

平成 27 年 6 月 17 日現在

機関番号：34315

研究種目：基盤研究(B)

研究期間：2012～2014

課題番号：24340094

研究課題名(和文)「力学の基本問題」と多次元トンネル効果

研究課題名(英文) ``The fundamental problem of mechanics'' and many-dimensional tunneling

研究代表者

池田 研介 (IKEDA, Kensuke)

立命館大学・理工学部・教授

研究者番号：40151287

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,600,000円

研究成果の概要(和文)：ポアンカレによって「力学の基本問題」として強調された古典非可積分性は複素空間を攪乱することによって、まず量子トンネル効果の乱れとして顕在化する。この逆説的な主張の諸相を探求する。非可積分性は複素領域に自然境界とよばれる特異点集積を形成しその近傍にトンネル軌道が集積する。非常に高次の可積分近似を基にした摂動理論によって最初の非可積分トンネル過程への遷移が解明され従来の解釈と異なる事が明らかになった。

研究成果の概要(英文)：The nonintegrability, which was stressed by Poincare as ``the fundamental problem of classical mechanics'', is most sensitively detected by remarkable changes in quantum tunneling process, by distorting the complex phase space. Various phases of the paradoxical assertion are investigated.

研究分野：物理学

キーワード：カオス 量子力学 トンネル効果 半古典理論 複素力学系

1. 研究開始当初の背景

多次元トンネル効果の研究は理論物理学の未解決問題の一つである。困難の根源的理由は多自由度系につきものである非可積分性である。完全可積分系のトンネル理論はインスタントン理論として量子古典対応もそれなりに存在するが積分定数の欠損は古典位相空間の特にその複素拡張に異常をもたらすインスタントン理論は根拠を失う。

しかし一方、ここ20年ほどのカオス理論への関心の高まりはカオスとトンネル効果の関係の研究を盛んにしてきた。非可積分性は現象的にトンネル確率を目覚しく増大させる事が知られている。この顕著な効果は非可積分位相空間に局在するカオスや非線形共鳴にインスタントン理論を応用したり組みあわせたりして説明するハイブリッド理論

(chaos assisted tunneling=CAT, resonance assisted tunneling=RAT) が提唱された。

それに対して我々日本のグループは複素空間に拡張した古典軌道によってカオス的なトンネル効果の全過程を統一的に記述する複素半古典理論を提唱し、その有効性をいくつかの系をモデルにして実証してきた。その理論によると実面カオスの骨格である不安定周期軌道に向かう複素安定不安定多様体 (complexified stable-unstable manifolds) に引かれてトンネル軌道が決まるのである。(“chaos attracts tunneling orbits”) あるクラスのモデルではこれらの多様体の断面は、複素空間の美しい集合として純数学的に発見されたジュリア集合に一致することもある仮説のもとに証明された。ジュリア集合はトンネル効果の骨格をなすのである。しかしながら半古典理論が成功したのは時間領域のみである。

最初の非可積分性の現れである不変集合上の特異点集積(自然境界)とトンネルの関係を論ずるにはエネルギー領域の半古典論が必須である。これが解明されれば近可積分状況においていかにしてインスタントン存在する可積分領域から非可積分トンネルが生まれるのかが解明される。

2. 研究の目的

本研究は理論物理学の未解決問題である多次元トンネル効果の諸相を、我々が独自に発展させてきた複素領域半古典理論の方法によって解明する事を目的とする。ポアンカレはほとんどの系がエネルギー以外の恒量をもたぬ事、つまり非可積分である事を証明したときそのような運動の探求を「(古典)力学の基本問題」と呼んだ。非可積分性はまず複素空間の力学構造に目覚ましい変貌をもたらす。我々の立場からは複素古典空間はトンネル効果を支配する空間であるので、次の主

張「(古典)力学の基本問題が最初に顕在化するのには量子トンネル効果に於いてである」に導かれる。本研究はこの逆説的主張の正当性を様々な局面に於いて検証する。

そのためにまず十分に非可積分的=カオス的な状況でのトンネル効果の十分長時間定常領域にまで我々の複素半古典解析が動作するのか否か、CSUM機構と我々が呼ぶ複素力学的機構が定常域でいかに動作するかを解明し、全く未解明のエネルギー領域複素半古典論への手がかりを探る。その一方で十分カオス的でない近可積分領域に於いてまさに「基本問題」に答える、即ち非可積分性が誘発する特異点の集積という形で現れる複素力学構造とトンネル現象の結びつきを解明する。近可積分領域でのトンネル過程の研究を純量子論、半古典論的に進める。

本研究では古典力学構造の複素特異性に加えて量子波動関数そのものの複素解析性を問う。波動関数の解析性の破れは量子レベルでの非可逆過程を誘発し、マクロ世界の大特徴である時間反転不能性のもっとも深い起源でありえる可能性がある。我々は複素力学の範囲を古典力学から量子論に拡張し波動関数複素構造を探求し、波動関数の特異性と量子カオス系に於ける絡み合いおよび非可逆性の関係が研究される。

この問題に関連して多自由度古典系において普遍的な拡散現象である受動型拡散の典型例であるアーノルド拡散の量子論と古典論の研究も実施する。

3. 研究の方法

(1)我々の最も基本的な方法はここ20年の研究によって確立されてきた時間領域複素半古典論である。複素領域に拡張した半古典論によって非可積分性が本質的な多次元トンネル効果を取り扱う。最大の難関はStokes現象による非寄与(古典)軌道を除去する方法であるが、定常過程が実現するような長時間に対しても対症療法的にはあるがその方法は確立してきたが、一方その基礎づけをポレル解析に基づく exact WKB法によって探求した。この方法は(2)の問題とも関連する。

(2)一方近可積分領域で起こる非可積分トンネルへの転移の解析に対しては非可積分系を可積分系で系統的に近似し、その繰り込まれた基底をベースにする摂動理論を開発してきた。このくりこみ基底を使った近可積分領域でのトンネル解析は極めて強力である。解析の結果くりこみ基底表現の特異な挙動を複素半古典の立場から解明するためには通常の半古典近似の範囲を超えた exact WKB

的取り扱いも必要になる。

(3)一方波動関数の複素解析的特性の研究にたいしてはいわゆるパデ解析の手法によってその特異性の系統的研究に着手する。一方量子カオス系の典型的な非可逆現象である拡散転移が臨界的に起こることが世界的に解明されつつあり、臨界現象の研究手法を取り込む事によって、波動関数の特異性と臨界現象発生の関係を解明する。

4. 研究成果

本研究は我々日本のグループが20年以上かけて持続的に発展させてきた独創的研究である。最大の特徴は力学概念を複素空間に広げる事によって、カオスが関与するトンネル現象という純量子論の観点から解釈困難な複雑な量子現象を古典力学の軌道概念および力学構造と結びつけて理解できるところにある。その威力は世界が認めるところであるが、複素空間という物理学者がとりつきにくい対象を扱うので同士を得にくいのが残念なところである。今次の研究成果は以下のとおりである。

(1)長時間スケールでのCSUM機構とカオスのトンネル効果の研究を実施した。我々が発展させてきた独自理論の時間領域複素半古典理論によって量子写像系を長時間時間定常領域実際のな計算法を開発実装した。この研究によっていかにして所謂 Laputa chain とよばれてきたジュリア集合が長期間過程で定常性を記述するか、特に美しいフラクタル構造がトンネル軌道にもたらす意味が解明されつつある。

(2)可積分トンネル効果の基本過程のインスタントトンネルからカオスのトンネル効果への転移過程で目覚ましいトンネル確率の増大が観測される。この転移の様相の量子論が可積分部分を最大繰り込んだ摂動理論によっ量子論的に解明された。

又この基底を使う事によって従来 resonance assisted tunnel として理解されていた転移過程が不安定サドル近傍チャンネルや高励起インスタントを使う全く異なる機構による転移である事が解明された。

(3)「基本問題」とトンネル効果との関連を解明する鍵になるのが複素空間に拡張された不変トーラス上に特異点が集積する自然境界である。はじめて自然境界がトンネルに深くかかわる明確な証拠を提出した。

(4)波動関数の複素解析的特異性の研究によって、Harper 系が波動関数自身が自然境界を持つ例になる事を示した。Harper 系では系内部で拡散的非可逆性が発生する事が自然境界の実面到達である事を示すことができた。

(5)量子カオス系に於ける非可逆過程の発生

過程を研究するために、いわゆる fidelity に代わる方法を提案した。この方法によって初めて非可逆性の寿命という見方が可能になり少数自由度非可逆性の特徴が明確になる事が期待される。

(6)大自由度系におけるアーノルド拡散のFPUモデルによる研究を進展させた。非線形フォノンモードの不安定化がアーノルド機構を誘起し大自由度における緩慢な拡散様現象が起きるまでの様相、特に不安定化の機構が標準形理論に繰り込み群の方法を導入することによって明らかにされた。一方アーノルド機構に代表される受動型拡散の理想量子モデルの研究が進展し局在非局在転移と臨界現象の存在が判明した。

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文](計11件)

1. Yasutaka Hanada, Akira Shudo, and Kensuke S. Ikeda「Origin of the enhancement of tunneling probability in the nearly integrable system」 Phys. Rev. E91, 2015, 042913 1-16, 査読有
DOI: 10.1103/PhysRevE.91.042913

2. Hiroaki S. Yamada and Kensuke S. Ikeda「A Numerical Test of Pade Approximation for Some Functions with Singularity」 International Journal of Computational Mathematics
Article ID 587430, 2014, 1-17, 査読有
DOI: 10.1155/2014/587430

3. H.S. Yamada and K.S. Ikeda「Analyticity of quantum states in one-dimensional tight-binding model」 Eur. Phys. J. B 87, 2014, 208 1-18
DOI: 10.1140/epjb/e2014-50210-6

4. Takashi Hotta and Akira Shudo「Chaos in Jahn-Teller Rattling」 J. Phys. Soc. Jpn. 83, 2014, 08705 1-5, 査読有
DOI: 10.7566/JPSJ.83.083705

5. N. Mertig, A. Backer, S. Lock, R. Ketzmerick and A. Shudo「Complex paths for regular-to-chaotic tunneling rates,」 Europhys. Lett. 102, 10005(5頁), 2013, 査読有
DOI: 10.1209/0295-5075/102/10005

6. 山田弘明、池田研介「パデ解析による波

動関数の特異性診断 その壱」物性研究電子版, 2巻, 2013, 023101 (50頁) 査読有
URL <http://www.bussei-kenkyu.jp/archives/category/2013/vol02-3>

7. 山田弘明、池田研介「パデ解析による波動関数の特異性診断 その弐」物性研究電子版, 2巻, 2013, 023102 (50頁), 査読有
URL
<http://www.bussei-kenkyu.jp/archives/category/2013/vol02-3>

8. A. Ishikawa, A. Tanaka, K.S. Ikeda, and A. Shudo 「Diffraction and tunneling in systems with mixed phase space」 Phys. Rev. E86, 2012, 036208-1-14, 査読有
DOI : 10.1103/PhysRevE.86.036208

9. K. Takahashi and K.S. Ikeda 「 Instanton and noninstanton tunneling in periodically perturbed barriers: Semiclassical and quantum interpretations」 Phys. Rev. E86, 2012, 056206-1~17 査読有
DOI : 10.1103/PhysRevE.86.056206

10. A. Shudo and K.S. Ikeda 「 Tunneling effect and the natural boundary of invariant tori」 Phys. Rev. Lett. 109, 2012, 154102-1~5, 査読有
DOI : 10.1103/PhysRevLett.109.154102

11. N. Mertig, S. L. Öck, A. B. Öcker, R. Ketzmerick and A. Shudo 「 Complex paths for regular-to-chaotic tunneling rates 」 Europhys. Lett. 102, 2013, 10005-1-10005-6, 査読有
DOI : 10.1209/0295-5075/102/10005

〔学会発表〕(計15件)

1. 首藤 啓 「発表標題 KAM 曲線の自然境界と動的回折効果について」, 第5回ハミルトン系とその周辺(伊藤秀一先生還暦記念研究集会), 2014年05月29日, 金沢大学(石川県)

2. A. Shudo 「Renormalized perturbative analysis of mixed quantum systems and dynamically induced diffraction」, 9th international summer school and conference "Let's face chaos through nonlinear dynamics 2014年06月30日~2014年07月05日, Maribor(Slovenia)

3. 首藤 啓 「発表標題 ハミルトン系における遅い緩和現象について」ソフトな物理工

学の未来を考える会, 2014年07月12日, 湘南国際村(神奈川県)

4. 奥島輝昭, 池田研介 「多自由度ハミルトン系における周期軌道の軌道不安定性に基づく緩和現象の研究 VI」, 日本物理学会秋季大会, 2014年09月09日, 中部大学(愛知県)

5. 池田研介, 奥島輝昭, 花田康隆, 首藤啓 「繰り込み摂動論によるインスタントン 非インスタントン転移の研究」, 日本物理学会秋季大会, 2014年09月10日, 中部大学(愛知県)

6. 青木和輝, 赤石暁, 首藤啓 「区分線型写像の階層構造と再帰軌道の関係」日本物理学会, 2014年09月09日, 中部大学(愛知県)

7. 池田研介, 奥島輝昭, 花田康隆, 首藤啓 「発表標題 繰り込み摂動論によるインスタントン 非インスタントン転移の研究 II」, 日本物理学会秋季大会, 2014年09月10日, 中部大学春日井キャンパス(愛知県)

8. 池田研介, 松井文宏, 山田弘明 「発表標題 受動型量子カオス拡散の臨界現象」日本物理学会秋季大会, 2014年09月10日, 中部大学春日井キャンパス(愛知県)

9. 花田康高, 首藤啓, 池田研介 「非可積分系のトンネル効果と複素 KAM トーラスの自然境界」日本物理学会秋季大会, 2014年9月10日, 中部大学春日井キャンパス(愛知県)

10. 原田浩充, 首藤啓 「複素軌道の特異点構造と非線形共鳴」日本物理学会, 2014年09月10日, 中部大学(愛知県)

11. 原田浩充, 首藤啓, 齋藤暁 「一次元三重井戸型ポテンシャル系のエネルギー分裂の半古典論」, 日本物理学会 第69回年次大会, 2014年3月30日, 東海大学 湘南キャンパス(神奈川県)

12. 花田康高, 首藤啓, 池田研介 「近可積分領域における非インスタントンのトンネル効果 2」日本物理学会 第69回年次大会, 2014年3月30日, 東海大学 湘南キャンパス(神奈川県)

13. 打田旭宏, 松井文宏, 池田研介 「量子アーノルド拡散に於ける転移様現象」日本物理学会 第69回年次大会 2014年3月30日, 東海大学 湘南キャンパス(神奈川県)

14. 花田康高, 首藤啓, 池田研介「近可積分領域における非インスタントンのトンネル効果」日本物理学会 2013 年秋季大会, 2013 年 9 月 25 日, 徳島大学 常三島キャンパス (徳島県)

15. 松井文宏, 山田 弘明, 池田 研介「少数自由度量子系における非可逆的エネルギー輸送のモデル」, 日本物理学会 2013 年秋季大会, 2013 年 9 月 25 日, 徳島大学 常三島キャンパス (徳島県)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

池田 研介 (IKEDA, Kensuke)
立命館大学・理工学部・教授
研究者番号: 40151287

(2) 研究分担者

高橋 公也 (TAKAHASHI, Kinya)
九州工業大学大学院・情報工学研究院
・教授
研究者番号: 70188001

首藤 啓 (SHUDO, Akira)
首都大学東京・理工学研究科・教授
研究者番号: 60206258

(3) 連携研究者 なし

(4) 研究協力者

R. Ketzmerick
Dresden 工大・理論物理教室・教授
Max-Planck 複雑系物理研究所フェロー

A. Mouchet
Francois Rabelais de Tours 大学・数物
教室・講師