA, Yasuo)  
信州大学・教育学部・名誉教授  
研究者番号：80015825

### (2)研究分担者

佐々 祐之 (SASA, Hiroyuki)  
北海道教育大学・教育学部・教授  
研究者番号：30315387

中川 裕之 (NAKAGAWA, Hiroyuki)  
大分大学・教育福祉科学部・准教授  
研究者番号：00450156

茅野 公穂 (CHINO, Kimiho)  
信州大学・学術研究院教育学系・教授  
研究者番号：20400658

宮川 健 (MIYAKAWA, Takeshi)  
上越教育大学・学校教育研究科  
・准教授  
研究者番号：30375456

岩田 耕司 (IWATA, Koji)  
福岡教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：90437542

宮崎 樹夫 (MIYAZAKI, Mikio)  
信州大学・学術研究院教育学系・教授  
研究者番号：10261760

牧野 智彦 (MAKINO, Tomohiko)  
宇都宮大学・教育学部・准教授  
研究者番号：10450157

永田 潤一郎 (NAGATA, Junichiro)  
文教大学・教育学部・教授  
研究者番号：30413909

青山 和裕 (AOYAMA, Kazuhiro)  
愛知教育大学・教育学部・准教授  
研究者番号：10400657

辻山 洋介 (TSUJIYAMA, Yosuke)  
千葉大学・教育学部・准教授  
研究者番号：10637440