

## 科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 6 月 4 日現在

機関番号：12601

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24340015

研究課題名(和文) 確率過程の理論統計と極限定理の研究

研究課題名(英文) Theoretical statistics for stochastic processes and limit theorems

研究代表者

吉田 朋広 (Yoshida, Nakahiro)

東京大学・数理(科)学研究科(研究院)・教授

研究者番号：90210707

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,900,000円

研究成果の概要(和文)：有限時間高頻度観測における確率回帰モデルのボラティリティの疑似尤度解析において、確率場の非退化性を保証する解析的および幾何学的判定条件を与え、疑似最尤推定量および疑似ベイズ推定量の漸近混合正規性と積率収束を証明した。有限時間非同同期高頻度観測下で疑似尤度解析を構成した。極限が混合正規となるマルチンゲールの漸近展開が確立した。これは伝統的な漸近展開理論の枠を越える新しい極限定理である。応用としてp-変動の漸近展開が導出された。マイクロストラクチャーノイズ除去を伴う分散推定量の漸近展開の研究が進展した。情報量規準sVICや、ソフトウェア開発のための基礎理論研究を行った。

研究成果の概要(英文)：The quasi likelihood analysis was constructed for a stochastic regression model of volatility based on high frequency data in the finite time horizon, and an analytic criterion and a geometric criterion for non-degeneracy of the statistical random field associated with the quasi likelihood function were provided. The asymptotic mixed normality and the convergence of moments were proved. A quasi likelihood analysis was developed for a non-synchronously observed stochastic differential equation. Asymptotic expansion for a martingale with mixed normal limit was established. It is a new limit theorem beyond the frame of the present theory of asymptotic expansion for ergodic processes. The martingale expansion was applied to the p-variation. Studies of the asymptotic expansion of volatility estimators under microstructure noise have been developed. The spot volatility information criterion sVIC was proposed, and the fundamentals for developing computer software were studied.

研究分野：確率統計学

キーワード：漸近展開 Malliavin解析 極限定理 確率過程の統計学 疑似尤度解析 非同同期共分散推定 ボラティリティ セミマルチンゲール

## 1. 研究開始当初の背景

確率過程の統計学は、近年その推測論および極限定理において本質的な発展があった。疑似尤度解析(quasi likelihood analysis, QLA, Yoshida AISM 2011), 非同期共分散推定法(Hayashi and Yoshida Bernoulli 2005, Stochastic Processes and Their Applications 2011), および非エルゴード系における漸近展開の理論(Yoshida 2008-)の後, 高頻度観測や非同期観測の下での種々の確率過程の推定法の開発と疑似尤度解析の構築, 確率過程の理論統計を展開するための極限定理および漸近展開法の確立が課題であった。

## 2. 研究の目的

確率過程に対する疑似尤度解析によって, 確率微分方程式の推定, 非同期推測, ジャンプ型確率過程, 統計的モデル選択, 高次統計推測論の基礎的な未解決問題へアプローチする。非エルゴード系に対する漸近展開の方法を確立し, 高頻度データ解析に用いられる基本的な統計量へ応用する。確率過程の統計学を展開する上で必要になる計算機統計的方法を研究する。

## 3. 研究の方法

疑似尤度解析, 混合正規分布を極限とするマルチンゲールに対する漸近展開, 非同期共分散推定の方法, セミマルチンゲールに対する極限定理, 確率微分方程式の適合型推定の方法を深化, 発展させ, 確率過程の統計推測論および極限定理の研究へ応用する。

## 4. 研究成果

有限時間高頻度観測における確率回帰モデルのボラティリティの疑似尤度解析において, 疑似尤度比確率場の大偏差評価が本質的になり, そのために, ある統計的確率場のパラメータに関する一様な非退化性が重要となる。確率場の非退化性を保証する解析的お

よび幾何学的判定条件を見つけ, この非エルゴード系における疑似最尤推定量および疑似バイズ推定量の漸近混合正規性と積率収束を証明した。

疑似尤度解析の理論は, 超高頻度データ解析の基礎となる点過程に対する疑似尤度解析の構成と推定量の極限定理に発展した。

極限が混合正規となるマルチンゲールの漸近展開は, 有限時間高頻度データに基づくボラティリティ推定問題において, 推定量の分布の高次近似を得るために不可欠である。これは伝統的な漸近展開理論の枠を越える新しい極限定理である(Stochastic Processes and Their Applications 2013)。応用として, realized volatility の漸近展開が得られるが,  $p$ -変動の漸近展開が導出された。時間局所的に Wiener-伊藤展開を持つ汎関数に対して, adaptive random symbol を特定し, 漸近展開公式を得た。さらに, マイクロストラクチャーのある場合のノイズ除去を伴う分散推定量の漸近展開の研究が進展した。有限時間高頻度観測下のボラティリティ・パラメータの疑似尤度解析の結果と, 非エルゴード系に対するマルチンゲール展開を使い, 推定量の漸近展開の導出を行っている。

ボラティリティの推定問題はとくに非同期観測におけるパラメトリック推定で結果が皆無であった。有限時間非同期高頻度観測下で, 疑似尤度解析を構成し, 推定量の漸近混合正規性を与えた。推定量の漸近挙動の記述には, 非同期観測から決まる観測区間のアソシエーション行列のレゾルベントの漸近挙動が本質的になることを示した。

漸近展開によるオプション評価法(J. Japan Statistical Society 1992, PTRF 1992)は, 期待値の超高速計算法として用いられている。学習理論の導入により確率数値計算における新しいスキームの研究を行った。摂動された確率微分方程式の解の汎関数に対する漸近展開を計算する高次元アルゴ

リズムの構成とその実装に関して研究の進展があった。この他、確率過程の統計推測法のソフトウェア化のための基礎研究が進んだ。

非エルゴード的統計におけるモデル選択問題すなわち情報量規準の構成は未開拓の領域である。有限時間離散観測におけるボラティリティの非線形パラメトリックモデルに対して、スポットボラティリティ情報量規準 sVIC を提案し、予測分布と真の分布の乖離が補正されることを理論的に保証した。基本的な道具は、ボラティリティに関する疑似尤度解析と混合型マルチンゲール展開で用いられた技法であり、最近の理論統計と確率論の成果が使われている。

#### 5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 9 件)

① Yoshida N., Podolskij M.: Edgeworth expansion for functionals of continuous diffusion processes. to appear, *Annals of Applied Probability*, (2016) 査読有

② Uchida M., Yoshida N.: Model selection for volatility prediction. In: *The Fascination of Probability. Statistics and their Applications. In Honour of Ole E. Barndorff-Nielsen.* 343-360. Springer. (2016) 査読有, DOI: 10.1007/978-3-319-25826-3

③ YUIMA Project Team: The YUIMA Project: a computational framework simulation and inference of stochastic differential equations. *Journal of Statistical Software*, 57, 4 (2014) 査読有

④ Ogihara T., Yoshida N.: Quasi-likelihood analysis for nonsynchronously observed diffusion processes. 124. 2954-3008 (2014) 査読有, Doi:10.1016/j.spa.2014.03.014

⑤ Uchida M., Yoshida N.: Adaptive Bayes type estimators of ergodic diffusion processes from discrete observations. *Statistical Inference for Stochastic Processes*. 17. 2. 181-219 (2014) 査読有, Doi: 10.1007/s11203-014-9095-4

⑥ Masuda H., Yoshida N.: Edgeworth expansion for the integrated Lévy driven Ornstein-Uhlenbeck process. *Electronic Communications in Probability*. 18. 94. 1-10 (2013) 査読有, DOI:

10.1214/ECP.v18-2726

⑦ Uchida M., Yoshida N.: Quasi likelihood analysis of volatility and nondegeneracy of statistical random field. *Stochastic Processes and their Applications*. 123. 7. 2851-2876 (2013) 査読有, DOI:10.1016/j.spa.2013.04.008

⑧ Hoffmann M., Rosenbaum M., Yoshida N.: Estimation of the lead-lag parameter from non-synchronous data. *Bernoulli* 19. 2. 363-719 (2013) 査読有, DOI: 10.3150/11-BEJ407

⑨ Yoshida N.: Martingale expansion in mixed normal limit. *Stochastic Processes and Their Applications* 123. 3. 887-933 (2013) 査読有, Doi:10.1016/j.spa.2012.10.007

[学会発表] (計 33 件)

① Nakahiro Yoshida, Martingale expansion: its applications and generalizations. *Statistics for Stochastic Processes and Analysis of High Frequency Data V*, Paris (France), 2016. 3. 23

② Nakahiro Yoshida, Asymptotic expansion of quasi likelihood estimators and model selection for volatility. ASC2016: *Asymptotic Statistics and Computations*, 東京大学 (東京都), 2016. 2. 15

③ Nakahiro Yoshida, Quasi likelihood analysis for ultra high frequency data. 9th Conference of the Asian Regional Section of the IASC (IASC-ARS 2015), Kent Ridge (Singapore), 2015. 12. 19

④ Nakahiro Yoshida, Quasi likelihood analysis for ultra high frequency data. 8th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (CMStatistics 2015), London (UK), 2015. 12. 13

⑤ Nakahiro Yoshida, Ultra high frequency data: construction of quasi likelihood analysis, and some data analysis. Berlin Meeting on Statistical Analysis of Stochastic Processes, Humboldt (Germany), 2015. 11. 6

⑥ Nakahiro Yoshida, Point processes and ultra high frequency data: limit order book modeling. 大規模統計モデリングと計算統計 II, 東京大学 (東京都), 2015. 9. 26

⑦ 吉田朋広, 点過程の推測理論と超高頻度データのモデリング. 2015年度統計関連学会連合大会, 岡山大学 (岡山県) 2015. 9. 7

- ⑧ Nakahiro Yoshida, Asymptotic statistics and ultra high frequency data. Advanced Modelling in Mathematical Finance: A conference in honour of Ernst Eberlein, Kiel (Germany), 2015. 5. 22
- ⑨ Nakahiro Yoshida, On construction of quasi likelihood analysis for ultra high frequency data. Statistics for Stochastic Processes and Analysis of High Frequency Data IV, Paris (France), 2015. 3. 23
- ⑩ Nakahiro Yoshida, Ultra high frequency data and statistical inference : back to the continuous time paradigm. Asymptotical Statistics of Stochastic Processes X, Maine (France), 2015. 3. 17
- ⑪ Nakahiro Yoshida, Estimation of point process regression models. 大規模統計モデリングと計算統計, 東京大学 (東京都), 2015. 2. 7
- ⑫ Nakahiro Yoshida, Asymptotic expansion of functionals of high frequency data and their applications. 7th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (ERCIM 2014), Pisa (Italy), 2014. 12. 8
- ⑬ Nakahiro Yoshida, Information criterion sVIC for volatility model selection. NUS-UTOKYO WORKSHOP ON QUANTITATIVE FINANCE, 東京大学 (東京都), 2014. 9. 26
- ⑭ 吉田朋広, 高頻度データ解析における高次極限定理. 2014 年度統計関連学会連合大会, 東京大学 (東京都), 2014. 9. 16
- ⑮ Nakahiro Yoshida, Volatility model selection. Dynstoch 2014, Warwick (UK), 2014. 9. 11
- ⑯ Nakahiro Yoshida, Statistics of volatility: non-ergodic statistics and stochastic analysis. 11th International Vilnius Conference on Probability Theory and Mathematical Statistics, Vilnius (Lithuania), 2014. 7. 2
- ⑰ Nakahiro Yoshida, On construction of a volatility information criterion. ASC2014 Asymptotic Statistics and Computations, 統計数理研究所 (東京都), 2014. 3. 11
- ⑱ 吉田朋広, ボラティリティモデル選択のための情報量規準の構成. 第三回数理ファイナンス合宿型セミナー, ホテルニューアカオ (静岡県), 2014. 1. 25
- ⑲ Nakahiro Yoshida, Inferential statistics for volatility under high and ultra high frequent sampling schemes: QLA, model selection, and lead-lag. Statistical Analysis and Related Topics: Theory, Methodology, and Data Analysis, Paris (France), 2013. 12. 19
- ⑳ Nakahiro Yoshida, Inference for volatility: Some theoretical aspects. 6th International Conference of the ERCIM WG on Computational and Methodological Statistics (ERCIM 2013), London (UK), 2013. 12. 15
- ㉑ 吉田朋広, Statistics for volatility: change point, model selection, and lead lag. 統計数理研究所リスク解析戦略研究センター第2回金融シンポジウム「ファイナンスリスクのモデリングと制御」, 学術総合センター (東京都), 2013. 11. 6
- ㉒ 吉田朋広, ボラティリティ推定に対する疑似尤度解析の構成について. 2013 年度統計関連学会連合大会, 大阪大学 (大阪府), 2013. 9. 9
- ㉓ Nakahiro Yoshida, Asymptotic expansion methods for stochastic processes and their applications to statistics and finance. International Statistical Institute The 59th World Statistics Congress, IPS062 Hong Kong (Hong Kong), 2013. 8. 28
- ㉔ Nakahiro Yoshida, Asymptotic statistics for stochastic processes and computational methods. 29th European Meeting of Statisticians, IS25, Budapest (Hungary), 2013. 7. 22
- ㉕ Nakahiro Yoshida, Statistics for stochastic differential equations and asymptotic methods. ARS CONJECTANDI (A celebration of 300 years of stochastics), Freiburg and Basel (Germany and Switzerland), 2013. 5. 24
- ㉖ Nakahiro Yoshida, Martingale expansion and statistics of volatility. DYNSTOCH WORKSHOP 2013, Copenhagen (Denmark), 2013. 4. 18
- ㉗ Nakahiro Yoshida, Nondegeneracy of statistical random field and statistics for stochastic processes. Statistique Asymptotique des Processus Stochastiques IX, Le Mans (France), 2013. 3. 11
- ㉘ Nakahiro Yoshida, Martingale expansion

and applications to realized volatility and power variation. SART2012 Statistical Analysis and Related Topics: Theory, Methodology, and Data Analysis, 東京大学 (東京都) 2012. 12. 20

㉙ Nakahiro Yoshida, Limit theorems in statistics for volatility, AMS Sectional Meeting, Tuson (USA), 2012. 10. 28

㊿ 吉田朋広, 確率過程の疑似尤度解析, 2012年度 統計関連学会連合大会, 北海道大学 (札幌) 2012. 9. 11

㊿ Nakahiro Yoshida, Estimation of diffusions and limit theorems, 8th World Congress in Probability and Statistics, Istanbul (Turkey) 2012. 7. 13

㊿ Nakahiro Yoshida, Limit theorems and estimation for diffusions, The 2nd Institute of Mathematical Statistics Asia Pacific Rim Meeting, Epochal Tsukuba (Tsukuba), 2012. 7. 2

㊿ Nakahiro Yoshida, Asymptotic methods applied to finance and implementation with YUIMA II, DYNSTOCH 2012, Paris (France), 2012. 6. 8

[図書] (計 0 件)

[産業財産権]

○出願状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
出願年月日 :  
国内外の別 :

○取得状況 (計 0 件)

名称 :  
発明者 :  
権利者 :  
種類 :  
番号 :  
取得年月日 :  
国内外の別 :

[その他]

ホームページ等  
東京大学大学院数理科学研究科 統計グループ  
<http://www2.ms.u-tokyo.ac.jp/probstat/>

6. 研究組織

(1) 研究代表者

吉田 朋広 (YOSHIDA, Nakahiro)  
東京大学・大学院数理科学研究科・教授  
研究者番号 : 90210707

(2) 研究分担者

増田 弘毅 (MASUDA, Hiroki)  
九州大学・大学院数理学研究院・教授  
研究者番号 : 10380669

(3) 連携研究者

村田 昇 (MURATA, Noboru)  
早稲田大学・理工学術院・教授  
研究者番号 : 60242038

(4) 連携研究者

内田 雅之 (UCHIDA, Masayuki)  
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授  
研究者番号 : 70280526

(5) 連携研究者

清水 泰隆 (SHIMIZU, Yasutaka)  
早稲田大学・理工学術院・准教授  
研究者番号 : 70423085

(6) 連携研究者

深澤 正彰 (FUKASAWA, Masaaki)  
大阪大学・大学院基礎工学研究科・教授  
研究者番号 : 70506451

(7) 連携研究者

鎌谷 研吾 (KAMATANI, Kengo)  
大阪大学・大学院基礎工学研究科・講師  
研究者番号 : 00569767