

科学研究費助成事業 研究成果報告書

平成 28 年 5 月 19 日現在

機関番号：32682

研究種目：基盤研究(B) (一般)

研究期間：2012～2015

課題番号：24360039

研究課題名(和文) タイリング工学：目標図形近似タイルの計算法とその応用

研究課題名(英文) Tiling Engineering: Computation of Tiles Close to Desired Figures

研究代表者

杉原 厚吉 (SUGIHARA, KOKICHI)

明治大学・研究・知財戦略機構・教授

研究者番号：40144117

交付決定額(研究期間全体)：(直接経費) 13,500,000円

研究成果の概要(和文)：オランダの版画家エッシャーが創始したタイリングアートの二つのスタイルを対象として、天才的ひらめきがなくても創作できるアルゴリズムを開発した。1種類のタイルによるタイリングについては、望みの図形に最も近いタイリング可能図形を探索する研究代表者らの手法を改良し、図形の特徴をよりよく反映する計算法へ性能を高めた。[空と水]風タイリングについては、図地反転に基づく2種類のタイルの交差構造を、3種類のタイルの交差構造へ拡張した。さらに、エッシャーが提案した場所による図地反転を、見る方向による反転へ拡張することによって、タイリングアートの新しいスタイルを開拓した。

研究成果の概要(英文)：Algorithms for creating tiling patterns were constructed for two types of artistic styles of tiling proposed by Dutch artist Escher. The first style is a regular subdivision of the plane. An existing algorithm for finding a tilable pattern closest to an input figure was improved so that the important features of the input figure are preserved in finding the closest tilable pattern. The second style is a figure-ground reversal in Escher's artwork "Sky and Water". The figure-ground interaction of two figures was extended to the interaction of three figures. Moreover, the figure-ground reversal was extended to the reversal depending on the view directions, while Escher's original style is the reversal depending on the locations. The resulting algorithms can be used by non-specialists to create artistic patterns automatically.

研究分野：数理工学

キーワード：数理工学 タイル貼り 図地反転 錯視アート エッシャー

1. 研究開始当初の背景

タイルとよばれる基本図形を規則的に敷き詰めてできるタイリングパターンは、建物の壁や床を飾る芸術として古くから利用されてきた。しかし、長い間それらは三角形や四角形などの単純な幾何要素をタイルとして用いるものであった。それに対して、20世紀に入り、オランダの版画家 M. C. エッシャーは、動物の姿などをかたどった複雑なタイルによって平面を敷き詰めることができることを多くの作品によって示し、タイリングアートに新しい可能性を開いた。しかしこれは、単純な形のタイルを用いた場合と違って、特殊な技を必要とし、エッシャーのような天才的能力を持たなくては作れそうになく、一般のタイル職人が自力で使える技ではなかった。したがって、エッシャーが可能性を示した複雑なタイルによるタイリングアートを、天才の力を用いなくても設計できる数理的な設計法に落とし、だれでも自由に使えるアート技術とすることが期待させていた。

2. 研究の目的

目標図形に最も近いタイリング可能図形を計算するアルゴリズムを開発する。動物などの複雑な形のタイルで重なりも隙間もなく平面を埋め尽くすことができれば、建物の壁などを飾る新しいアートの形となる。このようなタイルの形を見つける作業は、今まで熟練アーティストの試行錯誤に頼って行われてきた。本研究は、このようなタイルの制作効率の向上をめざして、望みの図形を与えたとき、それに最も近い図形で平面に敷き詰められるパターンを自動生成する方法を構成するものである。さらに、2種類以上のタイルの連続変形と図と地の反転による視覚効果を利用したオランダの版画家エッシャーの作風を発展させて、新しいタイリングのパターンを提案し、そのためのタイルと敷き詰め方の自動生成アルゴリズムを開発する。これにより複雑図形によるタイリングの設計作業を自動化し、熟練者に頼らない工学技術としてのタイリング設計法を確立する。

3. 研究の方法

エッシャーのタイリングアートの中から、主として2つのクラスのパターンを取り上げ、それを生成するための工学的技術を開発する。

第一のクラスは、作品「空と水」に代表されるパターンである。この作品は、画面の上の方に置かれた鳥のタイルが、下へ向かって少しずつ変形されたタイルに変わり、いつの間にかそれが背景に消えて、代わりに背景から現れた別のパターンが次第にはっきりして形をなし、画面の一番下で魚の形になるものである。途中で、図形と背景が入れ替わる図地反転パターンである。このパターンの自動生成法およびその拡張は主に杉原が受け

持った。図地反転は錯視の一種で、単なる数理的性質だけで特徴づけられるものではない。脳での画像処理に基づいた人の知覚特性に関わるものであるため、人の脳の知覚心理学的側面も盛り込む必要がある。そのため、杉原が今まで蓄積してきたコンピュータビジョンおよび錯視の知見を利用する。

注目する第二のクラスは、平面の正則分割とよばれるエッシャーの作品群である。これは、動物などの複雑な形をしたタイルを隙間も重なりもなく平面に敷き詰めたタイリングである。これに対しては、規則的なタイルの配置から生まれる図形のグラフ構造が93通りの同型グラフ群に分類できるという幾何学的知見を利用した。小泉・杉原の設計法が既にある。この設計法の性能向上を目指すという視点から、主に今堀が受け持った。ここでは、無限の可能性のある望みの図形の表現法の中から、目的を効率的に達成できるものを選択する観点が重要であり、そのために、今堀が今まで蓄積してきたヒューリスティック手法の知見を活かす。

4. 研究成果

次のような成果が得られた。

(1) 「空と水」風タイリングパターンの多様な作品の生成

本研究の開始以前に杉原が開発してきたタイリングアート設計法を、グラデーションを用いない2値図形にも対応できるように改良した。これにより一番上に置くタイルと一番下に置くタイルを与えると、中間のパターンが自動生成される。この方法で多くの作品例を作り、その一部は、数学関係の商業月刊誌の表紙としても数年間採用された。(杉原)



図1. ハチとクワガタ

(2) 「空と水」風アートの3種類のタイルへの拡張

2種類のタイルの図と地の反転に基づいたパターンを、3種類のタイル群が交差する場合へ拡張した。これにより、3種類のタイルの形を与えると、それらが交差するパターンを自動生成できるようになった。(杉原)

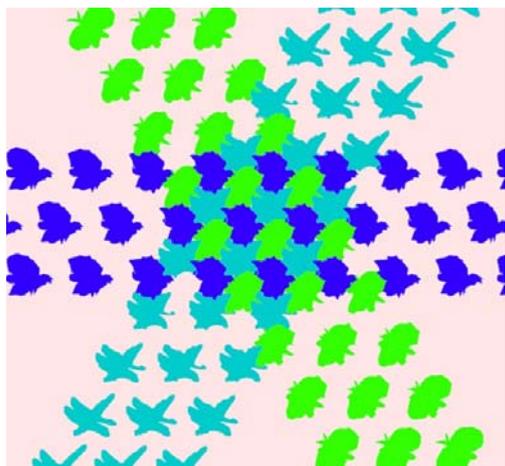


図2. チョウとハチとトンボ

(3) 見る方向によって2種類に変わるタイリング

エッシャーの「空と水」風パターンは場所によって次第にタイルが一方から他方へ変わるものであったが、場所の代わりに見る方向によって2種類が入れ替わるタイリングパターンを発見した。これは、空間曲線が見る方向によって姿を変えるという数的事実と、柱体を見た脳は端の形を柱体の軸に垂直な平面で切断した切り口と解釈しがちであるという心理学的知見を組み合わせで作ったものである。これは当初の計画にはなかったもので、全く新しいタイリングアートの一つの方向を示すものでもある。次に示すのはその一例である。すき間も重なりもなく平面を敷き詰めることができるというタイリングの性質と、二つの方向から見たとき別のタイリングになるという性質を同時に満たすものである。(杉原)

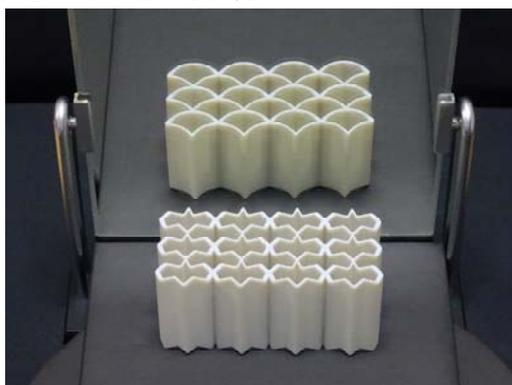


図3. 見る方向によって入れ替わる2種類のタイリングパターン

(4) 図形とすき間が方向によって入れ替わるパターン

さらに別の形で空間曲線を構成すると、図形とすき間が入れ替わる図地反転を二つの見る方向によって実現できることも発見した。これは、図地反転アートと視線方向の入れ替えによる反転アートの二つを同時に組み合わせるものとみなせる。これも本研究で

開拓したタイリングアートの新しいパターンである。(杉原)

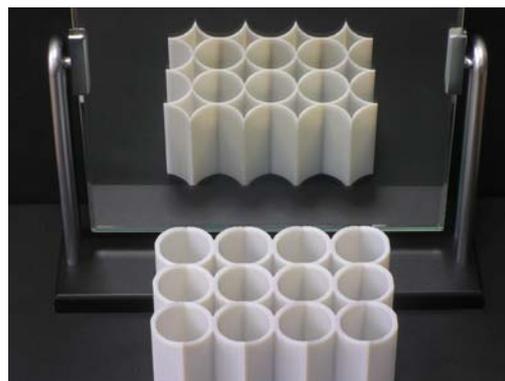


図4. 気まぐれパイプ

(5) 時間変化によるタイルの入れ替え

二つの方向から見たとき別のタイルに見えるという原理は、一つのタイルを時間とともに回転させて別のタイルへ連続変形させるという呈示方法にも応用できる。これは二つの視点による入れ替えと数理的に同じ原理であるが、時間が加わったという意味でアートの表現法としては新しいものである。(杉原)

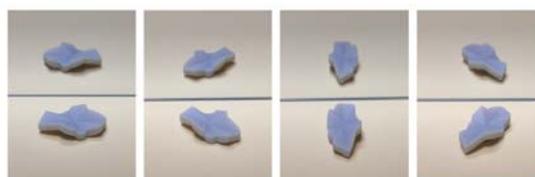


図5. 対称性を保ち続けるタイル

(6) 平面の正則分割設計法に対する局所探索法を用いた改良

平面の正則分割と呼ばれるエッシャーの作品群のようなタイリングパターンを自動的に設計する手法として、小泉と杉原が提案した手法がある。この手法では、入力図形を多角形に近似し、その多角形に最も近い形状で平面に敷き詰めることのできるタイルを求めることができる。入力図形を近似する多角形は無限に存在し、近似する多角形によって得られるタイルの質が大きく左右される点が課題とされていたが、タイリング作品生成の観点で質の良い多角形を、局所探索法を含むヒューリスティック手法により効率的に発見する手法を開発した。(今堀)



図 6. ペンギンによる平面の正則分割

(7) 平面の正則分割設計法に対する重みの導入

小泉と杉原の手法およびその改良手法では，入力図形を多角形（の頂点集合）として近似し，頂点の位置のずれの二乗和を最小化するという最適化問題としてモデル化を行った．元の図形の特徴が保存されていると，人の目には近い図形であると認識されるが，見る人によって元の図形の特徴を表すと感じる部分は異なる．そこで，頂点に重みを設定し，重み付き距離の最小化を行う手法を新しく提案した．次に示すのはその一例である．入力図形として上部のペガサスが与えられたとき，下部の 2 つのタイルが出力される．翼に注目すると左のタイルが，頭に注目すると右のタイルがより良い出力であると認識される．（今堀）

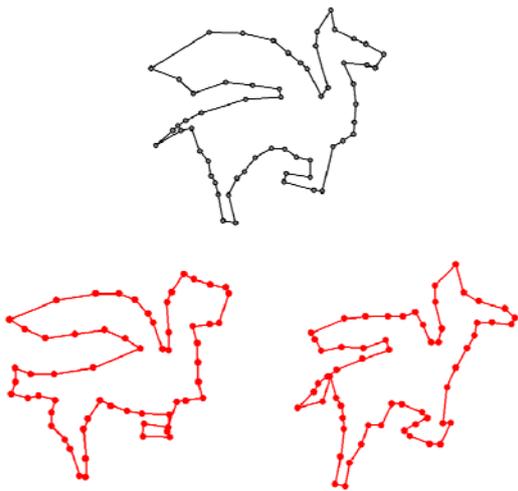


図 7. ペガサスのタイル

(8) 2 種類のタイルによる平面の分割

エッシャーは 2 種類のタイルによって平面を分割する作品も多く残している．1 種類の図形による平面の正則分割設計法を拡張し，2 種類の図形によるタイリング作品を生成する手法を開発した．また，2 種類の図形の組み合わせによっては質の良いタイリング作品を生み出すことが困難なことから，タイリングアートを生成する上で相性の良い図形を選択する手法の開発も行った．（今堀）

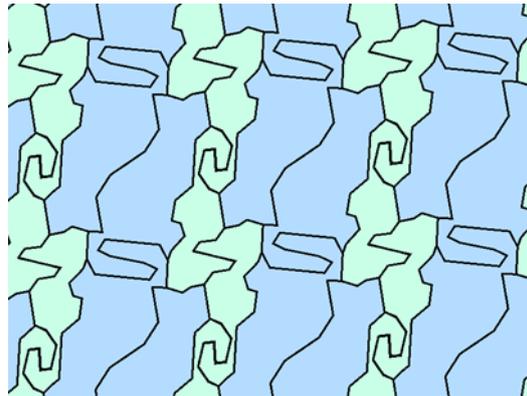


図 8. ネコとタツノオトシゴ

(9) フットステップ錯視アート

黒と白の長方形が黒と白の縞模様の前を等速で横切ると，交互に動いたり止まったりして見えるフットステップ錯視を応用して，生き物が複雑な動きをしているように見える錯視アートの設計法を開発した．背景には縞模様または，それを直交する二つの方向に重ねてできる正方形格子模様を置き，その前に鳥や魚や亀などの動物を簡略化した黒のタイルを等速で平行移動させる．すると，コントラストの大きいところでは動きがよく見え，コントラストのないところでは動きが見えなくなるために，タイルが変形しながら動いているように見える．これにより，羽ばたいたり，泳いだり，這ったりする動きを作り出すことに成功した．エッシャーは三角形や四角形のタイルを複雑な生き物の形に置き換えて，タイリングアートの新しい可能性を示したが，本成果も長方形のタイルを動物の形に置き換えて新しいアートの可能性を示したものである．この成果の一部は，2015 年の Best Illusion of the Year Contest において優勝，2014 年の同じコンテストにおいてベスト 10 を獲得している．（杉原；小野隼，友枝明保との共同研究）

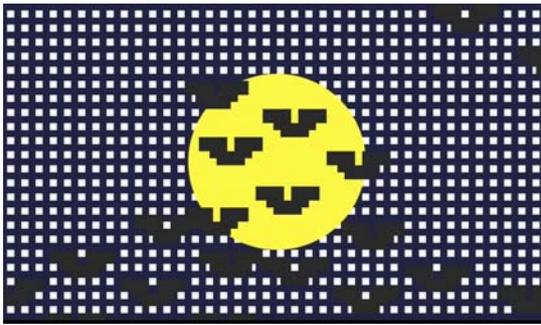


図9. フットステップ錯視アート

(10) 曲面上のタイリングパターン抽出の基礎技術

タイリングアートを平面上から曲面上へ拡張するためには、曲面上でタイルが重なりもすき間もないことを保証する仕組みが必要である。ここでは、ジャックフルーツなどの果実の表皮パターンを一般化ボロノイ図で近似する方法を開発した。これは、タイリングパターンを曲面上でも展開できるようにするための一つの数理的道具として今後の研究に役立つものである。(杉原; Supanut Chaidee との共同研究)

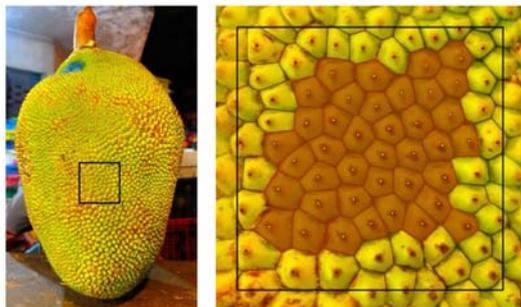


図10. 果実の表皮パターンを抽出したタイリング

5. 主な発表論文等

(研究代表者、研究分担者及び連携研究者には下線)

[雑誌論文] (計 7 件)

[1] K. Sugihara: Height reversal generated by rotation around a vertical axis. *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 68-69 (2015), pp. 7-12, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmp.2015.07.001> (査読あり).

[2] S. Chaidee and K. Sugihara: Approximation of fruit skin patterns using spherical Voronoi diagrams. *Pattern Analysis and Applications*, Online version, DOI 10.1007/s10044-016-0534-2 (January 2016) (査読あり).

[3] K. Sugihara: Ambiguous cylinders: A new class of impossible objects. *Computer Aided Drafting, Design and manufacturing*, vol. 25 (2015), no. 3 (to appear) (査読あり).

[4] S. Imahori, S. Kawade and Y. Yamakata: Escher-like Tilings with Weights. *Post-Conference Proceedings of JCDCG² 2015*, LNCS (査読あり).

[5] K. Sugihara: A single solid that can generate two impossible motion illusions. *Perception*, vol. 43 (2014), pp. 1001-1005. (doi:10.1068/p7700) (査読あり).

[6] 小野隼, 友枝明保, 杉原厚吉: フットステップ錯視アートの設計法. *日本応用数理学会論文誌*, vol. 23 (2013), pp. 585-600 (査読あり).

[7] S. Imahori and S. Sakai: A Local-Search Based Algorithm for the Escherization Problem. *Proceedings of the IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, 2012, pp. 151-155 (査読あり).

[学会発表] (計 24 件)

[1] K. Sugihara: Design of ambiguous cylinders. *Asian Forum on Graphic Science, Electric Proceedings*, F07, 8pp., Bangkok, August 5-9, 2015.

[2] S. Chaidee and K. Sugihara: Numerical fitting of planar photographic images with spherical Voronoi diagrams. *Asian Forum on Graphic Science, Electric Proceedings*, F21, 7pp., Bangkok, August 5-9, 2015.

[3] S. Chaidee and K. Sugihara: Fitting Spherical Laguerre Voronoi Diagrams to Real World Tessellations Using Planar Photographic Images, *JCDCG² 2015*, Kyoto, September 14-16.

[4] K. Sugihara: Impossible objects as a tool for understanding the human vision systems. *Invited talk, Asian Forum on Graphic Science (AFGS 2015)*, Bangkok, August 5-9, 2015.

[5] K. Sugihara: Visual Media Culture Supported by Human Depth Illusion. *Invited talk, Mathematical Progress in Expressive Image Synthesis 2015 (MEIS2015)*, Fukuoka, September 25-27, 2015, pp. 16-22.

[6] K. Sugihara: Fragility of visual media culture suggested by mathematical modeling of depth perception. *JST CREST-PRESTO Symposium 2015: Mathematics for the 22nd Century*, Tokyo, September 28-October 1, 2015

[7] K. Sugihara: How Does Human Interpret Images?---Week Points of Our Visual Systems Learned by Mathematical Study of Optical Illusion. *Plenary Talk at the 25th International Conference on Artificial Reality and Telexistence and the 20th Eurographics Symposium on Virtual Environments (ICAT-EGVE 2015)*, Kyoto, October 28-29, 2015.

[8] S. Imahori, S. Kawade, Y. Yamakata:

Escher-Like Tilings with Weights. 18th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs, September 14-16, 2015.

[9] S. Chaidee and K. Sugihara: A method for fitting real world tessellations with Voronoi diagrams. 31st European Workshop on Computational Geometry (Ljubljana, Slovenia, March 15-18, 2015).

[10] K. Sugihara: Mathematical modeling approach to creation of anomalous motion illusions. the Fourth IEEEJ International Workshop on Image Electronics and Visual Computing (Koh Samui, Thailand, October, 7-10, 2014).

[11] S. Chaidee and K. Sugihara: Comparison between curved-surface tessellations and the Voronoi diagrams using planar photographic images. The 17th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (Tokyo, September 15-16, 2014).

[12] 川出静, 西澤慶亮, 宮田考史, 今堀慎治: 重み付きプロクラスティクス距離を用いたエッシャー風タイリング生成. NICOGRAPH 2014 (愛知, 2014年11月3~4日).

[13] 川出静, 今堀慎治: 2種類の図形によるタイリング生成における図形の選択方法. RIMS 研究集会「最適化アルゴリズムの進展: 理論・応用・実装」(京都, 2014年09月24~25日).

[14] 今堀慎治: 最適化手法を用いた芸術的なタイリング生成. 明治大学 錯覚と数理の融合研究セミナー (東京, 2014年07月22日).

[15] J. Ono, A. Tomoeda and K. Sugihara: Footstep illusion art: apparent rotation generated by pure translation. 36th European Conference on Visual Perception (Bremen, Germany, August 25-29, 2013).

[16] 小野隼, 友枝明保, 杉原厚吉: フットステップ錯視アート: キックバック錯視とアースワーム錯視. 日本応用数理学会平成 25 年度年会 (福岡, 2013 年 09 月 11 日).

[17] 今堀慎治, 酒井翔平: エッシャー風タイリング問題に対する局所探索法. 情報処理学会 第 144 回アルゴリズム研究会 (函館市, 2013 年 05 月 18 日).

[18] 川出静, 今堀慎治: 2種類の図形によるタイリング生成 - 図形の接合を用いたアルゴリズムの構築 -. 日本オペレーションズリサーチ学会秋季研究発表会 (徳島市, 2013 年 09 月 11 日).

[19] S. Imahori, S. Kawade, S. Sakai: Local Search Algorithms for Escherization. 16th Japan Conference on Discrete and Computational Geometry and Graphs (Tokyo, September 18, 2013).

[20] 小林奈央樹, 脇田順一, 森山修, 山崎義弘, 杉原厚吉, 松下貢: バクテリアの時

空パターンとモアレ錯視. 日本物理学会大会 (東広島市, 2013 年 3 月 28 日).

[21] 川出静, 今堀慎治: 2種類の図形によるタイリング生成. 愛知 OR 研究交流会 (名古屋, 2013 年 3 月 13 日).

[22] 小野隼, 友枝明保, 杉原厚吉: Footstep Illusion を利用した錯視アートの試み. 日本応用数理学会年会 (稚内, 2012 年 8 月 29 日).

[23] 小野隼, 友枝明保, 杉原厚吉: フットステップ錯視アート. NICOGRAPH (京都, 2012 年 11 月 17 日).

[24] S. Sakai and S. Imahori: An Improved Method for the Escherization Problem. The 15th Japan-Korea Joint Workshop on Algorithms and Computation (Tokyo, September 11, 2012).

[図書] (計 1 件)

杉原厚吉: 計算幾何学. 朝倉書店, 東京, 2013, 205pp.

[産業財産権]

○出願状況 (計 1 件)

名称: 時計装置及び時計プログラム
発明者: 杉原厚吉, 友枝 明保, 小野隼
権利者: 明治大学
種類: 特許
番号: 特願 2013-110085
出願年月日: 2013 年 05 月 24 日
国内外の別: 国内

○取得状況 (計 0 件)

名称:
発明者:
権利者:
種類:
番号:
取得年月日:
国内外の別:

[その他]

ホームページ Mathematics and the Arts.
[http://home.mims.meiji.ac.jp/~sugihara/project/mathart/MathematicsandArts\(English\).pdf](http://home.mims.meiji.ac.jp/~sugihara/project/mathart/MathematicsandArts(English).pdf)

6. 研究組織

(1) 研究代表者

杉原 厚吉 (SUGIHARA KOKICHI)

明治大学・研究・知財戦略機構・特任教授
研究者番号: 40144117

(2) 研究分担者

今堀 慎治 (IMAHORI SHINJI)

中央大学・理工学部・教授

研究者番号: 90396789